水下弹体空化流动的数值模拟

曹达敏 徐 旭

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 采用均质流模型对水下弹体的空化流动进行了数值模拟,控制方程的求解采用有限体积法,对流项采用迎风通量差分格式,时间步的推进则采用了LU-SGS隐式方法.使用质量传输模型模拟汽-液之间的质量转换.为了更好的计算低速流动,在计算中对对流项进行了预处理,并对质量传输源项进行了点隐式处理.对绕圆柱钝头体空化流动进行了模拟,雷诺数 $Re=136\,000$,计算得到了圆柱形钝头体在空化数 $\sigma=0.1,0.2,0.3$ 时的壁面压力系数,并与试验结果进行了对比,符合良好.在此基础上研究了弹体带尾迹的超空化现象,空化数 $\sigma=0.2,0.1,0.06$,在 $\sigma=0.06$ 下得到了水下弹体的超空化尾迹.

关 键 词: 空化; 超空化; 数值模拟

中图分类号: V 411.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2008)10-1191-04

Numerical simulation of cavitation flow field for under water projectile

Cao Damin Xu Xu

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A homo-equilibrium model was used to compute the hydrodynamic cavitation flow field over an axisymmetric projectile by solving the incompressible Navier-Stokes equations. The governing equations were resolved in a finite volume manner, the convective fluxes were treated by an upwind differencing scheme and the time was integrated using the LU-SGS approach. A mass transfer model introduced by Kunz was implemented in a viscous Navier-Stokes solver. A preconditioning method was used for the low-speed computations and the point implicit method for the mass transfer source terms. The computations were performed for the cavitation flow of an axisymmetric projectile under the Reynold number of 136 000 and the cavitation number of 0.1, 0.2 and 0.3. The wall pressure coefficients on the axisymmetric projectile were obtained and compared with experimental data, the agreements were excellent. And then, the super-cavitation phenomena were studied for $\sigma=0.2,0.1,0.06$, and the super-cavitation flow-field was obtained for cavitation number $\sigma=0.06$.

Key words: cavitation; super cavitation; numerical simulation

空化,也叫汽蚀,是一种当流场中当地压强低于水的饱和蒸气压时由水变汽的现象.空化可以引起空蚀、振动、噪声和能量损失等,危害流体机械的运行;但另一方面,当水中弹体表面出现空穴时,其绕流阻力将明显降低.特别是,当空化产生的空穴把整个弹体包围(称之为超空化)时,流体阻力会大大下降,由此诞生的水下超高速航行器是目前国际上普遍关心的热点.

空化流的计算,早期研究主要是应用势流理论.近年来人们通过求解N-S方程研究空化流,研究的方法可以分为2类,即界面追踪法[1-2]和采用均匀介质平衡流模型方法[3-5].在第1类方法中,假定空化区域具有恒定压力,该压力等于对应液体的饱和蒸汽压,因此计算仅针对液相进行.通过计算,可以在该假设的基础上增加尾迹模型,从而确定空穴的形状.这种方法需要频繁重复生

收稿日期: 2007-09-11

作者简介: 曹达敏(1983—),男,江西九江人,硕士生,xuxu@buaa.edu.com.

成网格来确定空穴的形状，不适合于计算空化的生成和湮灭的情况.由于求解三维界面困难，迄今为止，该方法还仅限于模拟二维平面或轴对称流动.第2类被称作均质平衡流模型，在这种方法中，采用单流体模型计算两相流动，认为空化绕流流场中流动介质是一种气液的混合物，其在计算所取的微元控制体内是一种完全均匀的可压缩流动介质，密度为气相密度和液相密度的线性组合.这一类方法中，各种模型的区别在于所引入密度场的定义. Delannoy 和 Kuenys[3] 应用绝对正压状态方程计算密度场.而 Chen 和 Hesister[4] 则推导了以时间和压力为变量的密度微分方程. Kubota[5] 等人则用 Rayleigh-Plesset 方程去耦合流场，并用空泡直径计算空隙率，然后用空隙率计算密度，由于 Rayleigh-Plesset 方程是关于时间的微分方程，因此这种方法只能用来求解非定常方程.

为了应用更灵活的方法计算空化动力特征，人们发展了一种质量传输模型.在这种方法中，液体相和蒸汽的体积分数是相互转换的，Merkle[6] 和 Kunz[7] 等人应用了这种方法.这些方法采用了不同的源项，汽-液之间拥有对流特性，在本文中采用的便是 Kunz 的质量输运模型.

1 计算模型

1.1 控制方程

均质两相不可压流体的控制方程由连续方程、混合物动量方程和液体体积分数方程组成，对于两相流体采用拟流体假设，使用单一的连续方程，在连续方程和体积分数方程中加入了质量传输模型源项，其轴对称无量纲形式为

$$\frac{1}{\beta}\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial u_j}{\partial x_j}=(\dot{m}^-+\dot{m}^+)\left(1-\frac{1}{\rho_v}\right)-\frac{u_2}{x_2} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_{\mathrm{m}} u_i}{\partial t}+\frac{\partial \rho_{\mathrm{m}} u_i u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{1}{Re}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{\mathrm{m}}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right]-\frac{\rho_{\mathrm{m}} u_i u_2}{x_2}+\frac{\tau_{\mathrm{xsix2}}}{x_2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t}+\frac{\alpha}{\beta}\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial \alpha u_j}{\partial x_j}=(\dot{m}^-+\dot{m}^+)-\frac{\alpha u_2}{x_2} \tag{3}$$

式中，p，t，u_i，α，ρ_{m} 分别为压强，时间，沿不同坐标方向的速度，液相体积分数和气液两相混合物的密度；$\dot{m}^+$，$\dot{m}^-$ 分别为由气相转换成液相的质量传输率和由液相转换成气相的质量传输率；τ 为切应力；Re 是雷诺数；μ_{m} 为混合物的粘性系数；β 是经验常数；x_1，x_2 分别是弹体的轴向和径向坐标.

雷诺数表示为

$$Re=\frac{u_\infty d\rho_1}{\mu_1} \tag{4}$$

式中，u_∞，d，ρ_1，μ_1 分别为来流速度，弹体直径，液相密度和液相粘性系数.

切应力表示为

$$\tau_{x_1x_2}=\frac{\mu_{\mathrm{m}}}{Re}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right) \tag{5}$$

$$\tau_{x_2x_2}=\frac{2\mu_{\mathrm{m}}}{Re}\frac{\partial u_2}{\partial x_2} \tag{6}$$

混合物密度能通过体积分数来计算

$$\rho_{\mathrm{m}}=\alpha+(1-\alpha)\rho_v \tag{7}$$

壁面压力系数 C_p 和空化数 σ 分别为

$$C_p=\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}u_\infty^2} \tag{8}$$

$$\sigma=\frac{p_\infty-p_v}{\frac{1}{2}u_\infty^2} \tag{9}$$

式中，p_∞，p_v 分别为来流压强和水的饱和蒸汽压强.

控制方程写成曲线坐标(ξ,η)形式，并对对流项进行预处理以适应低速流动的计算：

$$\boldsymbol{\Gamma}=\frac{\partial \hat{\boldsymbol{Q}}}{\partial t}+\frac{\partial(\boldsymbol{F}-\boldsymbol{F}_v)}{\partial \xi}+\frac{\partial(\boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}_v)}{\partial \eta}-\hat{\boldsymbol{S}}=0 \tag{10}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{Q}}=\dfrac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{J}}=\dfrac{1}{\boldsymbol{J}}(p,u_1,u_2,\alpha)^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{\boldsymbol{J}}[U_1,\rho_m u_1 U_1+\xi_{x1}p,\rho_m u_2 U_1+\xi_{x2}p,\alpha U_1]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{G}=\frac{1}{\boldsymbol{J}}[U_2,\rho_m u_1 U_2+\eta_{x1}p,\rho_m u_2 U_2+\eta_{x2}p,\alpha U_1]^{\mathrm{T}}$$

$$U_1=\xi_{x1}u_1+\xi_{x2}u_2$$

$$U_2=\eta_{x1}u_1+\eta_{x2}u_2$$

$$\boldsymbol{F}_v=\frac{\mu_{\mathrm{m}}}{\boldsymbol{J}\cdot Re}\begin{pmatrix}0\\(\nabla\xi\cdot\nabla\xi)\dfrac{\partial u_1}{\partial\xi}+(\nabla\xi\cdot\nabla\eta)\dfrac{\partial u_1}{\partial\eta}\\(\nabla\xi\cdot\nabla\xi)\dfrac{\partial u_2}{\partial\xi}+(\nabla\xi\cdot\nabla\eta)\dfrac{\partial u_2}{\partial\eta}\\0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}_v=\frac{\mu_{\mathrm{m}}}{\boldsymbol{J}\cdot Re}\begin{pmatrix}0\\(\nabla\eta\cdot\nabla\xi)\dfrac{\partial u_1}{\partial\xi}+(\nabla\eta\cdot\nabla\eta)\dfrac{\partial u_1}{\partial\eta}\\(\nabla\eta\cdot\nabla\xi)\dfrac{\partial u_2}{\partial\xi}+(\nabla\eta\cdot\nabla\eta)\dfrac{\partial u_2}{\partial\eta}\\0\end{pmatrix}$$

式中，$\boldsymbol{F}_v$，$\boldsymbol{G}_v$ 为曲线坐标系下的粘性通量；U_1，U_2 是逆变速度；$\boldsymbol{J}$ 是网格变换雅可比矩阵.

$$\hat{\boldsymbol{S}}=\frac{1}{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}(\dot{m}^-+\dot{m}^+)\left(1-\dfrac{1}{\rho_v}\right)-\dfrac{u_2}{x_2}\\ -\dfrac{\rho_m u_1 u_2}{x_2}+\dfrac{\tau_{x_1x_2}}{x_2}\\ -\dfrac{\rho_m u_2 u_2}{x_2}+\dfrac{\tau_{x_2x_2}}{x_2}\\ (\dot{m}^-+\dot{m}^+)-\dfrac{\alpha u_2}{x_2}\end{bmatrix}$$

式中预处理矩阵:

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\beta} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \rho_m & 0 & u_1\Delta\rho\\ 0 & 0 & \rho_m & u_2\Delta\rho\\ \dfrac{\alpha}{\beta} & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

其中 $\Delta\rho=1-\rho_v$.

1.2　空化模型

空化使用质量传输模型来计算,这种模型最早被文献[6]和文献[7]所采用:

$$\dot{m}^-=\frac{C_{dest}\alpha\rho_v \mathrm{Min}(0,p-p_v)}{\frac{1}{2}t_\infty} \tag{11}$$

$$\dot{m}^+=\frac{C_{prod}(1-\alpha)\alpha^2\rho_v}{t_\infty} \tag{12}$$

式中,C_{dest} 和 C_{prod} 是经验常数,在模拟时 $C_{dest}=0.1$ 和 $C_{prod}=0.1$,t_∞ 为平均时间尺度:$t_\infty=\dfrac{d}{u_\infty}$.

2　数值方法

计算采用有限体积法,控制方程的对流项采用迎风通量差分格式,时间步的推进则采用了 LU-SGS 隐式方法. 根据文献[8]的方法,鉴别质量传输项的源和汇,并把质量传输项的汇这项(由液相转换成气相)进行点隐式处理,而对源这项进行显式处理.

参考前面的控制方程有

$$H^{+/-}=\begin{pmatrix}\dot{m}^{+/-}\left(1-\dfrac{1}{\rho_v}\right)\\ 0\\ 0\\ \dot{m}^{+/1}\end{pmatrix} \tag{13}$$

根据空化模型中的质量传输率方程中的 $\dot{m}^-$,能得到 $\Delta H^-=D^-\Delta Q$,即 $D^-=\dfrac{\partial H^-}{\partial Q}$. 其中,$\Delta H^-=(H^-)^{n+1}-(H^-)^n$,$\Delta Q=Q^{n+1}-Q^n$.

由此可以得到 D^- 的非零特征值:

$$\lambda(D^-)=C_{dest}\rho_v\left[\left(1-\frac{1}{\rho_v}\right)\alpha_l+(p-p_v)\right] \tag{14}$$

因为无量纲化后 $\rho_v\ll1$,可以使得上述特征值在计算中 α_l 接近于 0 的情况下仍然有效. 就像下面所讨论的例子一样,在数值比较大的质量传输项下能计算出比较低的体积分数,而且格式依然保持稳定.

3　计算结果及分析

3.1　局部空化计算及验证

对绕圆柱钝头体空化流动进行了数值模拟,计算中采用的雷诺数为 136 000,空化数为 0.2,0.1,在整个模拟中两相的密度比被设定为 0.000 1,弹体直径 d 为 0.136 m. 计算入口给定速度、液相体积分数,压力外推;出口给定压力. 计算网格如图 1 所示,C 型网格的沿物面及其法向的网格点分布为 250×120.

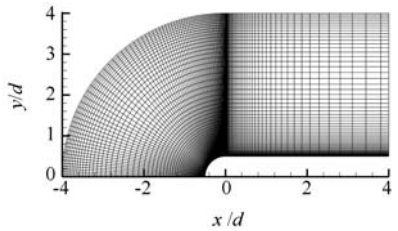


图 1　计算网格

图 2 是单相时壁面的压力系数分布的计算结果与 Rouse 的实验结果[9]的对比图,其中 S 为沿物面的曲线坐标. 通过对比表面压力分布曲线,发现本文的计算结果与实验结果基本吻合.

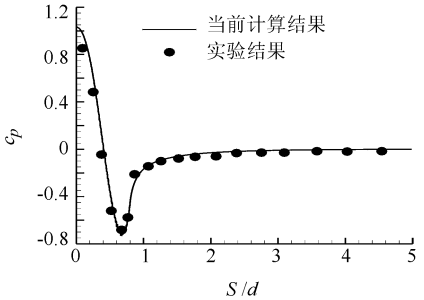
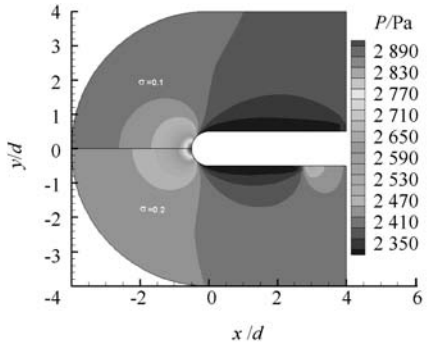


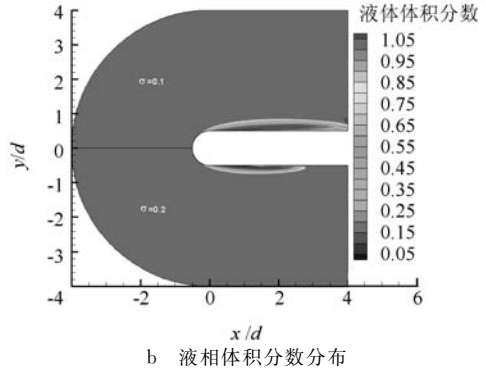
图 2　单相时的壁面压力系数

图 3 是空化数为 0.1,0.2 情况下流场压强和水的体积分数分布图. 从图中可以看到在圆柱体头部有个压强滞止区,肩部压强明显降低产生空泡,而在空泡的尾部由于水流回射,在靠近物面区域压力会急剧增大,使得沿表面的压力分布曲线出现一个台阶跃升. 从压强分布图形可以看出,随着空化数减小,空化程度会越来越大.

从图 4 可以看出,在 $\sigma=0.2$ 时的壁面压力系数和单相时的压力系数分布不同,在 $\sigma=0.2$ 时在弹体肩部产生了空化,气泡内的压强等于水的蒸



a 压强分布



b 液相体积分数分布

图3 $\sigma=0.1,0.2$ 时的压强和体积分数分布

汽压,在气泡后面压强急剧增大,产生回流.计算出的壁面压力系数与实验结果符合很好.

对比不同空化数下的壁面压力系数(图5)可见,空化数是导致空化程度的最主要因素:随着空

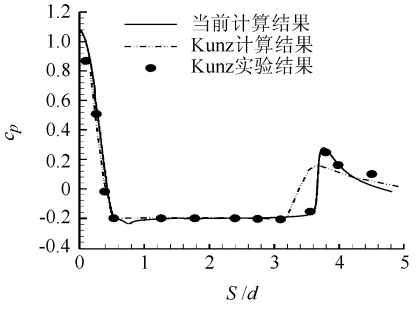


图4 $\sigma=0.1,0.2$ 时的壁面压力系数

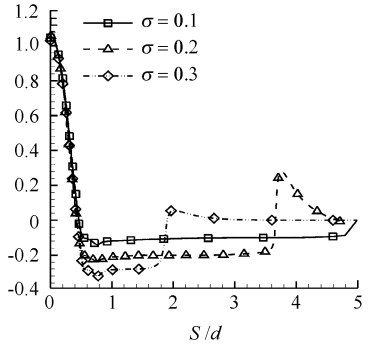


图5 不同空化数下的壁面压力系数

化数的增加,空化区域(图中的压力平台区)不断缩小.

3.2 圆柱钝头体尾迹与超空化计算

在上面计算的基础上,计算了空化数为0.2,0.1和0.06时空化流动的尾迹,为了计算球形钝头体弹体的尾迹,对前面的计算网格进行了修改,在上述250×120网格的基础上,尾部加了一块200×60的矩形网格.为了更好的对比结果,取上面计算时的来流条件.网格如图6所示.

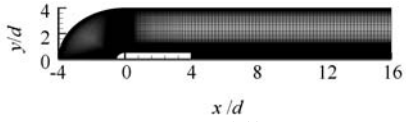
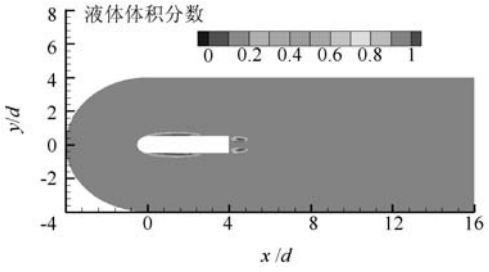
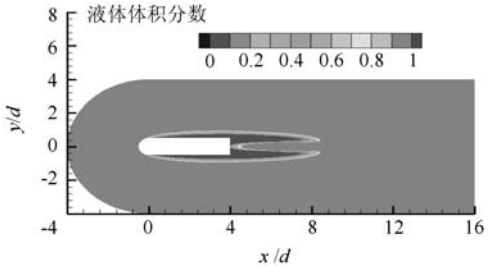


图6 超空化计算网格

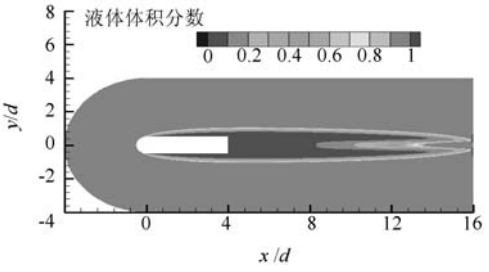
图7分别给出了空化数分别为0.2,0.1以及0.06时的计算结果.在空化数为0.2时弹体肩部出现空化区域,弹体尾部有两个局部涡状流,如图7a所示;当空化数为0.1时,肩部的空化区域增大,弹体尾部的旋涡尺寸也增大,并与肩部的空化区域相连接,见图7b;当空化数为0.06时,空化区域将整个弹体包络,产生超空化现象,见图7c.



a $\sigma=0.2$



b $\sigma=0.1$



c $\sigma=0.06$

图7 空化数 $\sigma=0.2,0.1,0.06$ 时液相体积分数对比

(下转第1199页)