基于投影约束的C臂外参数优化方法

王田苗 栾 胜 胡 磊

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100191)

摘 要：C臂外参数计算是手术导航系统实现图像空间与手术空间映射的关键环节.标记点提取误差将使外参数偏离真值.采用投影方法系统分析选点误差对外参数计算的影响，发现相机光轴方向平移参数收敛性弱、易受误差干扰.利用不同平面上投影距离之比作为约束对线性方法所得外参数进行修正.借鉴二/三维图像配准方法，采用修正后的估计外参数与已标定内参数进行重投影，根据几何方法直接求出外参数修正量，避免反复迭代优化.仿真结果表明，该标定方法对误差具有一定免疫性，能够提高外参数精度.

关 键 词：相机标定；误差分析；图像配准

中图分类号：TP 391

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2008)07-0747-04

Reproject and correct optimization in determining C-arm extrinsic parameters based on geometry constraints

Wang Tianmiao Luan Sheng Hu Lei

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The precision of C-arm extrinsic parameters is critical to computer assisted surgery systems to implement the registration of X-ray image and surgery physical space intraoperatively. Feature point extraction errors may cause deviation of extrinsic parameters using current calibration methods. A projection method was adopted to literally analyze the influence of point error to the precision of extrinsic parameters and among the parameters the translation along the optical axis was found to be less convergent and prone to fall in false optimum state. A statistical projection ratio applying geometry constraints was presented as a restriction to rectify the initial parameter estimated using linear method along the optical axis, so that a coarse transformation between the world coordinate and the camera coordinate can be determined. A 'reproject and correct' approach was proposed to correct the estimated extrinsic parameters based on the reprojection of the physical space to images with intrinsic parameters preoperatively determined and calculate the extrinsic parameters directly without iteration. Simulation results show that this method is more robust and precise compared to the current linear calibration method.

Key words: calibration; error analysis; image registration

骨科临床手术中通常采用C臂建立图像坐标系与手术空间坐标系间的映射关系，C臂外参数计算是实现2D/3D图像配准[1-2]、X线图像三维重建[3-4]以及虚拟X线影像导航[5]的基础，由于常规C臂采集图像噪声较大，标记点提取可能存在误差，进而影响C臂外参数的标定精度以及导航系统精度.

相机标定问题研究已较为深入，但多集中于

收稿日期：2007-06-20

基金项目：国家杰出青年科学基金资助项目(60525314)；国家科技支撑计划资助项目(2006BAI03A16)；北京市科技计划资助项目(H060720050230)

作者简介：王田苗(1960—)，男，湖北武汉人，教授，wtm_itm@263.net.

投影矩阵计算[6-8]，对外参数计算研究仍较少. 目前配准应用中或利用四元数建立线性空间映射[9]，但不便有效反映投影参数准确性；或采用非线性优化方法[1,10]，需迭代优化不利于术中计算.

因此，本文在分析影响C臂外参数精度主要因素的基础上，采用具有一定统计意义的投影约束，减小深度方向参数误差，利用不同平面上投影距离之比得到该方向位移. 借鉴二/三维图像灰度配准中模拟投影方法，首先利用线性方法初步估计外参数，并以标定后已知内参数重新投影，根据几何方法直接求出外参数修正量. 这样在满足精度要求的同时，避免反复迭代优化，更有利于术中实时计算，保证导航系统的精度.

1 C臂外参数计算

C臂与普通相机不同，被拍摄物位于发射端与接收成像端之间，参见图1，且焦片距较长，单位像素对应物理尺寸较大.

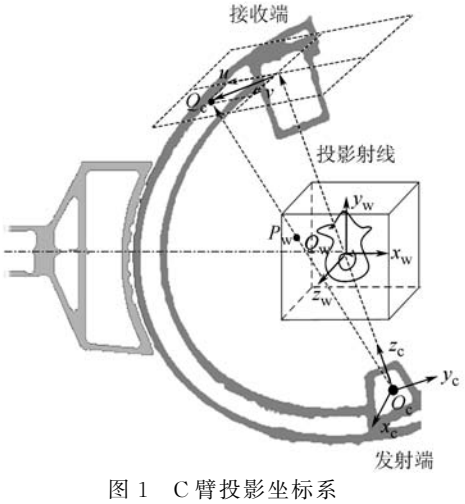


图1 C臂投影坐标系

不同于一般相机标定过程：由于C臂X线成像受磁场等影响具有较大失真，术前必须利用均匀分布大量标记点的校正板校正图像本身的失真[11]；然后利用标定板进行相机标定，获得相机内参数. 由于术中采集图像其失真已得到校正，可认为符合线性模型，根据小孔成像原理建立如下变换：

$$z_c[u\ v\ 1]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{M}\ [\boldsymbol{X}_w^{\mathrm{T}}\ 1]^{\mathrm{T}}$$

其中 $\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{M}$ 分别为与内、外参数对应的变换矩阵. 为便于下文说明，将变换矩阵 $\boldsymbol{M}$ 前3行向量作如下表示：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_1\\ \boldsymbol{M}_2\\ \boldsymbol{M}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x\\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y\\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z\end{bmatrix} = [\boldsymbol{R}_w^c \quad \boldsymbol{T}_c]$$

其中，$r_{ij}(i,j=1,2,3)$ 为旋转矩阵参数；$t_i(i=x,y,z)$ 为平移参数.

每一标记点空间坐标 $\boldsymbol{X}_w$ 及其图像坐标 (u,v) 满足以下方程：

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{X}_w^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{A}_1 + a - u\boldsymbol{X}_w^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{A}_3 = u\\ \boldsymbol{X}_w^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{A}_2 + b - v\boldsymbol{X}_w^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{A}_3 = v\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

由至少6个标记点构成方程组求解 $\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\boldsymbol{A}_3$（均为三维列向量）及 a 和 b 共11个未知量，再由此分解得到矩阵 $\boldsymbol{M}$. 由于 $\boldsymbol{A}_3$ 较易分解，一般利用旋转矩阵 $\boldsymbol{R}_w^c$ 理论上为正交阵的特性，得到相机光轴 z_c 方向平移参数：

$$t_z = 1/\|\boldsymbol{A}_3\| \tag{2}$$

及 x_c 和 y_c 方向平移量：

$$t_x = (a-u_0)t_z/k_1 \qquad t_y = (b-v_0)t_z/k_2$$

其中 k_1,k_2,u_0,v_0 为已知相机内参数. 旋转参数则以 $\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{R}_3$ 表示 $\boldsymbol{R}_w^c$ 的3个行向量：$\boldsymbol{R}_3 = \boldsymbol{A}_3 t_z$，$\boldsymbol{R}_1 = (\boldsymbol{A}_1 t_z - u_0\boldsymbol{R}_3)/k_1$，$\boldsymbol{R}_2 = (\boldsymbol{A}_2 t_z - v_0\boldsymbol{R}_3)/k_2$. 可知若 t_z 存在误差，则将依次传递至其它外参数.

2 外参数误差源分析

由式(1)可知标记点空间坐标 $\boldsymbol{X}_w$ 及图像坐标 (u,v) 的位置误差都可能影响外参数精度. 因本文着重研究配准过程，其标记点三维坐标一般由加工精度保证，此处仅分析图像选点误差的影响.

由于实际目标物投影实验无法估计误差的量级大小，因此采用仿真投影针对误差及其影响进行实验. 选点误差可认为是高斯噪声. 根据给定外参数通过理论计算得到准确投影点，标记点图像坐标加入高斯噪声，将该图像坐标与对应三维空间坐标代入式(1)得到估计外参数. 以C臂正位拍摄为例，在选点误差为 $\sigma=2$ 条件下进行实验，外参数相对真值偏差的计算结果见图2. 可知各外参数受误差影响的程度不同，其中 t_z 曲线起伏最为显著.

分析其原因，单幅图像不易判断相机深度信息，这也体现于不同外参数收敛特性. 以图像平面内估计投影点与实际投影点平均距离为目标函数：

$$F = \frac{1}{N}\left\{\sum_{i=1}^{N}[(\tilde{u}-u)^2 + (\tilde{v}-v)^2]\right\}^{1/2} \tag{3}$$

分别改变各外参数得到 F 值相对平移/旋转各外参数的变化曲线，如图3所示. 可知 t_z 方向为下方平缓曲线，与其它参数曲线相比无明显极值点，表明 F 值在 t_z 方向不易收敛. 直接采用传统线性方法易于受误差干扰，因此，需加入其它有效约束，

并利用具有多点平均特性的参量减小误差影响.

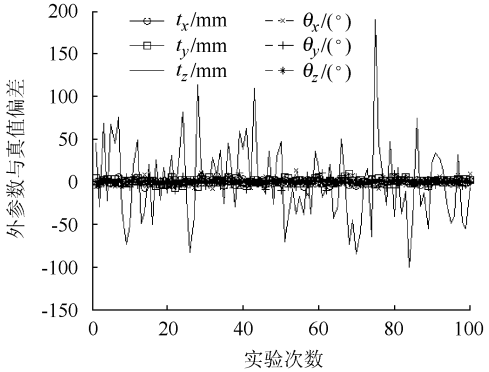


图 2　外参数偏差

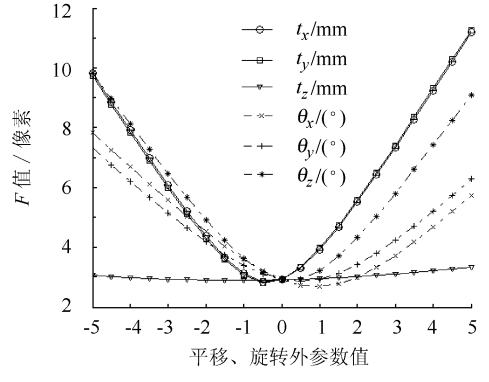


图 3　外参数真值附近 F 值曲线

3　距离投影约束

针对 t_z 收敛性弱、易受干扰的问题,利用具有统计意义的投影距离比值根据已知内参数尽量使 t_z 接近真值.为克服误差影响,应引入其它具有统计平均意义的约束条件.相对于传统相机标定,C 臂外参数计算的便利条件是内参数已知.本文利用多个标记点间距离的投影至不同平面形成的几何关系作为约束条件,以提高 t_z 计算精度.

给定光源在空间中的位置和投影向量(即世界坐标系中图像所在平面的法线方向),光线通过标记点中 P_1 和 P_2 两点分别投影至图像平面即 Q_1 和 Q_2 两点,而在世界坐标系原点所在的投影平面(以下简称过零点平面)上可得投影点为 P_1' 和 P_2' 两点.参见图 4,设光源到过零点平面的距离为 d_z,根据几何原理,则其与焦距 f 之比等于 $\overline{P'_1P'_2}$ 与 $\overline{Q_1Q_2}$ 两线段距离之比,即

$$s = d_z/f = \overline{P'_1P'_2}/\overline{Q_1Q_2} \tag{4}$$

根据多个标记点投影点之间距离加以平均,得到 t_z 接近真值.仍采用前述试验方法,加入 $\sigma=2$ 的高斯误差,当 d_z 相对真值在 ± 10 mm 范围内变化时,计算得到的比值 s 见图 5a;当投影点沿 t_x 和 t_y 方向相对真值在 ± 10 mm 范围内变化时所得到比值 s 见图 5b;另外,s 相对旋转参数的变化与图 5b 一致.可知 s 在不同外参数条件下基本保持不变.

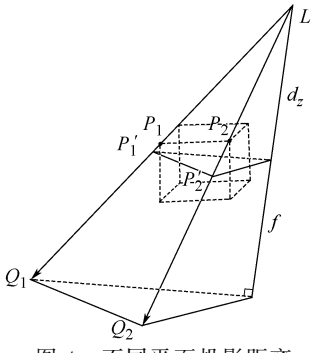
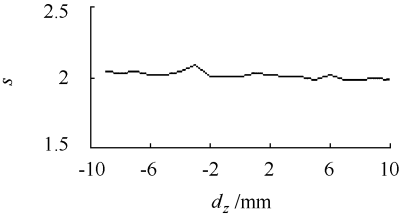
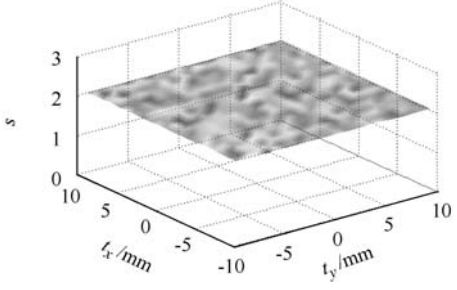


图 4　不同平面投影距离



a　s 随 d_z 变化曲线



b　s 随 t_x 和与 t_y 变化曲线

图 5　s 随外参数变化曲线

4　重投影修正的优化方法

在 t_z 方向参数基本确定的基础上,针对根据传统线性方法误差免疫能力弱的不足,通过投影关系建立几何约束,由已知内参数保证投影约束的准确性,根据估计外参数进行重投影,则外参数误差即可体现于投影平面上.此处根据点集重心位置不变的约束,由几何关系确立优化搜索方向直接估计修正量,最终得到优化后的外参数.参见图 6,各标记实际投影点为 P_i,经线性计算后得到估计内外参数,利用估计外参数与已知内参数重新投影得到估计投影点 $\widetilde{P}_i$,再以二维点集之间变换反推三维投影旋转或平移的修正量.

尽管已知相机内参数,但由于 $\boldsymbol{M}$ 矩阵非线性,不易求解 6 个未知外参数,因此仍需转化为常用的 11 个参数的 $\boldsymbol{A}$ 向量来求解,获得 $\widetilde{\boldsymbol{M}}$ 矩阵,并

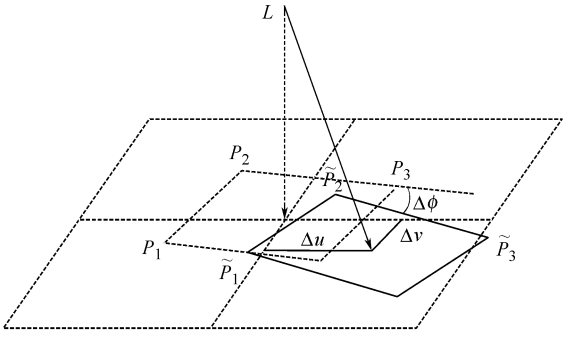


图 6 标记点重投影

分解得到内外参数. 为克服误差影响,用已知内参数替代此处计算所得内参数,并以估计外参数$\widetilde{\boldsymbol{T}}$和$\widetilde{\boldsymbol{R}}$建立投影矩阵,进行重投影,获得估计投影点.

$$\left.\begin{aligned}\tilde{u}&=k_1\frac{\widetilde{\boldsymbol{M}}_1\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}}{\widetilde{\boldsymbol{M}}_3\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}}+u_0\\ \tilde{v}&=k_2\frac{\widetilde{\boldsymbol{M}}_2\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}}{\widetilde{\boldsymbol{M}}_3\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}}+v_0\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

首先根据点集重心不变的约束,利用二维点集坐标变换 SVD 方法[12]计算实际点集相对估计点集在图像平面内的偏移量(Δu,Δv,$\Delta\phi$),进而估计出投影外参数的校正量. 由于焦距 f 基线较长,角度误差在图像平面将产生较大偏移. 因此应首先克服旋转角度误差,修正参数如下:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\theta_x&=-\Delta v/k_2\\ \Delta\theta_y&=\Delta u/n\\ \Delta\theta_z&=\Delta\phi\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

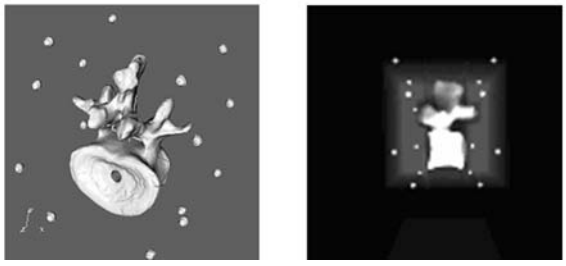
在此基础上可认为只有平移误差,再重投影修正平移误差. 这样不必采用代数方法迭代计算,利用投影约束直接确定重投影修正优化方向,即可得到修正后的外参数值.

5 实验结果

本文以 X 线二维图像与三维空间配准为背景,在体模上设立若干标记点,断层扫描获得体数据,以不同投影参数生成模拟 X 线图像,与实际 X 线图像比较直至完全匹配,即可获得投影参数. 本实验的标记点实验数据取自配准实验所用体模(参见图 7).

以体模标记点数据为基础进行投影,获得估计投影点坐标,仍以 C 臂正位投影为例,按照本文方法与原线性方法分别计算各外参数相对真值之差异的均值及标准差,见表 1. 修正后,t_z 误差明显减小,其它方向外参数误差也保持较小.

图 8 为重投影修正仿真结果. 修正后的重新投影点与加入误差的真实投影点基本一致.



a 三维重建图像 b DRR 投影图像

图 7 体模三维与模拟投影图像

表 1 修正前后外参数均值与标准差

外参数	均值		标准差	
	修正前	修正后	修正前	修正后
t_z/mm	1.63	−0.15	25.0	0.73
t_x/mm	−0.47	0.01	5.69	0.23
t_y/mm	0.66	0.02	5.29	0.25
θ_x/(°)	0.46	0.12	9.33	0.45
θ_y/(°)	0.62	−0.13	7.23	0.37
θ_z/(°)	0.09	0.03	1.36	0.13

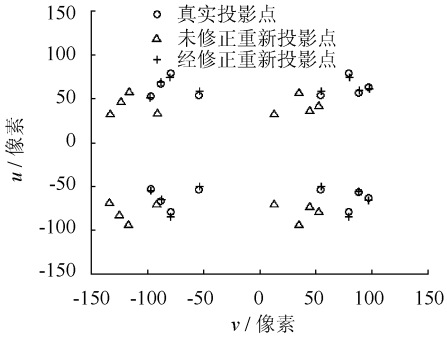


图 8 投影优化结果

6 结束语

针对误差因素对外参数计算过程本身的影响,本文采用仿真投影进行误差分析,通过与理论真值比较,认为相机光轴方向平移参数是影响外参数精度的关键,在该方向不易收敛,易于受误差因素干扰偏离真值. 利用具有统计意义的投影距离比值抑制相机光轴方向平移误差;同时,针对传统投影方法对误差敏感的不足,以相机投影约束为基础进行重投影,并根据几何关系直接估计修正量,最终得到优化后的外参数. 该方法避免迭代优化,并有效利用了投影中的几何约束,具有准确、快速的特点. 本文针对二维图像标记点误差进行分析,但在一些导航应用中,三维选点也可能出现偏差,其外参数的优化计算也是今后研究的重要内容.

(下转第 777 页)