基于湍流尺度的混合 RANS/LES模型

李 斌 吴颂平

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 比较 BL (Baldwin-Lomax)湍流模型的内层模型与 Smagorinsky亚格子模型, 两者的主要差别在于湍流尺度的计算方法不同,而 RANS(Reynolds Average Numerical Simulation)方程组与 LES(Large Eddy Simulation)方程组在形式上又是相同的. 基于这两点,发展了 RANS/LES混合模型. 该模型是在网格滤波尺度与到壁面的距离相等处将流场分区,在近壁区直接求解 RANS方程组,在远离壁面区域,求解 LES方程组. 为了保证湍流粘性系数在内外层分界处的光滑过渡,内外层湍流粘性系数通过混合函数连接. 混合方法减轻了对壁面附近网格分辨率的要求和时间步长的限制,因此比 LES所需的计算成本少. 用该混合模型模拟了绕双椭球的高超音复杂流场,结果表明采用混合模型可以准确地模拟可压缩湍流流场.

关 键 词: 湍流模型; 大涡模拟; 可压缩流

中图分类号: V 211. 3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2008)07-0755-04

Hybrid RANS/LES model based on turbulent scale

Li Bin Wu Songping

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The main difference between the inner model of BL (Baldwin-Lomax) turbulent model and the Smagorinsky subgrid model lays in the different methods to calculate the turbulent scale. The governing equations of RANS(Reynolds average numerical simulation) and LES(large eddy simulation) are of same form. A hybrid RANS/LES model is developed here based on above observations. The governing equations of RANS are solved in inner region and the governing equations of LES are solved in outer region. A blending function is used to combine inner and outer turbulent viscous coefficients. The computational cost can be reduced compared with LES model. The hypersonic flow over double ellipsoidal spheres is simulated using the present model. Comparing with the experiment and the data of RANS model, the results show that the approach is validated.

Key words: turbulence model; large eddy simulation; compressible flow

目前求解湍流流场主要有 3种方法: RANS (Reynolds Average Numerical Simulation)、LES (Large Eddy simulation)和 DNS(Direct Numerical Simulation). RANS广泛地应用于复杂结构的工程计算,它对所有的湍流尺度进行模化后求解经过雷诺平均的 Navier-Stokes方程组,给出流场的统计平均量. DNS直接求解流场中所有的尺度,这导致 DNS的计算量非常大,通常所需网格点数约为 $Re^{\frac{9}{4}}$ (Re为雷诺数). LES是在综合考虑目前工程应用的要求以及计算能力局限的条件下发展起来的一种介于 RANS与 DNS之间的湍流数值方法,其基本思想是大尺度量通过直接求解 Navier-Stokes方程得到,小尺度量对大尺度量的影响则是通过亚格子模型实现的. LES的理论依据是:小尺度脉动更趋于各项同性,受边界条件的影响要比大尺度脉动小,所以可能存在通用的模型. 然而对于近壁湍流,流动结构具有很强的各向异性,不满足 LES亚格子模型的各向同性假设,要精确求解近壁湍流不仅需要复杂的亚格子模型,而且所需的网格尺度也趋于 DNS的网格要求. 对于很多

收稿日期: 2007-06-05

作者简介: 李 斌 (1978 -),男,黑龙江海伦人,博士生, baal@mse. buaa. edu. cn. 现工作于中国空空导弹研究院.

工程问题,并不关心近壁区的湍流脉动量,因此在近壁区湍流可以采用 RANS模拟,以降低计算量. 混合模型方法正是基于这种思路,在近壁区采用 RANS方法求解湍流边界层流动,而在远离壁面区域采用 LES方法. 文献[1]将 SA(Spalart Allmaras)模型中距壁面最小距离 d替换为 $d=\min(d, C_{DES}\Delta)$,其中 C_{DES}为模型常数,Δ为过滤宽度,当 $d\leq C_{DES}\Delta$,该模型为 SA模型,反之为 Smagorinsky亚格子模型. 文献[2]基于 SST模型发展了一种混合模型,该模型将湍动能输运方程中湍流长度尺度 L_t替换为 $L_t=\min(L_t, C_{DES}\Delta)$,并成功模拟了非定常大攻角下的涡运动. 文献[3-4]用混合方法分别模拟了回流与超音速条件钝体底部阻力. 文献[5]用混合模型研究具有横向喷流的湍流流场,文献[6]用混合 RANS/LES方法研究分离流动,文献[7]用混合方法模拟翼型失速特性,并与实验结果进行了对比. 上述数值模拟表明该方法模拟湍流流场是有效的.

比较 BL(Baldwin-Lomax)模型[8]的内层模型与传统的 Smagorinsky亚格子模型[9],两者的主要差别在于湍流尺度的计算方法不同. 通过内外区湍流尺度计算方法的改变,本文发展了一种新的混合 RANS/LES方法.

1 控制方程组

对于可压缩湍流,Favre平均的 RANS方程组为

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_j)}{\partial x_j}=0 \tag{1a}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}\hat{u}_i\hat{u}_j)}{\partial x_j}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}+\frac{\partial\tau^t_{ij}}{\partial x_j} \tag{1b}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}E)}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}\hat{E}+\bar{p})\hat{u}_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial\hat{q}_j}{\partial x_j}-\frac{\partial Q^t_j}{\partial x_j}+\frac{\partial(\sigma_{ij}\hat{u}_i+\tau^t_{ij}\hat{u}_i)}{\partial x_j} \tag{1c}$$

$$\bar{p}=\bar{\rho}R\hat{T} \tag{1d}$$

式中 $\hat{E}=\bar{\rho}C_v\hat{T}+\frac{1}{2}\hat{u}_k\hat{u}_k$

而 Favre过滤的 LES控制方程组为

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}u_j)}{\partial x_j}=0 \tag{2a}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}u_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}u_iu_j)}{\partial x_j}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}+\frac{\partial\tau^s_{ij}}{\partial x_j} \tag{2b}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}E)}{\partial t}+\frac{\partial((\bar{\rho}E+\bar{p})u_j)}{\partial x_j}=-\frac{\partial q_j}{\partial x_j}-\frac{\partial Q^s_j}{\partial x_j}+\frac{\partial(\sigma_{ij}u_i+\tau^s_{ij}u_i)}{\partial x_j} \tag{2c}$$

$$\bar{p}=\bar{\rho}RT \tag{2d}$$

式中 $E=\bar{\rho}C_vT+\frac{1}{2}u_ku_k$

对比方程组(1)与方程组(2),这 2个方程组形式完全相同,并且都需要引入湍流模型进行封闭. 其中 u_i与 x_i为 i方向的速度与坐标;ρ, p和 T分别是密度、静压和静温;R为气体常数;C_v为气体的定容比热;σ_{ij}为分子粘性应力张量;μ_t为湍流粘性系数;μ_l为层流粘性系数,由 Sutherland公式计算. σ_{ij}表达式为

$$\sigma_{ij}=\mu_l\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\mu_l\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)$$

RANS方程组中湍流应力张量和湍流热通量分别表达为

$$\tau^t_{ij}-\frac{1}{3}\tau^t_{kk}\delta_{ij}=2\mu^t_t\left(\hat{s}_{ij}-\frac{1}{3}\delta_{ij}\hat{s}_{kk}\right) \tag{3}$$

$$Q^t_j=-k^t_t\frac{\partial\hat{T}}{\partial x_j} \tag{4}$$

亚格子应力和亚格子热通量表达为

$$\tau^s_{ij}-\frac{1}{3}\tau^s_{kk}\delta_{ij}=2\mu^s_t\left(s_{ij}-\frac{1}{3}\delta_{ij}s_{kk}\right) \tag{5}$$

$$Q^s_j=-k^s_t\frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{6}$$

$$\delta_{ij}=\begin{cases}1 & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases}$$

其中,$k^t_t=\frac{C_p\mu^t_t}{Pr_t}$;$k^s_t=\frac{C_p\mu^s_t}{Pr_t}$;$Pr_t$为湍流 Prandtl数,$Pr_t=0.9$;$C_p$为比定压热容.

2 湍流模型

BL模型计算简单,计算量小,在工程计算中应用非常广泛,因而一直受到工程人员的重视.

采用 BL模型时湍流粘性系数定义为

$$\mu^t_t=\begin{cases}(\mu^t_t)_{inner} & y\leq y_{cros}\\ (\mu^t_t)_{outer} & y>y_{cros}\end{cases} \tag{7}$$

内层湍流粘性系数定义为

$$(\mu^t_t)_{inner}=\bar{\rho}l^2_{mix}|\omega| \tag{8}$$

其中 y_{cros}是内、外两层具有相同湍流粘性系数 μ^t_t的点与壁面的法向距离. 混合长度定义为

$$l_{mix}=\kappa y\left[1-\exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right)\right] \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}y^+&=\frac{y\sqrt{\rho_w\tau_w}}{\mu_w}\\ A^+&=26\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$|\omega| = \sqrt{\left(\frac{\partial \hat{w}}{\partial y} - \frac{\partial \hat{v}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial z} - \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} - \frac{\partial \hat{u}}{\partial y}\right)^2} \tag{11}$$

外层湍流粘性系数定义为

$$(\mu_t^t)_{outer} = K \cdot C_{cp} \cdot \rho \cdot F_{wake} \cdot F_{kleb}(y) \tag{12}$$

其中, K为 Clauser常数; C_{cp}是一附加常数.

$$F_{wake} = \min(y_{max} F_{max}, C_{wk} y_{max} u_{dif}^2 / F_{max}) \tag{13}$$

$$F_{kleb}(y) = \left[1 + 5.5\left(\frac{C_{kleb} y}{y_{max}}\right)^6\right]^{-1} \tag{14}$$

$$u_{dif} = (u^2 + v^2 + w^2)_{max} - (u^2 + v^2 + w^2)_{min} \tag{15}$$

y_{max}和 F_{max}由函数

$$F(y) = y|\omega|[1 - \exp(-y^+/A^+)] \tag{16}$$

确定. F_{max}是函数 $F(y)$的最大值, y_{max}是与此最大值位置对应的 y值.

模型中常数分别为: $C_{cp} = 1.6$, $C_{kleb} = 0.3$, $C_{wk} = 0.25$, $K = 0.0168$.

传统的 Smagorinsky亚格子模型粘性系数定义为

$$\mu_t^s = \bar{\rho} l_{smg}^2 |s_{ij}| \tag{17}$$

其中,变形率张量 $s_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$,混和长度定义为

$$l_{smg} = C_s \Delta\left[1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right)\right] \tag{18}$$

式中 C_s为 Smagorinsky模型系数.

比较式(8)与式(17),两者的主要差别在于湍流尺度的计算方法不同.

文献[6]用混合 BL模型与 Smagorinsky模型研究分离流动.内层采用 BL模型,外层采用 Smagorinsky模型.并且以 $\mu_t^t = \mu_t^s$位置 η处区分内外层.等效湍流粘性系数具体定义为

$$\mu_e = \begin{cases} \mu + \mu_t^t & y \le \eta \\ \mu + \mu_t^s & y > \eta \end{cases} \tag{19}$$

该混合 RANS/LES模型与文献[6]的混合模型主要区别在于内外层边界确定方法.本文以湍流长度尺度区分内外层,借鉴文献[1]构造模型思路,可作如下混合模型:

$$\mu_e = \begin{cases} \mu + \mu_t^t & \kappa d \le l_{smg} \\ \mu + \mu_t^s & \kappa d > l_{smg} \end{cases} \tag{20}$$

其中,常数 $\kappa = 0.4$.

值得注意的是该混合 RANS/LES模型与 Smagorinsky-Lilly亚格子模型形式非常相似. Smagorinsky-Lilly亚格子模型湍流粘性系数定义为

$$\mu_t^s = \bar{\rho} L_s^2 |s_{ij}| \tag{21}$$

湍流长度 L_s定义为

$$L_s = \min(\kappa d, C_s \Delta) \tag{22}$$

这说明,在基于湍流尺度的混合 RANS/LES模型中,混合湍流粘性系数的表达是合理的.

为了保证湍流粘性系数在内外层分界处的光滑过渡,内外层湍流粘性系数通过混合函数连接.具体表达形式为

$$\mu_e = \chi(b)\mu_t^s + [1 - \chi(b)]\mu_t^t \tag{23}$$

混合函数 $\chi(b)$定义为

$$\chi(b) = \frac{1}{2} + \tanh\frac{C_1(0.4b - C_2)}{0.2(1 - 2C_2)b + C_2} \Big/ 2\tanh(C_1) \tag{24}$$

其中, $b = \kappa d / C_s \Delta$, $C_1 = 4$, $C_2 = 0.2$ 当 $b = 0$时, $\chi(b) = 0$,此时 RANS起作用;当 $b = 1$时, $\chi(b) = 0.98$,此时 LES占主要地位.混合函数 $\chi(b)$见图 1.

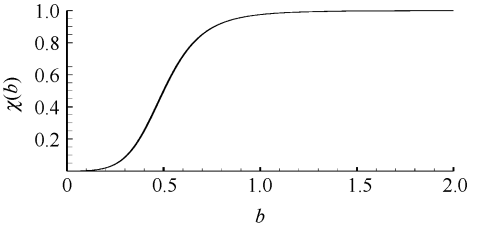


图 1　混合函数 χ(b)

3　数值方法与数值结果

对流项采用 AUSMDV格式离散,粘性项采用二阶中心差分,时间推进采用双时间步的 LUSGS方法.作为验证算例,本文用混合模型模拟了绕双椭球的高超声速流动,并与计算结果[10]和实验[11]进行了对比.自由来流马赫数 $Ma_\infty = 8$, $Re = 4.26 \times 10^6$,攻角 $\alpha = 0°$,侧滑角 $\beta = 0°$,来流温度 $T_\infty = 63.77$ K,来流密度 $\rho_\infty = 0.042$ kg/m^3.壁面为绝热壁.总网格点数约 240万.图 2和图 3是对称面内的流向速度等值线和等压线分布,说明混合湍流模型较好的捕捉到了该外形头部的弓形激波和坐舱罩处的二次激波.图 4和图 5分别给出了双椭球对称面内上下表面沿流向的压力分布. 3条曲线只在上表面第 2峰值附近有些区别,其它部分符合的很好.图 4表明上表面双椭球头部驻点区是高压区,随后压强迅速下降,之后在上球头附近形成第 2个高压区,曲线上表现为压强出现第 2个峰值.在压强的第 2个峰值前,压强有一个小的跳跃,这是由于二次激波与边界层干扰形成的复杂流场造成的,而 RANS并没有给出这个变化趋势.压强在过第 2个峰值后,迅速降低,且变化趋于平缓.图 5中,在双椭球头的高压区后,压强迅速下降,并趋于平缓.结果表明,混合模型能

更好的捕捉压强的变化趋势. 图 6给出了不同位置边界层内平均速度分布与理论值的对比,结果符合的很好. u^+由 van Driest等效速度计算.

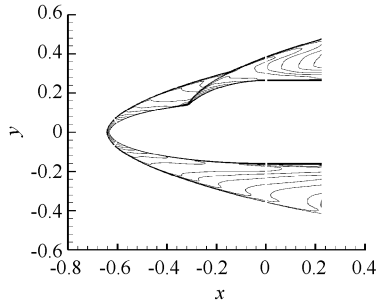


图 2 $Ma_\infty = 8$的对称面流向速度等值线

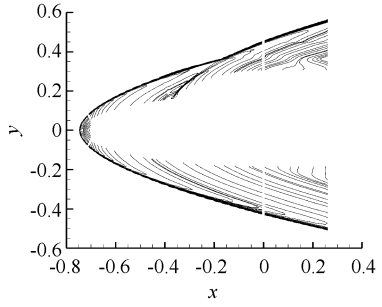


图 3 Ma_∞的对称面等压力线

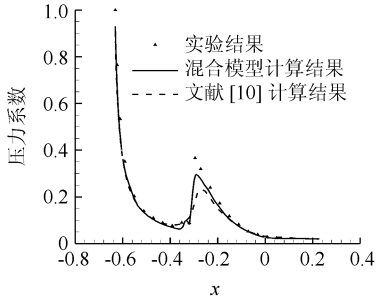


图 4 对称面内上表面压力分布

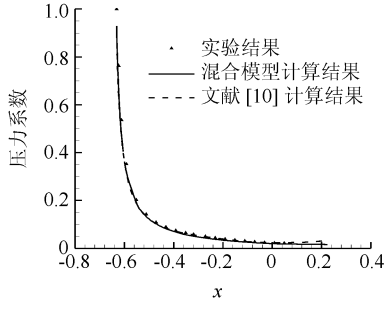


图 5 对称面内下表面压力分布

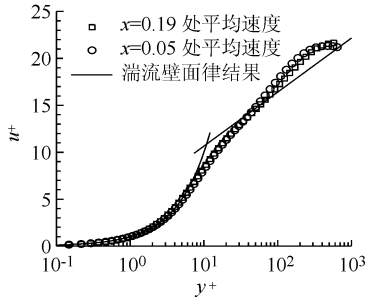


图 6 不同位置的平均速度型

计算结果与实验和计算进行对比表明,混合模型能够得到较好的湍流场.

4 结束语

借鉴 Spalart提出的混合模型思想,本文提出了一种新的基于湍流尺度的混合 RANS/LES模型. 使用混合方法减轻了对壁面附近网格分辨率的要求和时间步长的限制,因此比 LES所需的计算成本少. 采用混合 RANS/LES模型对绕双椭球高超声速湍流流场进行了模拟,计算结果与 RANS结果及实验进行了对比,结果表明混合模型能更好的模拟湍流流场.

参考文献 (References)

[1] Spalart P R, Jou W H, StreletsM, et al. Comments on the feasibility of LES for wing and on a hybrid RANS/LES approach [C]// Liu C, Liu Z. Advance in DNS/LES, 1st AFOSR Int Conf on DNS/LES. Columbus: Greyden Press, 1997: 137 - 148

[2] Strelets M. Detached eddy simulation of massively separated flows[R]. AIAA-01-0879, 2001

[3] Davidson L. Hybrid LES-RANS: a one-equation SGS model combined with a k-ω model for predicting recirculating flows [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2003, 43: 1003 - 1018

[4] James R F. Detached eddy simulation of a supersonic axisymmetric base flow with an unstructured solver[R]. AIAA-00-2410, 2000

[5] 刘学强,伍贻兆. 用 DES数值模拟具有横向喷流的紊流流场 [J]. 航空学报, 2004, 25(3): 209 - 213
Liu Xueqiang, Wu Yizhao. The computation of the lateral jet turbulence flow using DES method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(3): 209 - 213 (in Chinese)

[6] 肖志祥,陈海昕,李启兵,等. 采用 RANS/LES混合方法研究分离流动 [J]. 空气动力学学报, 2006, 24(2): 218 - 222
Xiao Zhixiang, Chen Haixin, Li Qibing, et al. Simulation of separation flows with RANS/LES hybrid methods [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2006, 24(2): 218 - 222 (in Chinese)

[7] 李栋. Detached eddy simulation方法模拟不同类型翼型的失速特性 [J]. 航空学报, 2005, 26(4): 406 - 410
Li Dong. Detached eddy simulation for airfoil stall [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(5): 406 - 410 (in Chinese)

[8] Baldwin B, Lomax H. Thin-layer approximation and algebraic model for separation flows[R]. AIAA 78-257, 1978

[9] Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equations I The basic experiment [J]. Mon Weather Rev, 1963, 91: 99 - 164

[10] Liu Jingyuan, Lee Chunhian. A two-equation model for high speed compressible turbulence[C]//Li Chunhian. East West High Speed Flow Field Conference 2005. Beijing: [s n], 2005: 422 - 438

[11] Li S X, Chen Y K, Li Y L. Hypersonic flow over double ellipsoid: experimental investigation[R]. AIAA-97-2287, 1997

(责任编辑:赵海容)