基于连续小波变换的飞行器结构模态参数辨识

武晓东 邓忠民

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 给出了一种基于连续小波变换的多输入多输出MIMO(Multiple-Input Multiple-Output)飞行器结构模态参数的辨识方法. 对结构离散运动方程进行连续小波变换建立了小波域内的系统AR(Auto Regression)模型, AR模型的系数矩阵决定着系统的动力学特性, 可以通过最小二乘法求得. 模态参数可以通过求解由AR系数矩阵构成的特征矩阵的特征值来获得. 与已有基于小波变换的模态参数辨识方法相比, 该方法应用了连续小波的时移共变性和小波变换的滤波能力来确保辨识的效率. 在辨识过程中, 采用优化算法提高了辨识的精度和稳定性. 算例仿真结果表明该方法具有较高的计算精度和稳定性, 能用于飞行器结构模态参数的辨识.

关 键 词: 小波变换; 辨识; 动力学响应

中图分类号: TU 311.3

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2008)07-0778-04

Modal parameters identification for flight vehicle based on the continuous wavelet transforms

Wu Xiaodong Deng Zhongmin

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A multi-input multi-output (MIMO) method for identifying flight vehicle structure modal parameters was proposed based on the continuous wavelet transforms. The auto regression (AR) model in the wavelet domain was established by applying the continuous wavelet transform to discrete equations of motion. The coefficient matrices of the AR model, which determine the dynamic characteristics of the system, were calculated through the least squares approach. The modal parameters were then computed by solving eigenvalues of eigenmatrix constructed by these coefficient matrices. Optimization algorithm was used to improving accuracy and stability of proposed approach in process of identification. The advantages of the proposed approach over the exiting methods of applying the wavelet transform to modal parameters identification are in use of the time invariance property and filtering ability of the transform to enhance the efficiency of identification. Simulation result shows this method is accurate and stable and can be used to identify flight vehicle structure modal parameters.

Key words: wavelet transforms; identification; dynamic responses

模态参数代表了飞行器结构系统振动特性的主要特征, 准确地识别出系统的各阶模态参数对飞行器结构振动控制有着重要的意义. 模态参数的辨识主要是在时域或频域内进行的, 基于频域的辨识方法实现起来比较简单, 但由于傅里叶功率谱泄露等问题导致辨识的精度不是很高[1], 时域辨识方法在响应数据没有干扰的情况下精度很高, 在有噪声干扰的情况下时域法的精度急剧下降[2].

小波变换作为一种时频联合方法, 近年来在

收稿日期: 2007-06-13

作者简介: 武晓东(1983-), 男, 山西大同人, 硕士生, xiaodong4567@163.com.

模态参数辨识领域取得了不少进展[3-6]. 目前, 基于小波变换的参数辨识方法大部分研究工作在识别中采用 Morlet小波, 且识别过程大同小异, 多利用小波脊线与频率的关系. 这些工作存在一些不足的地方: ①没有利用连续小波时移共变性, 该特性可以大大减少参数辨识的计算量; ②大多是对弱阻尼下自由衰减振动进行辨识, 适应性有限.

本文对飞行器结构系统的动力学响应进行连续小波变换, 利用其时移共变性的特点, 仅仅在某个固定的尺度上对响应数据和激励进行一次小波变换, 得到所需的小波系数, 利用这些小波系数确定了系统的 AR 模型以及特征矩阵, 模态参数的辨识就转化为求特征矩阵的特征值和特征向量.

1　连续小波变换

将任意 $L^2(R)$空间中的函数 $f(t)$在小波基函数 $\phi(t)$下展开, 称这种展开为函数 $f(t)$的连续小波变换, 其表达式为

$$W_\phi f(a, b) = \langle f(t), \phi_{a,b}(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{a}}\int f(t)\phi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)\mathrm{d}t \tag{1}$$

式中, 〈 〉为内积; * 为函数的复共轭; a, b为尺度和平移参数; $W_\phi f(a, b)$为小波系数.

小波变换不同于傅里叶变换的地方是, 小波变换具有尺度 a和平移 b两个参数, 经小波变换, 可将一个时间函数投影到二维的时间-尺度相平面上, 这样有利于提取信号函数的某些本质特征.

若小波变换采用的小波基函数 $\phi(t)$的傅里叶变换 $\hat{\phi}(\omega)$满足容许条件[7]:

$$C_\phi = \int_R \frac{|\hat{\phi}(\omega)|}{\omega}\mathrm{d}\omega < \infty \tag{2}$$

则连续小波变换存在逆变换, 为

$$f(t) = \frac{1}{C_\phi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int_{-\infty}^{\infty} W_\phi f(a, \tau)\phi_{a,\tau}(t)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{C_\phi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}a}{a^2}\int_{-\infty}^{\infty} W_\phi f(a, \tau)\frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{t-\tau}{a}\right)\mathrm{d}\tau \tag{3}$$

连续小波变换是一种线性变换, 具有以下的时移共变性:

如果 $g(t)=f(t-\tau)$, 则

$$W_\phi g(a, b) = W_\phi f(a, b-\tau) \tag{4}$$

该时移共变性可以通过定义式 (1)来证明, 其只能应用于连续小波变换, 而不能应用于离散小波变换, 这是因为离散小波变换中, a和 b只能取一些特定值 $a=a_0^m$, $b=nb_0a_0^m$, n, m必须为整数, a_0, b_0是常数.

2　参数辨识模型

2 1　结构系统的 AR(Auto Regression)模型

假设飞行器结构为具有 N 自由度的一个线性系统, 其动力学方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f} \tag{5}$$

式中, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}$以及 $\boldsymbol{K}$分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵; $\ddot{\boldsymbol{x}}$, $\dot{\boldsymbol{x}}$, $\boldsymbol{x}$分别为结构的加速度响应、速度响应、位移响应; $\boldsymbol{f}$为激励. 结构响应满足离散递推方程:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t) &= \sum_{i=1}^{2}\bar{\phi}_i\boldsymbol{x}(t-i\Delta t) + \bar{\theta}_1\boldsymbol{f}(t-j\Delta t)\\ \dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{2}\bar{\phi}_i\dot{\boldsymbol{x}}(t-i\Delta t) + \sum_{j=0}^{1}\hat{\theta}_j\boldsymbol{f}(t-j\Delta t)\\ \ddot{\boldsymbol{x}}(t) &= \sum_{i=1}^{2}\bar{\phi}_i\ddot{\boldsymbol{x}}(t-i\Delta t) + \sum_{j=0}^{2}\check{\theta}_j\boldsymbol{f}(t-j\Delta t)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中, $\bar{\phi}_i$, $\bar{\theta}_1$, $\hat{\theta}_j$和 $\check{\theta}_j$分别为质量、阻尼、刚度有关的递归矩阵; Δt为采样时间间隔. 实际工程应用中, 不可能测出飞行器结构全部动力学响应, 而是仅仅测出某些自由度上的速度响应和加速度响应, 这些响应也应满足离散运动方程:

$$\boldsymbol{y}(t) = \sum_{i=1,2}^{I}\Phi_i\boldsymbol{y}(t-i) + \sum_{j=0,1}^{J}\theta_j\boldsymbol{f}(t-j) \tag{7}$$

式中, I和 J分别代表输出和输入的延迟. 式 (7)为多变量的 AR 模型, 因此动力学辨识问题就转变为线性时间序列问题. 式 (7)中 I和 J理论上说可以由实际系统的自由度数来确定, 然而实际计算中, I和 J应尽量取得大一些, 这是因为实际系统的自由度是未知的, 取得大一些可以不漏掉.

2 2　结构系统 AR 模型参数在小波域内的求解

对式 (7)在尺度 a, 作连续小波变换得到:

$$W_\phi\boldsymbol{y}(a, \bar{b}) = W_\phi\left(\sum_{i=1,2}^{I}\Phi_i\boldsymbol{y}(a, \bar{b}-i)\right) + W_\phi\left(\sum_{j=0,1}^{J}\theta_j\boldsymbol{f}(a, \bar{b}-j)\right) \tag{8}$$

考虑小波变换的线性性、时移共变性, 式 (8)可转化为[8]

$$w_\phi\boldsymbol{y}(a, \bar{b}) = \sum_{i=1,2}^{I}\Phi_iW_\phi\boldsymbol{y}(a, \bar{b}-i) + \sum_{j=0,1}^{J}\theta_jW_\phi\boldsymbol{f}(a, \bar{b}-j) \tag{9}$$

应用式 (9), 构造如下方程[8]:

$$\boldsymbol{Y}^{(0)} = \boldsymbol{C}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}\\ \boldsymbol{F}\end{bmatrix} \tag{10}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{C}} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_l \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_l]$$

$$\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{Y}^{(1)\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{Y}^{(2)\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{Y}^{(I)\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{F}^{(1)\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{F}^{(2)\mathrm{T}} \quad \cdots \quad \boldsymbol{F}^{(I)\mathrm{T}}]$$

$$\boldsymbol{Y}^{(i)} = [W_\phi \boldsymbol{y}(a, M - i) \quad W_\phi \boldsymbol{y}(a, M - i + 1) \quad \cdots \quad W_\phi \boldsymbol{y}(a, M - i + m)] \tag{11}$$

$$\boldsymbol{F}^{(i)} = [W_\phi \boldsymbol{f}(a, M - i) \quad W_\phi \boldsymbol{f}(a, M - i + 1) \quad \cdots \quad W_\phi \boldsymbol{f}(a, M - i + m)] \tag{12}$$

式中, M 取 I 和 J 中的较大者, 这样 $\bar{b}$ 在式(9)中才能不取负值. 式中的 m 值应取足够大, 这样才能使式(9)成为超静定方程.

求解超静定方程式(9)中的 $\hat{\boldsymbol{C}}$, 需要对 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{F} \end{bmatrix}$ 矩阵求广义逆, 本文采用最小二乘法来求解 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{F} \end{bmatrix}$ 的广义逆矩阵, 得到 $\hat{\boldsymbol{C}}$ 表达式如下:

$$\hat{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{Y}^{(0)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{F} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{F} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \tag{13}$$

根据式(9)~式(13), 响应和激励只作一次小波变换就可以求得 ϕ_i 和 θ_i 了, 这样就大大减少了运算量, 为了提高结构动特性参数的辨识精度, 实际分析中可以多作几次小波变换, 得到多组 ϕ_i 和 θ_i 参数, 然后再用最小二乘法进行拟合.

2.3 结构模态参数的提取

根据计算出的 ϕ_i, 可以构造以下特征矩阵[9]:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} & \cdots & \boldsymbol{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{I} & \cdots & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{O} \\ \phi_I & \phi_{I-1} & \cdots & \phi_2 & \phi_1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中, $\boldsymbol{I}$ 是一个 $l \times l$ 单位矩阵; l 是响应 $\boldsymbol{y}(t)$ 的维数; 飞行器结构的动力学特性都可以通过求特征矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的特征值和特征向量来求得. 式(14)是一个 $N \times N$ 方阵, $N = l \times I$, 令 λ_k 代表矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的第 K 个特征值, 令 $\lambda_k = \hat{a_k} + i\hat{b_k}$, 则系统的频率和阻尼可以通过下列公式求得:

$$\left.\begin{aligned} \hat{\beta_k} &= \sqrt{\hat{a_k^2} + \hat{\beta_k^2}} \\ \xi_k &= -\hat{a_k} / \hat{\beta_k} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

其中

$$\beta_k = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1} \left(\frac{\hat{b_k}}{\hat{a_k}} \right)$$

$$\alpha_k = \frac{1}{2\Delta t} \ln(\hat{a_k^2} + \hat{b_k^2})$$

$\hat{\beta_k}$ 代表结构的固有圆周频率; ξ_k 代表阻尼比.

3 算例分析与讨论

考虑一个悬臂梁结构, 材料参数为: 弹性模量 110MPa, 泊松比为 0.3, 密度 1.6 g/cm^3, 模型几何参数为: 长度 1m, 横截面积 4.5×10^{-5} m^2, 惯性矩 3.35×10^{-12} m^4, 将悬臂梁划分为 100个单元, 模型如图 1所示.

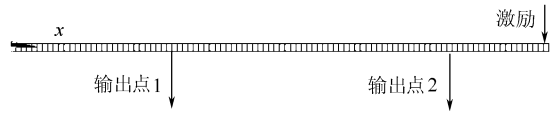


图 1 悬臂梁模型图

其中梁左端施加固支约束, 右端施加正弦脉冲激励, 第 35个节点和 76个节点作为输出点, 对梁进行瞬态动力学分析, 得到动力学响应如图 2、图 3所示.

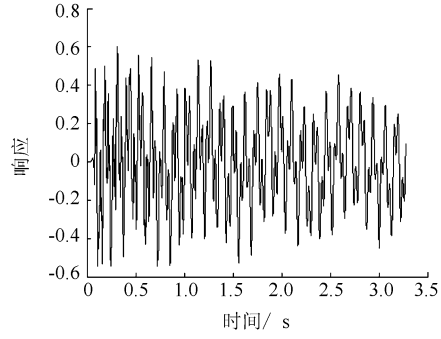


图 2 输出点 1的位移响应

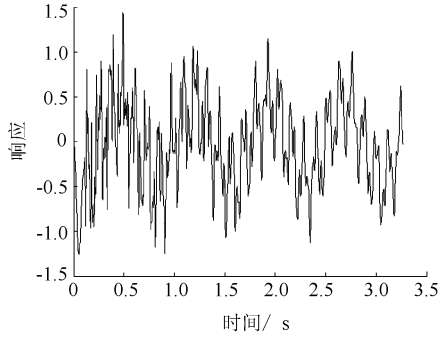


图 3 输出点 2的位移响应

对得到的动力学响应作功率谱分析得到结果如图 4、图 5所示, 悬臂梁前六阶频率在功率谱表现的比较明显, 而且没有出现耦合的情况, 六阶以后的频率能量明显不足. 辨识时可以不予考虑.

选取抽样频率为 250Hz, 持续时间 0~3.5 s, 在两个输出点上得到大约两组 820个响应数据, 对输出响应和脉冲激励分别作连续小波变换 $W_\phi \boldsymbol{y}(a, \bar{b})$ 和 $W_\phi \boldsymbol{f}(a, \bar{b})$, 其中选择 meyer函数作为小波基函数来计算小波系数, 选取尺度 $a = 0.3$, $\bar{b} = 1 - 820$, 为了避免小波边界问题, 截取 $\bar{b} = 100 - 700$

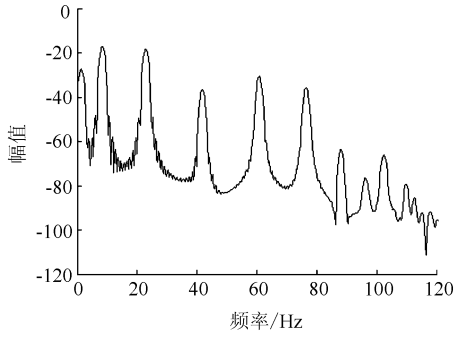


图 4　输出点 1响应的功率谱

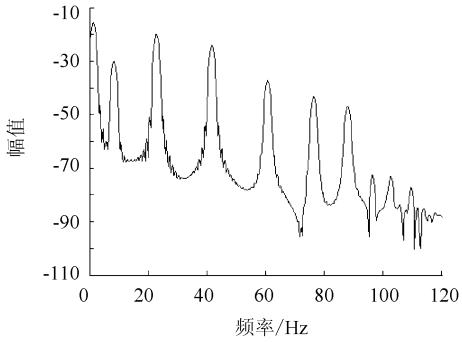


图 5　输出点 2响应的功率谱

选取输入输出的延迟 $I = J = 24$, 得到了模态频率和阻尼比, 如表 1所示. 需要注意的是, 由于特征矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的维数 $I \times l = 24 \times 2 = 48$大于两倍的系统自由度数 6×2, 出现了干扰模态, 将得到的结果与图 4, 图 5功率谱相对照, 可以剔除干扰模态. 表 1显示, 基于连续小波的模态辨识方法对模态频率的辨识达到了非常高的精度, 对阻尼比的识别也令人满意.

表 **1**　前六阶模态参数的精确值和辨识值比较

阶数	频率理论值/Hz	频率辨识值/Hz	误差/%	阻尼比理论值	阻尼比辨识值	误差/%
一	1.3394	1.3401	0.05	0.0005229	0.0005225	0.5
二	8.3640	8.3931	0.3	0.0007845	0.0007884	0.5
三	22.9490	22.8536	0.4	0.001397	0.0014	1
四	41.748	41.751	0.01	0.002391	0.002367	1
五	60.791	60.741	0.08	0.0031	0.0314	1.5
六	76.41	76.54	0.17	0.004	0.00408	2

为了验证该方法的稳定性, 将噪声与信号强度比 (NSR)为 10% 的高斯白噪声加到激励和动力学响应上, 然后进行辨识得到结果见表 2

表 **2**　加噪后前六阶模态参数的精确值和辨识值比较

阶数	频率理论值/Hz	频率辨识值/Hz	误差/%	阻尼比理论值	阻尼比辨识值	误差/%
一	1.3394	1.3412	0.0013	0.0005229	0.0005281	1
二	8.3640	8.3959	0.38	0.0007845	0.0007918	1
三	22.9490	22.83	0.51	0.001397	0.001417	1.5
四	41.748	41.775	0.06	0.002391	0.002362	1.2
五	60.791	60.701	0.14	0.0031	0.03157	1.7
六	76.41	76.73	0.41	0.004	0.00411	2.2

表 2显示, 加噪以后, 对模态参数的辨识精度有了一定的影响, 但仍具有较高的精度, 证明该方法具有较高的稳定性.

4　结 束 语

本文利用连续小波来辨识飞行器结构系统的模态参数, 对结构振动方程进行连续小波变换, 得到了多输入多输出的基于小波的飞行器结构动特性参数的辨识方法. 通过对算例辨识结果进行分析, 可以得到如下结论: ①该方法不仅具有很高的辨识精度, 而且稳定性也很好, 这一点可从加噪后辨识精度仍很高看出. ②应用连续小波的时移共变性进行飞行器动特性参数的辨识只需对动力学响应和激励进行一次小波变换即可, 与传统的辨识方法相比大大减少了辨识所需的运算量. ③该方法属于多输入多输出的辨识方法, 不但可以对自由衰减响应进行辨识, 而且可以对任意可测激励下的动力学响应进行辨识.

参考文献 (**References**)

[1] Bendat J S, Piersol A G. Engineering applications of correlation and spectral analysis[M]. New York: Wiley, 1993

[2] Safak E, Celebi M. Seismic response of transamerica building II: system identification[J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(8): 2405-2425

[3] Slaciel J, Simonovskln I, Boltezar M. Damping identification using a continuous wavelet transformation: application to real data [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 262(2): 291-307

[4] Bellies S, Guillemain P, Kronland-Martinet R. Identification of coupled modes from free vibration using time-frequency representations[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 243(2): 191-213

[5] Pimbo B A D, Fasana A, Marchesiello S, et al. Modelling and identification of the response of a supported bridge[J]. Mechanical Systems and Signal Process, 2000, 14(1): 75-89

[6] Yu Kaiping, Yu Jiyuan, Zou JingXiang, et al. Missle flutter experiment and data analysis using wavelet transform[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 269(3-5): 899-912

[7] Mallat S. A wavelet tour of signal processing[M]. London: Academic Press, 1998

[8] Huang C S, Hung S L, Lin C L. A wavelet-based approach to identifying structural modal parameters from seismic response and free vibration data[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2005, 20: 408-423

[9] Yang Q J, Zhang P Q. System theory approach to multi-input multi-output modal parameters identification method[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994, 8: 159-174

(责任编辑: 张　嵘)