不确定非线性主动容错控制系统模糊控制设计

白铭珍 吴淮宁

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 考虑到实际主动容错控制系统中故障以及故障检测与隔离 (FDI, Fault Detection and Isolation)决策出现的随机性,随机故障与 FDI决策行为分别用两个 Markov过程描述,用 T-S(Takagi-Sugeno)模糊模型表达不确定非线性主动容错控制系统,并基于并行分布补偿 (PDC, Parallel Distributed Compensation)方案,给出了能够保证闭环模糊系统鲁棒随机稳定的模糊控制器设计方法. 鲁棒容错模糊控制器的存在条件由一组线性矩阵不等式 (LMI, Linear Matrix Inequality)给出,从而方便地利用优化技术求解,随后倒车控制系统的仿真结果验证了所建议方法的有效性.

关 键 词: 主动容错控制; Markov过程; 模糊控制; 随机故障

中图分类号: TP 273

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2008)06-0716-05

Fuzzy control design of uncertain nonlinear active fault tolerant control systems

Bai Mingzhen Wu Huaining

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: By considering the random nature of the failure events and the FDI(failure detection and isolation) decisions in real FTC(fault tolerant control) systems, two Markov processes were introduced to describe the random failures and the FDI decision behavior separately. The Takagi and Sugeno fuzzy model was employed to represent a nonlinear active FTC system with norm-bounded uncertainties. Based on the parallel distributed compensation scheme, a method for the design of a fuzzy control law such that the closed-loop fuzzy system is robustly stochastically stable, was proposed. The sufficient condition for the existence of a robust and fault tolerant control law was given in terms of linear matrix inequalities, which can be solved efficiently by using the existing LMI(linear matrix inequality) optimization techniques. The latter truck-trailer simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: active fault tolerant control; Markov processes; fuzzy control; random errors

由于故障以及故障检测与隔离 (FDI, Fault Detection and Isolation)决策的随机性,主动容错控制系统的动态行为由随机微分方程决定[1-2]. 这类系统中,两个 Markov过程分别表示随机故障以及 FDI的决策行为. T-S(Takagi-Sugeno)模型利用模糊规则能将非线性模型表示成许多局部线性模型的模糊融合,因此近年来得到广泛关注. 其许多重要问题都已得到深入研究并取得大量成果[3-7],但到目前为止还未见到基于 T-S模糊模型的非线性主动容错控制系统分析与设计的报导. 最近,已有一些学者采用 T-S模型对 Markov跳变非线性系统的控制问题进行了研究[7-8],但是,由于没有考虑 FDI决策过程的影响,所得结果并不适用于主动容错控制系统. 本文在文献[7-8]基础上利用随机 Lyapunov函数以及线性矩阵不等式 (LMI, Linear Matrix Inequality)技术对不确

收稿日期: 2007-06-04

基金项目: 北京市自然科学基金资助项目 (4062021); 国家自然科学基金资助项目 (60674058); 新世纪优秀人才支持计划资助项目

作者简介: 白铭珍 (1983-),女,安徽亳州人,硕士生, baimingzhen212@163.com.

定非线性主动容错控制系统的控制器设计问题进行了研究,推导了使得闭环模糊系统鲁棒随机稳定的控制器存在条件,并通过仿真得到了验证.

1　问题描述

考虑由 T-S模糊模型表示的不确定非线性主动容错控制系统,其中第 i条模糊规则如下:

如果 $\theta_1(t)$是 M_{i1}, …,并且 $\theta_g(t)$是 M_{ig},那么

$$\dot{x}(t) = [A_i(\eta_1(t)) + \Delta A_i(t,\eta_1(t))]x(t) + [B_i(\eta_1(t)) + \Delta B_i(t,\eta_1(t))] \cdot u(x(t),\eta_2(t),t) \quad (1)$$

式中, $i\in S=\{1,2,\cdots,r\}$; r为规则数; $M_{ij}(j=1,\cdots,g)$为模糊集合; $\theta_1(t)\sim\theta_g(t)$为前件变量; $x(t)$和 $u(t)$分别为系统的状态向量和控制向量; 随机过程 $\{\eta_1(t)\}$与 $\{\eta_2(t)\}$分别表示系统故障与 FDI决策过程,假设二者均为时间连续状态离散的有限状态 Markov过程.

定义 $\{\eta_1(t)\}$的状态空间为 $Z_1=\{1,2,\cdots,s\}$,在有限的时间间隔 Δt内,故障过程由状态 k跳变到 l的状态转移概率可以表示为[2]

$$p_{kl}(\Delta t) = P(\eta_1(t+\Delta t)=l \mid \eta_1(t)=k) = \begin{cases} \pi_{kl}\Delta t + o(\Delta t) & k\neq l \\ 1+\pi_{kk}\Delta t + o(\Delta t) & k=l \end{cases} \quad (2)$$

式中,π_{kl}表示系统故障率; $o(\Delta t)$表示 Δt的二阶及二阶以上无穷小项的和; $\pi_{kk}=-\sum_{l=1,l\neq k}^{s}\pi_{kl}\leq 0$. 定义速率矩阵 $\Pi_\pi=[\pi_{kl}]_{s\times s}$.

定义 $\{\eta_2(t)\}$的状态空间为 $Z_2=\{1,2,\cdots,v\}$. 由于 FDI环节根据当前故障状态进行决策,因而 $\{\eta_2(t)\}$是以 $\{\eta_1(t)\}$为条件的. 在实际故障状态为 k的条件下, FDI过程在 Δt时间内,由状态 j跳变到 l的状态转移概率可以表示为[2]

$$p_{jl}^{k}(\Delta t) = P(\eta_2(t+\Delta t)=l \mid \eta_2(t)=j,\eta_1(t)=k) = \begin{cases} \lambda_{jl}^{k}\Delta t + o(\Delta t) & j\neq l \\ 1+\lambda_{jj}^{k}\Delta t + o(\Delta t) & j=l \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\lambda_{jj}^{k}=-\sum_{l=1,l\neq j}^{v}\lambda_{jl}^{k}\leq 0$. 条件速率 λ_{jl}^{k}的意义是: 当系统当前故障状态为 k时, FDI决策过程改变现在的状态 j到状态 l的转移速率. 定义条件速率矩阵 $\Pi_\lambda^k=[\lambda_{jl}^{k}]_{v\times v}$.

为简化描述,当 $\eta_1(t)=k$时,令

$$A_{i,k}=A_i(\eta_1(t)) \quad B_{i,k}=B_i(\eta_1(t))$$
$$\Delta A_{i,k}(t)=\Delta A_i(t,\eta_1(t)) \quad \Delta B_{i,k}(t)=\Delta B_i(t,\eta_1(t))$$

式中, $A_{i,k}$和 $B_{i,k}$为标称系统矩阵; $\Delta A_{i,k}(t)$和 $\Delta B_{i,k}(t)$为系统不确定,且假设其具有如下形式[6]:

$$[\Delta A_{i,k}(t) \quad \Delta B_{i,k}(t)] = H_k F_k(t)[E_{1i,k} \quad E_{2i,k}] \quad (4)$$

式中, H_k, $E_{1i,k}$, $E_{2i,k}$是已知的适维矩阵; $F_k(t)$是未知矩阵,其每个元素都是 Lebesgue可测的,并且满足 $F_k^{\mathrm{T}}(t)F_k(t)\leq I$

采用单点模糊化、乘积推理、平均加权反模糊化方法,由式 (1)可得如下全局模糊系统[3]:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}h_i(\theta(t))[(A_{i,k}+H_kF_k(t)E_{1i,k})\cdot x(t) + (B_{i,k}+H_kF_k(t)E_{2i,k})u(t)] \quad (5)$$

式中

$$\theta(t)=[\theta_1(t) \quad \theta_2(t) \quad \cdots \quad \theta_g(t)]$$
$$h_i(\theta(t)) = \mu_i(\theta(t)) \Big/ \sum_{i=1}^{r}\mu_i(\theta(t))$$
$$\mu_i(\theta(t)) = \prod_{j=1}^{g}M_{ij}(\theta_j(t))$$

$M_{ij}(\theta_j(t))$为 $\theta_j(t)$ M_{ij}中的隶属度. 基于 PDC方案,考虑如下模糊控制律,第 l条规则如下:

如果 $\theta_1(t)$是 M_{l1}, …,并且 $\theta_g(t)$是 M_{lg},那么

$$u(x(t),\eta_2(t),t) = K_l(\eta_2(t))x(t) \quad (6)$$

式中,控制器增益依赖于故障诊断过程 $\{\eta_2(t)\}$. 定义反馈增益阵 $K_{l,j}=K_l(\eta_2(t)=j)$,则去模糊化后的总控制量为

$$u(t) = \sum_{l=1}^{r}h_l(\theta(t))K_{l,j}x(t) \quad (7)$$

由式 (5)和式 (7),可得如下闭环模糊系统:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_i(\theta(t))h_l(\theta(t))(A_{i,k}+B_{i,k}K_{l,j} + H_kF_k(t)(E_{1i,k}+E_{2i,k}K_{l,j}))x(t) = (A_{c,kj}(h)+H_kF_k(t)E_{c,kj}(h))x(t) \quad (8)$$

式中

$$A_{c,kj}(h) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_i(\theta(t))h_l(\theta(t))(A_{l,k}+B_{i,k}K_{l,j})$$
$$E_{c,kj}(h) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_i(\theta(t))h_l(\theta(t))(E_{1i,k}+E_{2i,k}K_{l,j})$$

定义 1　由式 (8)描述的系统在 t时刻的解为 $x(t)$,对于任意给定初始条件 $x(0)=x_0$, $\eta_1(0)=\eta_{10}$, $\eta_2(0)=\eta_{20}$,若对于所有可容许的不确定 $F_k(t)$均有

$$\lim_{T\to\infty}E\left\{\int_0^T x(t)^{\mathrm{T}}x(t)\,\mathrm{d}t \mid x_0,\eta_{10},\eta_{20}\right\} \leq x_0^{\mathrm{T}}Mx_0 \quad (9)$$

式中, $E\{\cdot\}$表示数学期望; M 是具有适当维数的对称正定矩阵. 则称系统式 (8)是鲁棒随机稳定的.

本文要解决的问题是寻找合适的反馈增益阵 $K_{l,j}$,使得不确定闭环系统式 (8)鲁棒随机稳定.

2 鲁棒控制器设计

定理 1 考虑不确定主动容错控制系统式 (5),给定 $\mu>0$,若存在 $\varepsilon_k>0$, $X_{kj}=X_{kj}^{\mathrm{T}}>0$,可逆阵 Z_j以及 $Y_{l,j}$, $k\in Z_1$, $j\in Z_2$, $l\in S$,满足如下 LMI 组:

$$\Phi_{kj,\,ii}<0 \qquad i\in S \tag{10}$$

$$\frac{1}{r-1}\Phi_{kj,\,ii}+\frac{1}{2}(\Phi_{kj,\,il}+\Phi_{kj,\,li})<0$$
$$i\neq l;\ i,\ l\in S \tag{11}$$

其中

$$\Phi_{kj,\,il}=\begin{bmatrix} -Z_j-Z_j^{\mathrm{T}} & \Phi_{kj,\,il}^{(2,1)\mathrm{T}} & 0 & \Phi_{kj,\,il}^{(4,1)\mathrm{T}} & Z_j^{\mathrm{T}} & 0\\ \Phi_{kj,\,il}^{(2,1)} & -\zeta_{kj}X_{kj} & \varepsilon_k H_k & 0 & 0 & V_{kj}\\ 0 & \varepsilon_k H_k^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_k I & 0 & 0 & 0\\ \Phi_{kj,\,il}^{(4,1)} & 0 & 0 & -\varepsilon_k I & 0 & 0\\ Z_j & 0 & 0 & 0 & -\mu X_{kj} & 0\\ 0 & V_{kj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & -W_{kj} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\Phi_{kj,\,il}^{(2,1)}=A_{i,k}Z_j+B_{i,k}Y_{l,j}+X_{kj}$$
$$\zeta_{kj}=\mu^{-1}-\lambda_{jj}^{k}-\pi_{kk}$$
$$\Phi_{kj,\,il}^{(4,1)}=E_{1i,k}Z_j+E_{2i,k}Y_{l,j}$$
$$V_{kj}=[V_{1,kj}\quad V_{2,kj}]$$
$$V_{1,kj}=\left[\sqrt{\lambda_{j1}^{k}}X_{kj},\ \cdots,\ \sqrt{\lambda_{j(j-1)}^{k}}X_{kj},\ \sqrt{\lambda_{j(j+1)}^{k}}X_{kj},\ \cdots,\ \sqrt{\lambda_{jv}^{k}}X_{kj}\right]$$
$$V_{2,kj}=\left[\sqrt{\pi_{k1}}X_{kj},\ \cdots,\ \sqrt{\pi_{k(k-1)}}X_{kj},\ \sqrt{\pi_{k(k+1)}}X_{kj},\ \cdots,\ \sqrt{\pi_{ks}}X_{kj}\right]$$

$$\begin{bmatrix} X_{kj}A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)+A_{c,kj}(h)X_{kj}+R_{kj}+U_{kj} & \varepsilon_k H_k & X_{kj}E_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)\\ \varepsilon_k H_k^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_k I & 0\\ E_{c,kj}(h)X_{kj} & 0 & -\varepsilon_k I \end{bmatrix}<0$$

然后再对上式两边同乘以 $\mathrm{diag}\{X_{kj}^{-1},\varepsilon_k^{-1}I,\varepsilon_k^{-1}I\}$,对所得的结果利用 Schur补,并令 $Q_{kj}=X_{kj}^{-1}$,得

$$A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)Q_{kj}+Q_{kj}A_{c,kj}(h)+\varepsilon_k Q_{kj}H_kH_k^{\mathrm{T}}Q_{kj}+\varepsilon_k^{-1}E_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)E_{c,kj}(h)+\sum_{l=1}^{v}\lambda_{jl}^{k}Q_{kl}+\sum_{l=1}^{s}\pi_{kl}Q_{lj}<0 \tag{16}$$

考虑文献 [6]中的引理 2及 $F_k^{\mathrm{T}}(t)F_k(t)\leq I$可得

$$Q_{kj}H_kF_k(t)E_{c,kj}(h)+E_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)F_k^{\mathrm{T}}(t)H_k^{\mathrm{T}}Q_{kj}\leq$$
$$W_{kj}=\mathrm{diag}\{X_{k1},\cdots,X_{k(k-1)},X_{k(k+1)},\cdots,X_{kv},X_{1j},\cdots X_{(j-1)j},X_{(j+1)j},\cdots,X_{sj}\}$$

则存在一个形如式 (7)的控制律使得闭环系统式 (8)鲁棒随机稳定,而且控制器增益为

$$K_{l,j}=Y_{l,j}Z_j^{-1} \qquad l\in S,\ j\in Z_2 \tag{13}$$

证明 由文献 [5]中的定理 2.2可知,若式 (10)与式 (11)成立,则有

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{l=1}^{r}h_i(\theta(t))h_l(\theta(t))\Phi_{kj,\,il}<0 \tag{14}$$

由式 (13)可知 $Y_{l,j}=K_{l,j}Z_j$,将其带入式 (14),对代入后的式子利用 Schur补,并令

$$U_{kj}=\sum_{l=1}^{v}\lambda_{jl}^{k}X_{kj}X_{kl}^{-1}X_{kj}$$
$$R_{kj}=\sum_{l=1}^{s}\pi_{kl}X_{kj}X_{lj}^{-1}X_{kj}$$

得

$$\begin{bmatrix} -Z_j-Z_j^{\mathrm{T}} & \Phi_{c,kj}^{(2,1)\mathrm{T}}(h) & 0 & \Phi_{c,kj}^{(4,1)\mathrm{T}}(h) & Z_j^{\mathrm{T}}\\ \Phi_{c,kj}^{(2,1)}(h) & \Phi_{kj}^{(2,2)} & \varepsilon_k H_k & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon_k H_k^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_k I & 0 & 0\\ \Phi_{c,kj}^{(4,1)}(h) & 0 & 0 & -\varepsilon_k I & 0\\ Z_j & 0 & 0 & 0 & -\mu X_{kj} \end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

式中

$$\Phi_{c,kj}^{(2,1)}(h)=A_{c,kj}(h)Z_j+X_{kj}$$
$$\Phi_{c,kj}^{(4,1)}(h)=E_{c,kj}(h)Z_j$$
$$\Phi_{kj}^{(2,2)}=-\mu^{-1}X_{kj}+U_{kj}+R_{kj}$$

定义矩阵

$$\Omega=\begin{bmatrix} A_{c,kj}(h) & I & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & I & 0 & 0\\ E_{c,kj}(h) & 0 & 0 & I & 0\\ I & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

对式 (15)左乘 Ω、右乘 Ω,然后利用 Schur补可得

$$\begin{bmatrix} X_{kj}A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)+A_{c,kj}(h)X_{kj}+R_{kj}+U_{kj} & \varepsilon_k H_k & X_{kj}E_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)\\ \varepsilon_k H_k^{\mathrm{T}} & -\varepsilon_k I & 0\\ E_{c,kj}(h)X_{kj} & 0 & -\varepsilon_k I \end{bmatrix}<0$$

$$\varepsilon_k Q_{kj}H_kH_k^{\mathrm{T}}Q_{kj}+\varepsilon_k^{-1}E_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)E_{c,kj}(h) \tag{17}$$

因而,由式 (16)和式 (17)又有

$$A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)Q_{kj}+Q_{kj}A_{c,kj}(h)+\sum_{j=1}^{v}\lambda_{jl}^{k}Q_{kl}+\sum_{l=1}^{s}\pi_{kl}Q_{lj}<0 \tag{18}$$

式中 $A_{c,kj}(h)=A_{c,kj}(h)+H_kF_k(t)E_{c,kj}(h)$.

式 (18)是一个非常重要的结果. 令 $\eta_1(t)=k$, $\eta_2(t)=j$,并选取如下随机 Lyapunov函数:

$$V(x(t),\eta_1(t)=k,\eta_2(t)=j)=V(x(t),k,j)=x^{\mathrm{T}}(t)Q_{kj}x(t)$$

对于上述函数,联合 Markov过程 $\{x(t),\eta_1(t),\eta_2(t)\}$在点 $\{x(t),\eta_1(t)=k,\eta_2(t)=j\}$处的弱无穷小算子[2]为

$$\ell V(x(t),k,j)=x^{\mathrm{T}}(t)A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)Q_{kj}x(t)+x^{\mathrm{T}}(t)Q_{kj}A_{c,kj}(h)x(t)+x^{\mathrm{T}}(t)\left(\sum_{l=1}^{v}\lambda_{jl}^{k}Q_{kl}+\sum_{l=1}^{s}\pi_{kl}Q_{lj}\right)x(t)\quad(19)$$

由式(18)可知,存在一个正定对称阵 N 满足

$$A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)Q_{kj}+Q_{kj}A_{c,kj}^{\mathrm{T}}(h)+\sum_{l=1}^{v}\lambda_{jl}^{k}Q_{kl}+\sum_{l=1}^{s}\pi_{kl}Q_{lj}\leq-N\quad(20)$$

因而,对任意 $x(t)\neq0$有

$$\ell V(x(t),k,j)/V(x(t),k,j)\leq-\alpha\qquad\alpha>0\quad(21)$$

$$\Phi_{kj,il}=\begin{bmatrix}-Z_j-Z_j^{\mathrm{T}} & Z_j^{\mathrm{T}}A_{i,k}^{\mathrm{T}}+Y_{l,j}^{\mathrm{T}}B_{i,k}^{\mathrm{T}}+X_{kj} & Z_j^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\\ A_{i,k}Z_j+B_{i,k}Y_{l,j}+X_{kj} & -\zeta_{kj}X_{kj} & \mathbf{0} & V_{kj}\\ Z_j & \mathbf{0} & -\mu X_{kj} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & V_{kj}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0} & -W_{kj}\end{bmatrix}$$

则存在一个形如式(7)的控制律使得闭环模糊系统随机稳定,且控制器增益由式(13)给出.

3　仿真实例

考虑一个倒车控制系统[4],将其动态方程描述为不确定主动容错系统如下:

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1&=\left(\frac{-\bar{V}\bar{t}}{L t_0}+\Delta a(t)\right)x_1+\delta\cdot\frac{\bar{V}\bar{t}}{l t_0}u\\ \dot{x}_2&=\frac{\bar{V}\bar{t}}{L t_0}x_1\\ \dot{x}_3&=\frac{\bar{V}\bar{t}}{t_0}\sin\left(x_2+\frac{\bar{V}\bar{t}}{2L}x_1\right)\end{aligned}\right\}\quad(23)$$

式中参数意义同文献[4],$\Delta a(t)=0.2\cos t$是不确定项,参数 $\delta\in[0,1]$表示执行器故障的参数,本文假设故障有 3个模式:$\delta=1$,$\delta=0.8$和 $\delta=0.6$,分别表示执行器无故障、20%故障和 40%故障.这 3种模式以某种速率发生跳变. FDI系统被用来检测这 3种故障状态,并根据检测结果来重构控制律.本文中速率矩阵和条件速率矩阵选为

$$\Pi_\pi=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.1 & 0.1\\ 0.2 & -0.3 & 0.1\\ 0.06 & 0.08 & -0.14\end{bmatrix}$$

$$\Pi_\lambda^1=\begin{bmatrix}-0.05 & 0.025 & 0.025\\ 0.05 & -0.1 & 0.05\\ 0.01 & 0.1 & -0.11\end{bmatrix}$$

$$\Pi_\lambda^2=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.05 & 0.05\\ 0.025 & -0.05 & 0.025\\ 0.01 & 0.1 & -0.11\end{bmatrix}$$

$$\Pi_\lambda^3=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.05 & 0.05\\ 0.1 & -0.2 & 0.1\\ 0.025 & 0.025 & -0.05\end{bmatrix}$$

令 $\theta(t)=x_2(t)+\bar{V}\bar{t}x_1(t)/2L$,当 $-179.4270<\theta(t)<179.4270$时,非线性项 $\sin\theta(t)$表示为[3]

$$\sin\theta(t)=h_1(\theta(t))\cdot\theta(t)+h_2(\theta(t))\cdot\beta\cdot\theta(t)\quad(24)$$

其中 $\beta=10^{-2}/\pi$,$h_1(\theta(t))+h_2(\theta(t))=1$,且

$$h_1(\theta(t))=\begin{cases}\dfrac{\sin\theta(t)-\beta\cdot\theta(t)}{\theta(t)\cdot(1-\beta)} & \theta(t)\neq0\\ 1 & \theta(t)=0\end{cases}\quad(25)$$

因而系统式(23)可以表示成 T-S模糊模型式(5),式中

$$x(t)=[x_1(t)\quad x_2(t)\quad x_3(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$A_{1,k}=\begin{bmatrix}\dfrac{-\bar{V}\bar{t}}{L t_0} & 0 & 0\\ \dfrac{\bar{V}\bar{t}}{L t_0} & 0 & 0\\ \dfrac{\bar{V}^2\bar{t}^2}{2L t_0} & \dfrac{\bar{V}\bar{t}}{t_0} & 0\end{bmatrix}$$

根据 Dynkin公式和 Bellman-Gronwall引理[8]得

$$E\{V(x(t),\eta_1(t),\eta_2(t))\mid x_0,\eta_{10}=k,\eta_{20}=j\}\leq V(x_0,\eta_{10},\eta_{20})e^{-\alpha t}$$

对上式从 0～t_f积分,并对 $t_f\to\infty$时取极限:

$$\lim_{t_f\to\infty}E\left\{\int_0^t x(t)^{\mathrm{T}}Q_{kj}x(t)\,\mathrm{d}t\mid x_0,\eta_{10}=k,\eta_{20}=j\right\}\leq\alpha^{-1}x_0^{\mathrm{T}}Q_{kj}x_0\quad(22)$$

令 $M=I\cdot\max_{k\in Z_1,j\in Z_2}\{\lambda_{\max}(Q_{kj})/\alpha\lambda_{\min}(Q_{kj})\}$,显然,式(22)可保证式(9)成立.因而,由式(8)描述的闭环模糊系统鲁棒随机稳定.　　证毕

若令 $H_k=\mathbf{0}$,$E_{1i,k}=\mathbf{0}$,$E_{2i,k}=\mathbf{0}$,则由定理 1可得如下推论:

推论 1　考虑标称非线性主动容错控制系统式(5),对于某标量 $\mu>0$,若存在 $\varepsilon_k>0$,$X_{kj}=X_{kj}^{\mathrm{T}}>0$,可逆阵 Z_j以及 $Y_{l,j}$,$k\in Z_1$,$j\in Z_2$,$l\in S$,满足 LMI组式(10)与式(11),其中

$$A_{2,k}=\begin{pmatrix}-\frac{\bar{V}t}{Lt_0} & 0 & 0\\ \frac{\bar{V}t}{Lt_0} & 0 & 0\\ \frac{\beta V^2\bar{t}^2}{2Lt_0} & \frac{\beta\bar{V}t}{t_0} & 0\end{pmatrix}$$

$$H_k=[0.2\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$E_{11,k}=E_{12,k}=[1\quad 0\quad 0]$$

$$E_{21,k}=E_{22,k}=0\qquad k\in\{1,2,3\}$$

$$B_{1,1}=B_{2,1}=[\bar{V}t/(lt_0)\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$B_{1,2}=B_{2,2}=[0.8\bar{V}t/(lt_0)\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$B_{1,3}=B_{2,3}=[0.6\bar{V}t/(lt_0)\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$$

仿真参数选为 $l=2.8, L=5.5, V=-1.0, t_0=0.5$ 和 $\bar{t}=2.0$, 利用 Matlab LMI Toolbox可知, 定理 1 中的 LMI组式 (10) 与式 (11) 在 $\mu\in[10^{-13}, 18.2]$ 时都有可行解. 选择 $\mu=0.2$, 可得如下控制器增益:

$$K_{1,1}=[7.6326\quad -12.2206\quad 2.4752]$$

$$K_{2,1}=[7.4496\quad -11.0575\quad 2.4560]$$

$$K_{1,2}=[7.8155\quad -12.6135\quad 2.6456]$$

$$K_{2,2}=[7.6024\quad -11.3744\quad 2.6280]$$

$$K_{1,3}=[8.0033\quad -12.6930\quad 2.6116]$$

$$K_{2,3}=[7.8113\quad -11.5549\quad 2.6084]$$

将具有上述控制增益的控制律式 (7) 应用到非线性主动容错系统式 (23). 仿真结果由图 1～图 3给出, 其中初始条件为 $x_0=[0.5\pi\quad 0.75\pi\quad -5]^{\mathrm{T}}$, $\eta_{10}=1, \eta_{20}=1$.

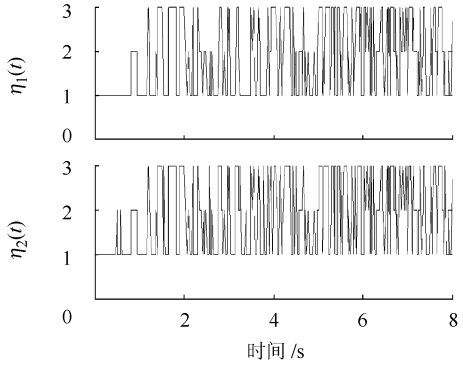


图 1 故障与 FDI决策过程的状态

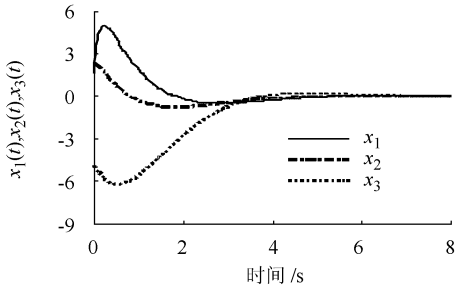


图 2 系统的状态响应

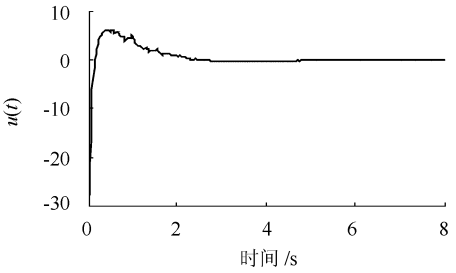


图 3 系统的控制输入

从图 1～图 3中可以看出, 虽然 FDI决策过程与故障过程存在差异, 但所设计的模糊控制器仍能保证系统是稳定的.

4 结束语

本文研究了不确定非线性主动容错控制系统的鲁棒模糊控制问题. 系统的随机故障与 FDI决策行为分别由两个 Markov过程来描述. 基于 T-S 模糊模型以及 PDC方案, 利用 LMI方法设计了能够保证闭环模糊系统鲁棒随机稳定的模糊控制器. 最后, 仿真结果也表明所设计的鲁棒容错模糊控制器有效.

参考文献 (References)

[1] Srichander R, Walker B K. Stochastic stability analysis for continuous-time fault tolerant control systems [J]. International Journal of Control, 1993, 57 (2): 433 - 452

[2] Mahmoud M S, Shi Peng. Robust stability, stabilization and *H*-infinity control of time-delay systems with Markovian jump parameters [J]. International Journal of Robust Nonlinear Control, 2003, 13: 755 - 784

[3] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy control systems design and analysis: A linear matrix inequality approach [M]. New York: Wiley, 2001

[4] Tanaka K, Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1994, 2 (2): 119 - 134

[5] Tuan H D, Apkarian P. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2001, 9 (2): 324 - 332

[6] Wu Huaining, Cai Kaiyuan. Mode-independent robust stabilization for uncertain markovian jump nonlinear systems via fuzzy control [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part B, 2006, 36 (3): 509 - 519

[7] Arrifano N S D, Oliveira V A. Robust H_∞ fuzzy control approach for a class of Markovian jump nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2006, 14 (6): 738 - 754

[8] 马知恩, 周义仓. 常微分方程定性与稳定性方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2001
Ma Zhien, Zhou Yicang. Qualitative theory and stability method of ordinal differential equations [M]. Beijing: Science Press, 2001 (in Chinese)

(责任编辑: 文丽芳)