Gram-Schmidt 回归及在刀具磨损预报中的应用

王惠文 陈梅玲

(北京航空航天大学 经济管理学院，北京 100191) (北京航空航天大学 理学院，北京 100191)

Gilbert Saporta

(国立巴黎工艺技术学院，巴黎 75141)

摘 要：多元线性回归是一种应用广泛的统计分析方法.在实际应用中，当自变量集合存在严重多重相关性时，普通最小二乘方法就会失效.为解决这一问题，利用 Gram-Schmidt 正交变换，提出一种新的多元线性回归建模方法——Gram-Schmidt 回归.该方法可实现多元线性回归中的变量筛选，同时也解决了自变量多重相关条件下的有效建模问题.将该方法应用于机械加工过程中刀具磨损的预报分析，有效地进行了变量筛选，并得到了解释性强同时拟合优度也很高的模型结果.

关 键 词：Gram-Schmidt 正交变换；多元线性回归；多重相关性；刀具磨损；预测

中图分类号：O 212.4

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2008)06-0729-05

Gram-Schmidt regression and application in cutting tool abrasion prediction

Wang Huiwen

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Chen Meiling

(School of Science, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Gilbert Saporta

(Conservatoire National Des Arts et Métier, Paris 75141, France)

Abstract: Multiple linear regression is one of the most widely applied statistical methods in scientific research fields. However, the ordinary least squares method will be invalid when the independent variables set exists server multicolinearity problem. A new multiple linear regression method, named Gram-Schmidt regression, was proposed by the use of Gram-Schmidt orthogonal transformation in the modeling process. Not only can it screen the variables in multiple linear regression, but also provide a valid modeling approach under the condition of server multicolinearity. The method was applied to the prediction of the flank wear of cutting tool in the turning operation. The results demonstrate that the variable screening is reasonable and the model is highly fitted.

Key words: Gram-Schmidt orthogonal transformation; multiple linear regression; multiple correlation; cutting tools abrasion; prediction

多元线性回归是多元统计分析中应用最为广泛的一项技术.然而在实际工作中，由于自变量集合经常存在比较严重的多重相关性，使得普通最小二乘(OLS，Ordinary Least Square)方法失效.这种情况下，虽然 OLS 得到的估计量依然是总体参数的最小方差无偏估计量，但是其估计方差却

收稿日期：2007-06-05

资助项目：国家自然科学基金资助项目(70371007，70521001，70531010)；北京市自然科学基金资助项目(9052006)

作者简介：王惠文(1957－)，女，辽宁大连人，教授，wanghw@vip.sina.com.

会非常大.如果仍然采用OLS拟合回归模型,则模型的精度和稳定性都不能得以保证,并且回归建模的结果还会出现许多反常现象.

为了克服这个问题,长期以来人们做了大量的工作.一种经验式的方法是设法去掉不太重要的相关性变量.然而,使用经典变量筛选方法所得的解释变量仍然可能存在多重相关性,因此使用OLS方法可能还是会影响模型的精度.为了克服多重相关性的问题,文献[1]提出了岭回归分析.该方法在自变量系统存在多重相关性时,可以通过在正规方程中引入有偏常数,提供比OLS更为精确、稳定的参数估计.然而,由于偏倚系数的选取方法较为复杂,岭回归的应用还存在一定的局限性[2].

文献[3]提出偏最小二乘(PLS,Partial Least Squares)回归,使解决多重共线条件下的多元回归技术有了重要的突破[3].但是,PLS回归有一个重要的特点,就是在模型中包含所有原始自变量[4].当理论上明确要求在模型中必须包含某些指定的自变量时,这样的模型是有价值的.但是在很多实际工作中,对初始自变量集合的选择往往包含很多不确定的因素.因此如何更合理有效地筛选解释变量就成为许多应用人员极为关注的问题.而且在PLS回归中,由于参数估计量的统计分布理论尚不成熟,因此它在解释信息的选择上只能依靠Bootstrap等非参数方法,还缺乏更便于推广的变量筛选技术[5-6].

本文提出一种新的多元线性回归模型,即Gram-Schmidt回归.该模型利用Gram-Schmidt正交变换[5],提取对因变量有最佳解释能力的自变量,并将这些自变量变换成直交变量.通过这样的变换,可以克服自变量集合多重共线对回归建模的不良影响;同时可以进行信息筛选,有效选取对因变量有显著解释作用的自变量.而Gram-Schmidt正交变换的信息分解结构清晰,使对回归模型的解释更加容易.本文将该方法应用于机械加工过程中的刀具磨损预报分析,有效地进行了变量筛选,并得到了解释性较强的模型结果.

1 Gram-Schmidt正交变换及其反变换方法

定理1 任意一组线性无关的变量 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s$,总可以经过Gram-Schmidt正交变换使它们成为正交变量集合.Gram-Schmidt变换公式见式(1).

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{z}_1&=\boldsymbol{x}_1\\
\boldsymbol{z}_2&=\boldsymbol{x}_2-\frac{\boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1\\
\boldsymbol{z}_3&=\boldsymbol{x}_3-\frac{\boldsymbol{x}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1-\frac{\boldsymbol{x}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}{\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}\boldsymbol{z}_2\\
&\vdots\\
\boldsymbol{z}_s&=\boldsymbol{x}_s-\sum_{k=1}^{s-1}\frac{\boldsymbol{x}_s^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k}{\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k}\boldsymbol{z}_k
\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

定理1的证明可参见文献[5].从定理1显然可以得到以下推论.

推论1 对于任意一组秩为 $s(s<p)$ 的变量集合 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_p$,对它们做Gram-Schmidt正交变换后,得到 $\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_p$.这其中,必有 $\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s$ 是相互直交的,而 $\boldsymbol{z}_{s+1}=\cdots=\boldsymbol{z}_p=\boldsymbol{0}$.

为了后续论述中的概念清楚起见,本文把公式(1)中的 $\boldsymbol{z}_j$ 称为Gram-Schmidt变量;而把式(1)左侧 $\boldsymbol{z}_j$ 所对应的 $\boldsymbol{x}_j$ 称为与 $\boldsymbol{z}_j$ 关联的变量.从推论1可以看出,Gram-Schmidt正交变换本身有2个功能:①将变量集合中的信息进行正交分解;②排除 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_p$ 中的冗余变量(即被变换成 $\boldsymbol{0}$ 的那些变量).

定理2 对于任意一组秩为 s 的变量集合 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s$,经过Gram-Schmidt正交变换处理后,得到 s 个非 $\boldsymbol{0}$ 的相互正交的向量 $\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s$,记 $\boldsymbol{Z}=(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s)$.不失一般性,假设与 $\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s$ 关联的变量分别为 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s$,记 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s)$.同时记

$$r_{jk}=\frac{\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k}{\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k}\qquad j=2,\cdots s;k=1,\cdots,s-1\tag{2}$$

$$\tilde{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}1&r_{21}&r_{31}&\cdots&r_{s1}\\0&1&r_{32}&\cdots&r_{s2}\\0&0&1&\cdots&r_{s3}\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\end{bmatrix}_{s\times s}\tag{3}$$

则Gram-Schmidt正交变换的反变换为

$$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{R}}^{-1}\tag{4}$$

证明 根据式(1),Gram-Schmidt正交变换的矩阵形式为

$$(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s)=(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s)-(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s)\begin{bmatrix}0&r_{21}&\cdots&r_{s1}\\0&0&\cdots&r_{s2}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&\cdots&0\end{bmatrix}\tag{5}$$

由式(5)推出

$$(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s)\begin{bmatrix}1 & r_{21} & \cdots & r_{s1}\\ 0 & 1 & \cdots & r_{s2}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix}=(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s) \tag{6}$$

很显然,$\tilde{\boldsymbol{R}}$ 为可逆矩阵,因此证得定理 2 的结论. **证毕**

根据定理 2 的结论,如果因变量 $\boldsymbol{Y}$ 对 Gram-Schmidt 变量 $\boldsymbol{Z}=(\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_s)$ 的回归方程为

$$\hat{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{Z}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 为回归系数,则还原成 $\boldsymbol{Y}$ 对 $\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_s)$ 的回归方程,得到

$$\hat{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{R}}^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}} \tag{7}$$

此外还容易验证,利用 Gram-Schmidt 正交变换对自变量进行处理将完全不破坏 OLS 中的 Gauss-Markov 条件,因此可以使用 OLS 的参数检验技术.

2　Gram-Schmidt 回归方法

根据第 1 节中的理论讨论,本节给出 Gram-Schmidt 回归方法. 需要注意的是:在 Gram-Schmidt 正交化的过程中,自变量的筛选应依据解释信息与因变量之间的相关关系. 这样,才会以尽可能少的自变量来实现对因变量的解释与建模.

1) 对于变量集合 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_p$ 做中心化处理,使每一个变量的均值为 0;

2) 令 $\boldsymbol{z}_j^1=\boldsymbol{x}_j(j=1,2,\cdots,p)$,分别建立 $\boldsymbol{Y}$ 关于 $\boldsymbol{z}_j^1(j=1,2,\cdots,p)$ 的一元线性回归模型;在通过 t 检验的自变量中,选 t 检验值绝对值最大的 Gram-Schmidt 变量进入模型,不妨设第 1 个被选中的关联变量为 $\boldsymbol{x}_1$,即 $\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{x}_1$;

3) 令

$$\boldsymbol{z}_j^2=\boldsymbol{x}_j-\frac{\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1 \qquad j=2,3,\cdots,p \tag{8}$$

分别求 $\boldsymbol{Y}$ 关于 $\boldsymbol{z}_1$ 和 $\boldsymbol{z}_j^2(j=2,\cdots,p)$ 的二元线性回归;在通过 t 检验的自变量中,选 t 检验值绝对值最大的 Gram-Schmidt 变量进入模型;这里不妨设第 2 个被选中的关联变量为 $\boldsymbol{x}_2$,即 $\boldsymbol{z}_2=\boldsymbol{x}_2-r_{21}\boldsymbol{z}_1$;

4) 令

$$\boldsymbol{z}_j^3=\boldsymbol{x}_j-\frac{\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1-\frac{\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}{\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}\boldsymbol{z}_2 \qquad j=3,4,\cdots,p \tag{9}$$

分别求 $\boldsymbol{Y}$ 关于 $\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2$ 与 $\boldsymbol{z}_j^3(j=3,4,\cdots,p)$ 的三元线性回归;在通过 t 检验的变量中,选 t 检验值绝对值最大的 Gram-Schmidt 变量进入模型;不妨设第 3 个被选中的关联变量为 $\boldsymbol{x}_3$,即 $\boldsymbol{z}_3=\boldsymbol{x}_3-r_{31}\boldsymbol{z}_1-r_{32}\boldsymbol{z}_2$.

重复上面的步骤,直到模型外边的所有变量经 Gram-Schmidt 处理后都不能通过 t 检验为止. 最终得到回归模型

$$\hat{y}=\beta_0+\beta_1 z_1+\cdots+\beta_m z_m \tag{10}$$

再根据反变换公式(7),可以把式(10)变换成关于 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 的回归模型:

$$\hat{y}=\alpha_0+\alpha_1 x_1+\cdots+\alpha_m x_m \tag{11}$$

3　刀具磨损的预报建模研究

本节采用 Gram-Schmidt 回归方法,研究机械加工中的刀具磨损预报问题. 在该问题中,因变量 y 是铣刀的后刀面磨损量. 而为了解释 y,选择了 5 个自变量 $x_1\sim x_5$. 其中 x_1,x_2,x_3 分别表示 x,y,z 三个坐标上的切削分力;x_4,x_5 分别表示主轴转矩和铣削行程. 在实际应用中,铣刀磨损量可以表示为上述各变量的一种指数关系的叠加,即自变量对于铣刀磨损量的解释模型为

$$y=a_0\cdot x_1^{a_1}\cdot x_2^{a_2}\cdot x_3^{a_3}\cdot x_4^{a_4}\cdot x_5^{a_5}$$

式中 $a_0\sim a_5$ 为待估参数. 通过进行对数变换,则可以得到线性化回归模型为

$$\ln y=\ln a_0+a_1\ln x_1+a_2\ln x_2+a_3\ln x_3+a_4\ln x_4+a_5\ln x_5+\varepsilon$$

表 1 的数据来源于一种铣刀加工过程的磨损实验[7]. 对原始数据进行对数变换后,计算变换后变量间的相关系数矩阵(见表 2).

表 1　原始实验数据

编号	y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	58	482.864	751.030	620.655	3.438	102.4
2	134	494.491	839.381	665.883	3.655	307.2
3	177	545.946	956.572	701.956	4.293	512.0
4	185	499.069	923.429	708.182	4.052	614.4
5	186	398.541	754.418	595.752	3.544	716.8
6	188	443.403	781.060	691.427	3.721	819.2
7	208	475.448	874.172	685.476	3.935	921.6
8	254	478.011	927.274	761.193	4.026	1 126.4
9	276	517.197	1 068.540	800.104	4.460	1 228.8
10	290	513.443	1 063.510	822.901	4.326	1 331.2

表 2　相关系数矩阵

变量	$\ln x_1$	$\ln x_2$	$\ln x_3$	$\ln x_4$	$\ln x_5$	$\ln y$
$\ln x_1$	1	0.732	0.617	0.694	−0.017	0.095
$\ln x_2$		1	0.917	0.965	0.610	0.694
$\ln x_3$			1	0.877	0.670	0.716
$\ln x_4$				1	0.673	0.742
$\ln x_5$					1	0.985

$\ln y$	1

从相关系数矩阵可以看出,各个变量之间存在较强的相关性.用对数变换后的数据建立普通最小二乘回归模型,将无法避免地会遇到多重共线性的问题.

下面给出 Gram-Schmidt 回归的建模结果.首先对对数变换后的自变量 $\ln \boldsymbol{x}_j$ ($j=1,2,\cdots,5$) 做中心化处理,将处理后的变量记为 $\boldsymbol{z}_j^1$ ($j=1,2,\cdots,5$).然后,计算 $\boldsymbol{z}_j^1$ ($j=1,2,\cdots,5$) 关于 $\ln y$ 的一元线性回归模型,得到相应的 t 检验值,见表 3.

表 3 一元线性回归模型中自变量 z_j^1 的 t 检验值

变量	z_1^1	z_2^1	z_3^1	z_4^1	z_5^1
t 检验值	0.270	2.723	2.892	3.124	16.359

对上述一元线性回归进行 t 检验的阈值为 $t_{0.025}(10-1-1)=2.306$.选择 t 检验值绝对值最大的自变量为 $\boldsymbol{z}_1$,即 $\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{z}_5^1$.将 $\boldsymbol{z}_1^1,\boldsymbol{z}_2^1,\boldsymbol{z}_3^1,\boldsymbol{z}_4^1$ 分别与 $\boldsymbol{z}_1$ 做 Gram-Schmidt 正交变换,即

$$\boldsymbol{z}_j^2=\boldsymbol{z}_j^1-\frac{(\boldsymbol{z}_j^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1 \qquad j=1,2,3,4$$

然后,将所得到的变量 $\boldsymbol{z}_1^2,\boldsymbol{z}_2^2,\boldsymbol{z}_3^2,\boldsymbol{z}_4^2$ 分别与 $\boldsymbol{z}_1$ 一道做关于 $\ln y$ 的二元线性回归,得到这些变量的 t 检验值如表 4 所示.

表 4 二元线性回归模型中自变量 z_j^2 的 t 检验值

变量	z_1^2	z_2^2	z_3^2	z_4^2
t 检验值	2.254	2.451	1.249	2.086

对上述二元线性回归进行 t 检验的阈值为 $t_{0.025}(10-2-1)=2.365$.选择 t 检验值绝对值最大的 $\boldsymbol{z}_2^2$ 作为 $\boldsymbol{z}_2$.然后,将 $\boldsymbol{z}_1^1,\boldsymbol{z}_3^1,\boldsymbol{z}_4^1$ 分别与 $\boldsymbol{z}_1$ 和 $\boldsymbol{z}_2$ 做 Gram-Schmidt 正交变换,即

$$\boldsymbol{z}_j^3=\boldsymbol{z}_j^1-\frac{(\boldsymbol{z}_j^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}{\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1}\boldsymbol{z}_1-\frac{(\boldsymbol{z}_j^1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}{\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2}\boldsymbol{z}_2 \qquad j=1,3,4$$

将所得到的变量 $\boldsymbol{z}_1^3,\boldsymbol{z}_3^3,\boldsymbol{z}_4^3$ 分别与 $\boldsymbol{z}_1$ 和 $\boldsymbol{z}_2$ 一起做关于 $\ln y$ 的三元线性回归,得到这些变量的 t 检验值如表 5.

表 5 三元线性回归模型中自变量 z_j^3 的 t 检验值

变量	z_1^3	z_3^3	z_4^3
t 检验值	−1.498	−1.467	0.687

三元线性回归中,t 检验的阈值为 $t_{0.025}(10-3-1)=2.447$.对比表 5,所有 $\boldsymbol{z}_j^3$ 都没有通过 t 检验,不能对因变量 $\ln y$ 提供显著的解释信息.因此,最终得到 $\ln y$ 关于 Gram-Schmidt 变量的回归模型是

$$\ln \hat{y}=2.258+0.586z_1+0.524z_2$$

该模型的 $R^2=0.984$,拟合程度非常高.

做 Gram-Schmidt 正交变换的反变换,得到 $\ln y$ 关于中心化变量 $\boldsymbol{z}_5^1$ 和 $\boldsymbol{z}_2^1$ 的回归模型,再还原成非中心化的数据,得到 $\ln y$ 关于 $\ln x_5$ 和 $\ln x_2$ 的回归模型为

$$\ln \hat{y}=-0.780+0.533\ln x_5+0.524\ln x_2$$

图 1 给出上面回归模型的观测值与拟合值的比较情况,可以看出拟合效果非常好.

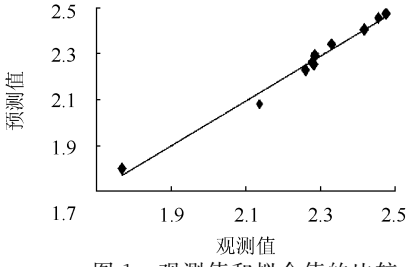


图 1 观测值和拟合值的比较

最终得到 y 关于自变量 x_5 和 x_2 的回归模型为

$$\hat{y}=0.458\cdot x_5^{0.533}\cdot x_2^{0.524}$$

上述模型的物理含义是非常清晰的.在建模过程中,自变量 x_5 最先被选进模型,这说明 x_5 与因变量的关系最为密切,即铣削行程对于刀具磨损的影响最大.此外,从表 2 可以看出,由于 $\ln x_1$,$\ln x_3$ 与 $\ln x_2$ 之间高度相关,经过 Gram-Schmidt 正交变换后,它们对 y 的解释作用也就不显著了.事实上,在实际铣削加工的过程中,铣刀在 3 个坐标方向上的作用力是强相关的,因此只要提取其中一个信息就可以较好地估计和检测切削过程中刀具的磨损状况.由此可见,Gram-Schmidt 回归模型对刀具磨损状况的预报分析不仅在形式上更加简洁,而且符合实际应用.

4 结束语

在很多实际工作中,为了不遗漏重要的解释信息,研究人员往往倾向于选择数量较多的初始自变量.在这样形成的自变量集合中,信息的成分十分复杂.其中,有确实对因变量有重要解释作用的信息,但也包含一部分没有解释作用的信息,另外还有一部分冗余信息(即重复解释的变量).如果直接采用所有这些自变量做多元回归模型,不但不符合统计模型的参数节省原则,而且由于自变量集合中包含多重相关性,还将对模型结论造成不良影响.所以长期以来,如何更加合理有效地筛选解释变量一直是许多应用人员非常关心的问题.本文提出一种新的多元线性回归建模方法.该方法利用 Gram-Schmidt 正交变换,把任意一组自变量集合变换成若干直交变量与若干零变量的

组合.通过这样的变换,可以选择对因变量有显著解释作用的自变量.而在变量筛选过程中,对因变量没有显著解释作用的信息以及冗余的解释信息都被有效地分解出来并被排除.使用 Gram-Schmidt 变量进行回归建模可以有效克服自变量集合多重共线对回归建模的不良影响,并且由于其信息分解结构清晰,使对回归模型的解释更加容易.此外,由于该模型除了利用 Gram-Schmidt 正交变换进行信息提取以外,其它建模步骤与 OLS 方法基本一致,因此更容易被熟悉 OLS 的应用人员接受,便于推广应用.

本文所提方法被应用于机械加工过程中的刀具磨损的预报分析,有效地进行了变量筛选,并得到了解释性强同时拟合优度也很高的模型结果.

参考文献(References)

[1] Hoerl A E. Application of ridge analysis to regression problems[J]. Chemical Engineering Progress, 1962,58:54－59

[2] Neter J, Wasserman W, Kutner M H. Applied linear regression models[M]. New York: Richard D Irwin Inc,1983

[3] Wold S, Martens H, Wold H. The multivariate calibration problem in chemistry solved by the PLS method[C]//Ruhe A, Kågström B. Proc Conf Matrix Pencils, Lectures Notes in Mathematics. Heidelberg: Springer-Verlag, 1983

[4] Tenenhaus M. La régression PLS théorie et pratique[M]. Paris: Editions Technip,1998

[5] Jain S K, Gunawardena A D. Linear algebra: an interactive approach[M]. Beijing:China Machine Press,2003

[6] Lazraq A, Cleroux R, Gauchi J P. Selecting both latent and explanatory variables in PLS1 regression model [J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems,2003,66:117－126

[7] 刘强,尹力.一种简化递推偏最小二乘建模算法及其应用[J].北京航空航天大学学报,2003,29(7):640－643
Liu Qiang, Yin Li. Study on an improved recursive partial least-squares modeling approach and application[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2003,29(7):640－643(in Chinese)

(责任编辑:文丽芳)

(上接第 728 页)

[3] Cheng H, Yiu Y K,Li Z X. Dynamics and control of redundantly actuated parallel manipulators [J]. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics,2003,8(4):483－491

[4] 罗建国,陆震.冗余驱动直角坐标串并联机构动力学对比分析[J]. 北京航空航天大学学报,2007,33(1):100－104
Luo Jianguo, Lu Zhen. Comparative analysis on kinetics with redundant driving of Cartesian serial-parallel manipulator[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2007,33(1): 100－104 (in Chinese)

[5] Müller A. Stiffness control of redundantly actuated parallel manipulators[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona: IEEE Robotics and Automation Society,2006:1153－1158

[6] 张耀欣,丛爽.平面二自由度冗余驱动并联机构的最优运动控制及其仿真[J].系统仿真学报,2005,17(10):2450－2454
Zhang Yaoxin ,Cong Shuang. Optimal motion control and simulation of redundantly actuated 2-dof planar parallel manipulator[J]. Journal of System Simulation,2005,17(10): 2450－2454(in Chinese)

[7] Nakamura Y , Ghodoussi M. Dynamics computation of closed-link robot mechanisms with nonredundant and redundant actuators[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation,1989,5(3):294－302

[8] Kumar V, Gardner J F. Kinematics of redundantly actuated closed chains[J] . IEEE Transaction on Robotics and Automation, 1990, 6(2): 269－274

[9] Yi Y, McInroy J E, Chen Yixin. Fault tolerance of parallel manipulators using task space and kinematic redundancy[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2006, 22(5):1017－1021

[10] Yi Y, McInroy J E. Generating classes of local orthogonal Gough-Stewart platforms[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation,2005, 21(5):812－820

[11] Yan Caixia, Lu Zhen. Research on features of faulting redundant actuation manipulator[C]//Proceedings of SPIE International Conference on Instrumentation and Control Technology. Beijing:SPIE,2006:635－758

[12] 何广平,谭晓兰,张向慧,等.平面全柔性 3-DOF 过驱动并联机构的最优综合[J].机器人,2006,28(6):623－628
He Guangping, Tan Xiaolan, Zhang Xianghui, et al. Optimal synthesis of a planar 3-DoF overactuated full-compliant parallel mechanism[J]. Robot,2006, 28(6):623－628(in Chinese)

[13] Yan Caixia,He Guangping. Over-actuated parallel manipulator fault tolerant control based on minimum difference oriented smooth transition method[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Harbin: IEEE Robotics and Automation Society, 2007: 1817－1821

(责任编辑:刘登敏)