聚焦透镜天线焦斑宽度估算

吕善伟 张 岩 余慧龙 李玉莹

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083) (中国航天科工集团公司 二院二十五所，北京 100854)

摘 要：根据惠更斯-菲涅耳原理，通过简单的推导，得出聚焦透镜天线焦平面上焦斑宽度的近似计算公式，并讨论了与焦平面平行的平面上的焦斑场. 为证明该方法的计算精度及效率，设计了一个 Ka 波段聚焦透镜天线，并加工了两个天线样品进行比较. 对两天线进行了平面近场扫描测试，采用近似公式计算得到的 Ka 波段聚焦透镜天线半功率点宽度与实验数据接近，表明文中给出的公式有一定工程参考作用.

关 键 词：透镜；聚焦透镜天线；焦斑宽度；波阵面；惠更斯-菲涅耳原理

中图分类号：O 441.4

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2008)05-0560-04

Analytical calculation of focal spot size for lens antenna

Lü Shanwei Zhang Yan

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Yu Huilong Li Yuying

(Institute No. 25 of the Second Academy, Chinese Aerospace Science and Industry Corporation, Beijing 100854, China)

Abstract: An analytical method was presented to calculate the focal spot size of the focal lens antenna. Firstly, the formulation for the 3 dB focal spot size on the focal plane of the focal lens antenna was derived by Huygens-Fresnel principle. Then this formulation was simplified for convenience and the approximate expression was obtained. Secondly, the field distribution on the plane that parallels the focal plane was discussed. In order to demonstrate the accuracy and efficiency of this new method, a focal lens antenna at Ka band was designed and simulated as an example. Moreover, two focal lens antennas were fabricated for comparison. And these two lens antennas were measured by the planar-near-fields (PNF) method. Finally, the results obtained by the proposed method were compared with those of numerical method and measured data. It is found that the results of 3 dB focal spot size computed by the approximate expression are in good agreement with the experimental data.

Key words: lens; focal lens antenna; focal spot size; phase front; Huygens-Fresnel principle

透镜天线材料成本低，加工精度要求不高[1]，所以常在微波测量系统中被采用. 聚焦透镜天线是将辐射能量集中到一个小的区域内，使能量集中在被研究目标某点上，达到诊断该点处的电性能，例如测量高性能雷达天线罩的电厚度等. 一般的透镜天线口面波阵面波前是平面，本文讨论的聚焦透镜天线口面波阵面是球面. 设计聚焦透镜天线时，一般是根据天线波阵面达到球面形或圆柱形的目标，确定天线具体结构尺寸，然后利用数值方法求出焦面场分布，以此估算焦面场宽度[2]. 数值仿真方法[2-3]获得的场图直观形象，但不能快速评估焦面场宽度以及所需要的口径尺寸，而且单纯采用数值方法分析大口径透镜天线的焦面场时，通常还受到计算机资源的限制.

本文根据惠更斯-菲涅耳原理推导出喇叭聚焦透镜天线焦平面上焦斑宽度的估算公式. 公式

收稿日期：2007-04-28

基金项目：国家自然科学基金资助项目(60271012)

作者简介：吕善伟(1937—)，男，辽宁大连人，教授，lueshw@buaa.edu.cn.

简洁适用,反映出焦斑宽度与工作波长和焦距/口径比成比例,同时也给出了焦平面平行的偏焦不大的面上焦斑宽度表达式.利用本文简单近似的公式对 Ka 波段喇叭聚焦透镜天线焦平面上半功率点宽度进行评估,结果接近于实际测试数据.

1　焦斑宽度计算公式

利用图 1 坐标推导口面聚焦天线在焦点处(O 点)垂直于 z 轴平面上聚焦场 3 dB 宽度.

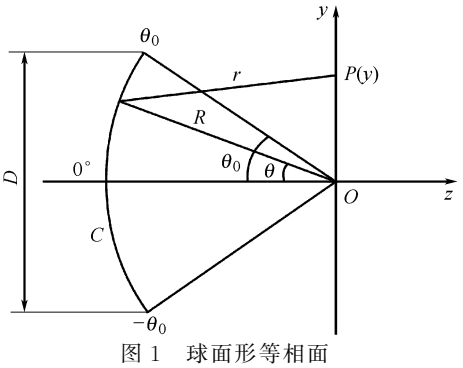


图 1　球面形等相面

参见图 1,其中 D 为聚焦透镜天线口面直径;C 为圆弧形波阵面,其半径为 R(即焦距);θ_0 是口面等相位面的半张角;r 是 C 上点源到 y 轴上观察点 $P(y)$的距离.设计透镜时是通过调节其结构和参数,控制喇叭天线内场和口面场相位分布,本文不考虑波的极化,并认为喇叭口面球形波前已形成,又假定波前 C 上幅度分布为 $A\cos\theta$(A 为常数),则 C 上波前线源 $AR\,\mathrm{d}\theta$ 对 y 轴上 $P(y)$点处电场的贡献为[4]

$$\mathrm{d}E(y)=\frac{\mathrm{j}kA\cos\theta}{2\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}R\,\mathrm{d}\theta \tag{1}$$

则整体波前 C 在 $P(y)$处产生的总场为

$$E(y)=\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\mathrm{d}E(y)=\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\frac{\mathrm{j}kA\cos\theta}{2\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}R\,\mathrm{d}\theta \tag{2}$$

上式分母中取 $r\approx R$;指数项中 r 利用几何关系求出并忽略 $y^2/(2R)$项取近似,则

$$\left.\begin{aligned} r&\approx R-y\sin\theta \qquad \theta\in[0,\theta_0]\\ r&\approx R+y\sin\theta \qquad \theta\in[-\theta_0,0]\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

将式(3)代入式(2),经积分整理得到 $P(y)$处场表达式:

$$E(y)=\frac{\mathrm{j}kA\sin\theta_0}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\left(\frac{1}{2}ky\sin\theta_0\right)}\,\frac{\sin\left(\frac{1}{2}ky\sin\theta_0\right)}{\frac{1}{2}ky\sin\theta_0} \tag{4}$$

上式的幅度归一化场形式为

$$E_n(y)=\frac{\sin\left(\frac{1}{2}ky\sin\theta_0\right)}{\frac{1}{2}ky\sin\theta_0} \tag{5}$$

由式(5)容易获得焦斑宽度的简便近似公式,其中 −3 dB 点对应宽度为

$$2y_{-3\,\mathrm{dB}}\approx\frac{5.6\lambda}{\pi}\frac{R}{D} \tag{6}$$

应指出的是,式(1)中口径面球面波阵面上幅度分布取 $A\cos\theta$ 形式是比较适合喇叭透镜天线 H 面的幅度分布,同时也是为了使式(2)积分能够取得简洁的闭合形式.

对于幅度均匀分布的球面波阵面,当半张角 θ_0 不大时,比如 $\theta_0<\pi/6$,甚至 $\theta_0<\pi/4$,用式(6)估算 −3 dB 宽度也有一定参考作用,原因在于这段截头余弦值变化不大,与等幅相差不多,因此在这种情况下此近似是能够接受的.

2　与焦平面平行的平面上的焦斑场

偏离且平行于焦平面上的场,如图 2 中偏离 xOy 面 Δz 的 $x'O'y'$ 面上的场,需要对 r' 进行恰当的近似简化处理,为了方便对不同象限分别给出 r' 近似式.

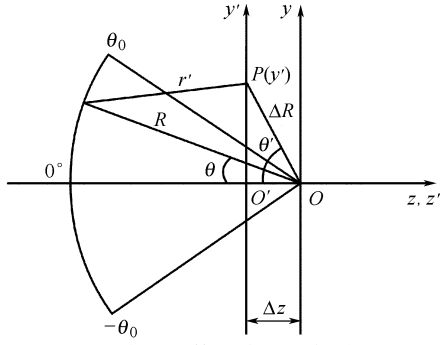


图 2　偏焦面等相位面几何关系

参考图 2,$y'=\Delta z\tan\theta'=\sqrt{\Delta R^2-\Delta z^2}=\Delta R\sin\theta'$,在左上半平面

$$\begin{aligned} r'&=\sqrt{R^2+\Delta R^2-2R\Delta R\cos(\theta'-\theta)}\approx\\ &R-\Delta R\cos(\theta-\theta')\\ &z'\leqslant 0\quad \theta\in[0,\theta_0]\end{aligned} \tag{7}$$

式中略去了 $\Delta R^2/2R$ 高阶项.

展开 $\cos(\theta-\theta')$ 并利用 $\sin\theta'=y'/\Delta R$,$\cos\theta'=\Delta z/\Delta R$ 的关系,式(7)可写成

$$\begin{aligned} r'&=R-\Delta z\cos\theta-y'\sin\theta\\ &z'\leqslant 0\quad \theta\in[0,\theta_0]\end{aligned} \tag{8a}$$

在左下平面

$$\begin{aligned} r'&=R-\Delta z\cos\theta+y'\sin\theta\\ &z'\leqslant 0\quad \theta\in[0,-\theta_0]\end{aligned} \tag{8b}$$

在右上平面

$$r'=R+\Delta z\cos\theta-y'\sin\theta$$
$$z'\geqslant 0 \quad \theta\in[0,\theta_0] \tag{9a}$$

在右下平面

$$r'=R+\Delta z\cos\theta+y'\sin\theta$$
$$z'\geqslant 0 \quad \theta\in[0,-\theta_0] \tag{9b}$$

利用式(2)的积分关系求 $P(y')$ 处总场时，式中 r 由 r' 取代，分母 $r'=r=R$；指数项中 r 分别由式(8a)～式(9b)取代，幅度分布 $A\cos\theta$ 根据实际情况选择，本文用 $\dot{A}$ 表示，这时得到积分式(10a)和式(10b)：

$$E(y')=\frac{\mathrm{j}k\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{2\pi R}\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\dot{A}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Delta z\cos\theta}\cdot \begin{cases}\mathrm{e}^{\mathrm{j}ky'\sin\theta} & z\leqslant 0 \quad \theta\in[0,\theta_0]\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}ky'\sin\theta} & z\leqslant 0 \quad \theta\in[0,-\theta_0]\end{cases} \tag{10a}$$

$$E(y')=\frac{\mathrm{j}k\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kR}}{2\pi R}\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\dot{A}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\Delta z\cos\theta}\cdot \begin{cases}\mathrm{e}^{\mathrm{j}ky'\sin\theta} & z\geqslant 0 \quad \theta\in[0,\theta_0]\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}ky'\sin\theta} & z\geqslant 0 \quad \theta\in[0,-\theta_0]\end{cases} \tag{10b}$$

将式(9a)～式(10b)近似关系代入式(2)进行直接积分是困难的.但可以看出，当 Δz，θ 不大的情况下，$E(y')$ 的幅度分布与式(4)或式(5)的结果相近.

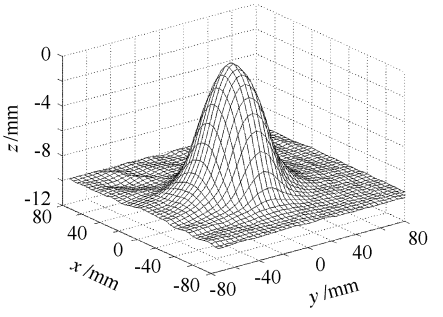
由式(10a)、式(10b)推断，在 Δz 较小范围内，焦斑幅度的变化是缓慢的，因此在实际测量中，对位置 z 不必要求过高的精确度，也会获得较好的焦斑幅度分布结果，放宽了实际测试架设的难度.从下一节表1中所列测试数据也可看出，同一副天线焦距变化 40 mm(±20 mm)时，测得的 $2y_{-3\mathrm{dB}}$ 相差不大；用式(6)计算 $2y_{-3\mathrm{dB}}$ 偏差约 6 mm(±3 mm).

3 Ka波段测试结果

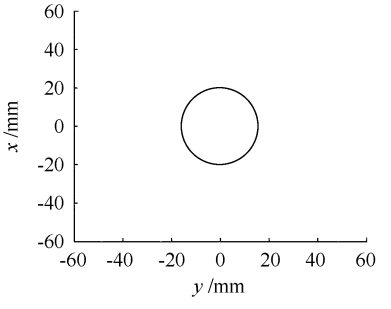
在Ka波段具体研制了 100 mm 口径的波导圆锥喇叭，出口处嵌入聚四氟乙烯材料设计成聚焦透镜，对其进行了焦斑场幅度分布的测试，测试三维、二维和等高线图绘于图3.

分别将 3 dB 宽度测试结果、本文式(6)和文献[2]所述方法得到的计算数据汇总列在表1中.实际天线设计焦距 $R=240$ mm.

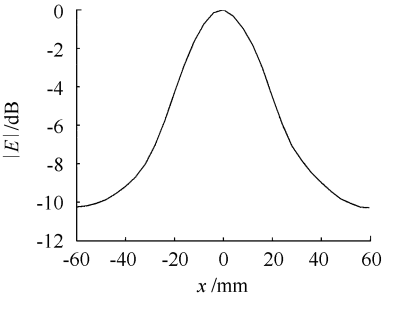
比较表1中数据可以看出近似式(6)评估焦斑宽度有一定可信度.对于同样天线，利用数值方法仿真焦面场得到的宽度比实测值相差较多[2]，这种偏差值得进一步分析.



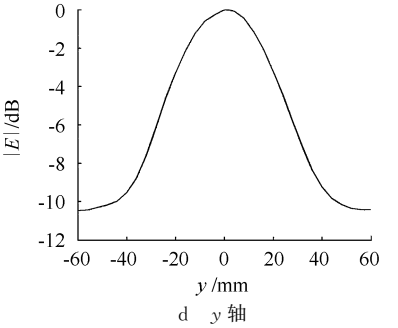
a 三维



b 3 dB等高线图



c x 轴



d y 轴

图3 测试结果

表1 Ka波段天线焦斑3 dB宽度

天线序号	R/mm	测量值/mm		FDTD+PWS[2]仿真值/mm		用式(6)计算值/mm
		E面	H面	E面	H面	
1	220	31.42	34.05	19.0	27.7	33.33
2		30.27	33.40			
1	240	30.48	34.63	20.3	30.1	36.36
2		29.37	34.31			
1	260	31.34	36.69	21.7	32.5	39.38
2		32.19	38.15			

4　焦距/口径的确定

由式(6)可知,聚焦天线焦平面上焦斑宽度与焦距/口径(即 R/D)比和工作波长有关.在国际学术交流中,俄国学者认为 $R/D\geqslant 1$ 比较好,但没有说明理由.通过分析,推荐 R/D 在小于 $D/4\lambda$ 范围内选择会获得较好的聚焦效果.$D/4\lambda$ 值是限定求 r 时略去的 $(D/2)^2/2R$ 项引起的最大相位差为 π,该区域形成的焦斑处于费涅耳衍射区;这个距离靠近费涅耳辐射近场区的下限 $0.62\cdot\sqrt{D^3/\lambda}$.当然这不是一个严格的场区划分[5].

5　结 束 语

本文根据惠更斯-菲涅耳原理推导出焦斑宽度的近似公式,通过 Ka 波段实验验证公式有一定的实际参考作用.文中给出的偏离焦平面的焦斑近似式可供分析参考,但偏距要小;偏离大了,本文近似条件不成立,就不适用了.

参考文献(References)

[1] 爱金堡 F 3.超高频天线(上)[M].汪茂光译.北京:人民邮电出版社,1981:327－330
Айзенберг Г З. Ultra high frequency antenna[M]. Translated by Wang Maoguang. Beijing: Posts & Telecom Press, 1981: 327－330(in Chinese)

[2] 张岩,吕善伟,苗俊刚,等. FDTD-PWS 法用于分析毫米波透镜天线焦面场[J].北京航空航天大学学报,2007,33(6):682－685
Zhang Yan, Lü Shanwei, Miao Jungang, et al. Hybrid FDTD-PWS method for focal field analysis of lens antenna at millimeter-wave band[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(6): 682－685 (in Chinese)

[3] Godi G, Sauleau R, Thouroude D. Performance of reduced size substrate lens antennas for millimeter-wave communications[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(4): 1278－1286

[4] 贝克斐 G,巴雷特 A H.电磁振荡电磁波和辐射[M].王志符译.北京:人民教育出版社,1981:472－488
Bekefi G, Barrett A H. Electromagnetic vibrations, waves, and radiation[M]. Translated by Wang Zhifu. Beijing: People's Education Press, 1981: 472－488 (in Chinese)

[5] Balanis C A. Antenna theory: analysis and design[M]. Hoboken, N J: John Wiley & Sons Inc, 2005: 165－170

(责任编辑:娄　嘉)

(上接第 536 页)

[2] 胡士强,敬忠良.粒子滤波算法综述[J].控制与决策,2005,20(4):362－367
Hu Shiqiang, Jing Zhongliang. Overview of particle filter algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 362－367 (in Chinese)

[3] 杨静,张洪钺,李骥.预测滤波理论在惯导非线性对准中的应用[J].中国惯性技术学报,2003,11(6):44－52
Yang Jing, Zhang Hongyue, Li Ji. INS nonlinear alignment with large azimuth misalignment angle using predictive filter [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2003, 11(6): 44－52(in Chinese)

[4] 房建成,祝世平,俞文伯.一种新的惯导系统静基座快速初始对准方法[J].北京航空航天大学学报,1999,25(6):729－732
Fang Jiancheng, Zhu Shiping, Yu Wenbo. Fast initial alignment method of inertial navigation system on stationary base [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1999, 25(6): 729－732(in Chinese)

[5] Chung D, Lee J G, Park C G, et al. Strapdown INS error model for multiposition alignment[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1362－1366

[6] 于家成,陈家斌,徐学强,等.捷联惯导系统多位置可观性分析[J].北京理工大学学报,2004,24(2):150－155
Yu Jiacheng, Chen Jiabin, Xu Xueqiang, et al. Multiposition observability analysis of strapdown inertial navigation system[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2004, 24(2): 150－155(in Chinese)

[7] Crassidis J L, Markley F L. Predictive filtering for nonlinear systems [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1997, 20(3): 566－572

[8] 林玉荣,邓正隆.一类非线性预测滤波器的鲁棒稳定性分析[J].电机与控制学报,2006,10(1):97－101
Lin Yurong, Deng Zhenglong. Both robustness and stability analysis of the nonlinear predictive filter[J]. Electric Machines and Control, 2006, 10(1): 97－101(in Chinese)

[9] Jongrae K, John L C. Linear stability analysis of model error control synthesis[R]. AIAA-2000-3963, 2000:1－9

[10] Yu M J, Park H W, Jeon C B. Equivalent nonlinear error models of strapdown inertial navigation systems [R]. AIAA-97-3563, 1997:581－587

(责任编辑:赵海容)