# 基于小波包分解和 FCM 聚类的纹理图像分割方法

吴 央 袁运能

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083)

**摘 要**：提出了一种新的图像特征提取中选取最优小波分解树的方法.塔式小波分解对信号解不够全面，而小波包全分解又引入庞大的计算量，因此小波分解最优树的选取尤为重要.结合模糊 c 均值(FCM，Fuzzy C-Mean)聚类，提出了一种能同时进行小波自适应分解和纹理特征分类的纹理图像分割方法，该方法将无监督聚类中的聚类有效性参数引入到自适应小波分解的判决中，能根据无监督聚类分割的需要，自适应地选取小波包分解的树形结构和分解层数.相对于小波包全分解，节省了大量的运算，并能取得良好的分割效果.

**关 键 词**：图像分割；小波变换；模糊 c 均值聚类；最优小波基

**中图分类号**：TP 751

**文献标识码**：A **文 章 编 号**：1001-5965(2008)05-0572-04

# Texture image segmentation method based on wavelet packet transform and FCM clustring

Wu Yang Yuan Yunneng

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract**: A new method of optimal tree structure selection of wavelet transformation for image segmentation was presented. The standard pyramid-structure wavelet transform founded on the same recursive technique; only the low-pass outputs were used. It could not adjust the decomposition to accurate and efficient texture description. Although the wavelet packet transform provided a much more detailed analysis of the frequency content of a texture, it is often the case that areas which contain little or no frequency information are recursively decomposed. So the selection of optimal wavelet basis for texture characterization is very important. By introducing the validity measure for fuzzy clustering to the decision of wavelet decomposition structure, the presented algorithm simultaneously performs the adaptive wavelet decomposition and the texture feature classification, moreover it adaptively chooses the wavelet decomposition structure and depth. Compared with the wavelet packet decomposition, the algorithm reduces the computational burden, while obtains satisfactory segmentation results.

**Key words**: image segmentation; wavelet transform; fuzzy c-means clustering; optimal wavelet basis

小波变换由于良好的时频局部化特征、尺度变化特征和方向特征，在图像处理、计算机视觉、纹理分析方面取得了良好的应用.文献[1]首先将多尺度小波分析引入纹理分析中，随后人们提出了众多的基于小波变换的纹理特征分析、分类与分割方法.传统的小波塔式分解，将信号不断地在低频分量上继续分解，而纹理图像富含中频和高频信息，因此对所有频带均进行分解的小波包变换似乎更适用于图像纹理分析.但是如果进行小波包全分解，势必造成庞大的计算量，因此最优树的选取就成为小波包分解的一个关键问题，受到越来越多的重视[2-5].以往文献中，往往采用小波系数的能量或熵等特征，作为子带是否继续分解的判决标准.这种最优树选取通常是针对某一种

**收稿日期**：2007-04-27

**作者简介**：吴 央(1982—)，女，北京人，硕士生，eilse@126.com.

纹理的,而基于纹理的图像分割与分类目的在于将两种或多种纹理区别开来.因此,本文提出了一种结合模糊 c 均值(FCM,Fuzzy C-Means)聚类的小波分解最优树选取方法.

## 1　小波变换及小波域特征提取

### 1.1　小波变换

小波变换是使用小波函数族及其相应的尺度函数来将原始信号分解成不同的频带.在分解过程中,将原始信号通过一组高通(G)和低通(H)滤波器,并对滤波结果进行 $2\downarrow$ 的下采样,这样就得到了第一层分解的结果.在第二维小波变换中,则对数据的行和列分别进行滤波和采样,分解得到 4 个子带,即 LL, HL, LH, HH.若反复对 LL 频带进行递归 2D 小波分解,就构成了 2D 金字塔结构小波分解.

小波包分解是针对塔式分解中只对低频部分进行继续分解提出的.它将正交小波分解中各个小波子空间均进行更进一步的细分,这样会在时频分析中增加灵活性,也可以最大可能地提高时域和频域的分辨率,使时频分析能聚焦于任意细节.在小波包分解中又不是对每个子带分解都是必需的,因此在小波包分解的基础上又发展了不完全树状小波分解.至于树型结构的选取,通常是对各子带的小波系数进行能量特征或熵的计算[3-4],对能量或熵达到某一阈值子带进行继续分解,实现了对能量集中的子带进行详细分解的要求.本文采取的是不完全树状小波分解的形式,并结合 FCM 聚类的方法提出了一种新的自适应选取分解的树形结构和分解层数的方法,将在第 2 节进行详细介绍.

文献[6]提出了基于离散小波框架变换的纹理特征提取.离散小波框架变换并不对滤波结果进行下采样,每个子带都与原图尺寸一样.但为了满足小波变换多分辨率分析的要求,在下一级的分解中,对滤波器进行上采样(即在每两个滤波器系数中插入一个零).经过离散小波框架变换的结果是平移不变的,每一个子带中的数据与原始图像的各像素点是一一对应的.本文采用的是离散小波框架的分解方式.

### 1.2　小波域纹理特征提取

由于纹理图像小波变换系数的波动性,并不适宜直接作为图像分割的聚类特征.多数文献倾向于选取小波系数的统计特征作为纹理特征.通过比较本文选取像素某邻域内的小波系数的标准差作为纹理特征[7].计算方法如下:

1) 首先,计算 $(2n_1+1)\times(2n_1+1)$ 窗口上的标准差作为分割的特征:

$$s(i,j)=\frac{1}{(2n_1+1)^2}\sum_{k=i-n_1}^{i+n_1}\sum_{l=j-n_1}^{j+n_1}|g(k,l)-m(i,j)| \quad (1)$$

式中,$g(k,l)$为原始图像;$m(i,j)$为窗口内 $g(k,l)$的平均值.

2) 为获得更好的区域一致性,可对特征图像作进一步的平滑:

$$S(i,j)=\frac{1}{(2n_2+1)^2}\sum_{k=i-n_2}^{i+n_2}\sum_{l=j-n_2}^{j+n_2}s(k,l) \quad (2)$$

其中,平滑窗口为 $(2n_2+1)\times(2n_2+1)$.

均方差计算窗口和平滑窗口的大小应该考虑到边缘准确性和区域一致性的矛盾,可根据经验在两种指标中选择一个折衷,本文选取 $n_1=3$, $n_2=2$.

## 2　小波分解最优基选取

### 2.1　FCM 聚类及聚类有效性参数

FCM 聚类是一种利用同一类别中样本特征的聚集性进行分类的一种无监督聚类方法.其特点是,对样本的划分并不是简单地将其归为某一类,而是依据其特征与聚类中心的相似程度,对其进行一个软性的划分(样本特征与某类的中心越接近,则对该类的隶属度就越高,反之则越低).通过划分样本—计算聚类中心的反复迭代,不断优化目标函数,以确定最佳聚类.

现有的有关聚类有效性问题的研究是基于硬 c-均值聚类算法(HCM,Hard C-Mean)和 FCM 聚类算法进行的.文献[8]考虑了模糊隶属度的性质及数据集本身的结构,提出了称为 Xie-Beni 指标的聚类有效性函数.

令 $c$ 为给定的聚类类数,$U\in M_{fc}$是对包含 $n$ 个数据点的数据集 $\boldsymbol{X}=\{\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_n\}$的一种模糊 c 划分,$\boldsymbol{V}=\{\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\cdots,\boldsymbol{v}_c\}$为聚类中心集合.Xie-Beni 指标定义为

$$V_{XB}(U,\boldsymbol{V};\boldsymbol{X})=\frac{\sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{n}(\mu_{ij})^2\|\boldsymbol{x}_j-\boldsymbol{v}_i\|^2}{n\left(\min\limits_{i,k=1,j\neq k}^{c}\|\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_k\|^2\right)} \quad (3)$$

作为聚类的有效性函数,Xie-Beni 指标不仅考虑了类内样本的聚集程度,还考虑了类间样本的分离程度.可以认为类内样本越紧致,同时类间样本越分离(即 $V_{XB}$越小)则聚类结果的有效性越高.

## 2.2 小波分解最优树选取方法

本文利用聚类有效性参数，提出一种根据聚类的需要自适应地选取小波分解的树形结构和分解层数的方法. 首先采取离散小波框架变换的分解方法，分解后每个子带得到与原图像像素点一一对应的系数. 如1.2节所述，计算小波系数的标准差作为聚类特征. 选取各像素点在各个子带对应的特征构成 $Q$ 维的聚类特征向量($Q$ 为小波分解的子带数目).

### 2.2.1 各子带的聚类有效性

本文仿照 Xie-Beni 聚类有效性参数，对各个子带的聚类特征分别计算聚类有效性，作为该子带的聚类有效性的评价.

$$V_{\mathrm{XB}}(q)=\frac{\sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{n}(\mu_{ij})^2(x_{j,q}-v_{i,q})^2}{\min\limits_{i,k=1,j\neq k}^{c}(v_{i,q}-v_{k,q})^2} \quad (4)$$

其中 $q$ 为子带标号.

通过计算，本文发现在树状小波分解的过程中，特征聚集程度在子带中是具有传递性的，即特征聚集程度较高的子带分解得到的子带特征的聚集程度相对于同层的其他各子带也较高.

以下为实验过程：选择 Brodaz 纹理集中的纹理 D21 和纹理 D77 构成混合纹理图像(图1). 对其进行离散小波框架变换和小波系数的标准差计算，得到每个像素点在各个子带的特征值. 并利用对各个子带分别计算在理想分类情况下(图2)的特征聚集程度. 其中，

$$\mu_{ij}=\begin{cases}1 & \text{第 } j \text{ 个样本属于第 } i \text{ 类}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

表1为对图1进行两层小波分解各子带的特征聚集程度统计(数值越小代表同类特征聚集程度较高). 可见由特征聚集程度较高的子带分解得到的子带特征聚集程度也相对较高.

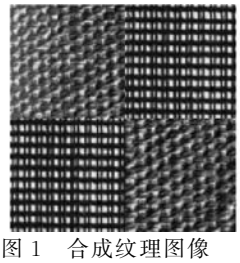


图1 合成纹理图像

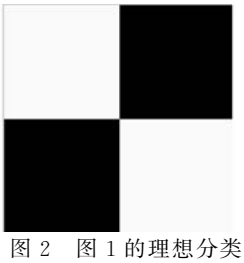


图2 图1的理想分类

**表1 图1各子带的特征聚集程度统计**

| 子带 | 第一层 | 第二层 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | LL | LH | HL | HH |
| LL | 9298 | 5124 | 2568 | 31596 | 52417 |
| LH | 3967 | 3617 | 3764 | 6327 | 9172 |
| HL | 3678 | 5642 | 8027 | 2633 | 3085 |
| HH | 8287 | 21755 | 12340 | 6345 | 5153 |

### 2.2.2 分解的树形结构

本文对纹理特征采用 FCM 聚类的无监督分类方法. 该方法的分类效果有赖于特征的聚集程度. 因此选用聚集程度较高的特征更有利于聚类. 同时考虑到小波包全分解庞大的计算量，本文提出采用 Xie-Beni 聚类有效性参数作为子带是否继续分解的标准，从而得到最有利于无监督聚类分析的小波分解的树形结构.

本文采用的分解方法是，对每一层小波变换中特征聚集程度最好的子带进行继续分解. 具体方法是，先对第一层小波分解的4个子带的特征使用 FCM 聚类的方法进行聚类，并对各个子带分别计算 Xie-Beni 聚类有效性参数(式(4))，找到 Xie-Beni 参数最小的子带继续进行分解，并对下一层的特征进行同样的操作.

### 2.2.3 分解层数

本文在实验中发现，并不是分解层数越多则聚类效果越好，而是特征对不同类别的区分度越高则聚类效果越好. 因此本文考虑使用特征聚集程度作为小波分解是否结束的判决标准. 具体方法是：用分解后得到的4个子带的特征代替被分解的父节点的特征重新进行聚类，并计算 Xie-Beni 参数(式(3)). 如果引入下一层分解后使得聚类有效性得到提高，则认为这一层的分解是有效的，否则认为分解应该终止在父节点的位置.

### 2.2.4 分解算法的流程

综合2.2.2，2.2.3两节自适应分解算法的关键点有2个：

1) 算法能够自适应地选择小波分解的树形结构，即在同层的4个子带中选择进行继续分解的子带.

2) 算法能够自适应地确定小波分解的深度，即在分解过程中确定分解是否应该终止.

具体流程如下：

1) 对图像进行一层的离散小波框架分解，在4个子带分别计算小波系数的标准差，对每个像素点构成四维特征向量.

2) 输入类别个数，进行 FCM 聚类，分别计算整体的和每个子带的 Xie-Beni 聚类有效性参数.

3) 对聚类有效性最高的子带进行继续分解，用分解得到的4个子带的特征代替父节点，重新进行聚类，并计算 Xie-Beni 聚类有效性参数.

4) 如果整体的 Xie-Beni 指数提高，则重复第3)步，否则输出上一层的分类结果.

## 3　实验结果

本文对图 1(图像尺寸为 128×128 像素点)进行了小波变换和纹理特征的聚类分析.对本文提出的自适应的小波分解方法和 Mallat 塔式分解及小波包全分解进行了分类结果和计算量的比较(见图 3、表 2).由于分类中的计算量主要来自于小波分解和能量特征提取,表中只列出了这两个过程的计算量的比较.实验中选用的小波基为 Harr 小波.FCM 算法中指数因子 $m=1.1$,迭代误差 $\varepsilon=0.01$.



a　本文的分割结果　　b　塔式分解的分割结果　　c　小波包的分割结果

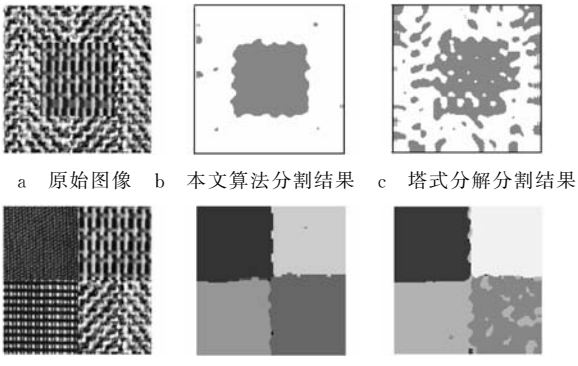
图 3　图 2 的纹理分类结果比较

**表 2　3 种小波分解的计算量和分类情况比较**

| 小波分解方法 | 分解层数 | 错分像素数 | 小波分解的计算量(比例) | 能量特征提取的计算量(比例) |
|---|---|---|---|---|
| 本文算法 | 3 | 379 | 3 | 10 |
| 塔式分解 | 3 | 531 | 3 | 10 |
| 小波包 | 3 | 272 | 21 | 64 |

为证明本文算法的有效性,本文还对其它的合成纹理图像进行了分割实验,并与相同计算量的 mallat 分解分割结果进行了比较.

如图 4 所示,原始图像 a 和 d 大小为 128×128 像素点.图 4b、图 4c 分别为对图 a 采用本文的方法和塔式分解得到的分割结果,错分率分别为2.71%和 22.88%,图 4e、图 4f 分别为对图 4d 采用本文的方法和塔式分解得到的分割结果,错分率分别为 1.75%和 6.92%.可以看到图 4b、图 4e 相对于图 4c、图 4f 的在分割的正确性上优势是相当明显的.



a　原始图像　b　本文算法分割结果　c　塔式分解分割结果

d　原始图像　e　本文算法分割结果　f　塔式分解分割结果

图 4　本文算法与塔式分解的分类效果比较

## 4　结 束 语

由于小波变换良好的时频分析特性,在纹理分析中得到了广泛的应用.常规小波变换由于采用固定的分解树结构,不能很好地表示信号特征,因此小波分解最优树的选取显得尤为重要.本文结合纹理特征分类的需要,将无监督聚类中聚类有效性参数引入到自适应小波分解的判决中,在此基础上研究了一种基于自适应小波分解的纹理分割算法.并对这种自适应的分解方法和相同计算量的传统 Mallat 塔式分解提取出的特征分别进行了聚类分析,实验进一步说明本文的分解方法得到的分类效果较好.

### 参考文献(References)


[1] Stephane G, Mallat A. Theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989,6: 674－693

[2] Brady K, Jermyn I H, Zerubia J. Texture analysis: anadaptive probabilistic approach[C]//Proc IEEE ICIP. Barcelona, Spain:IEEE, 2003: 1045－1048

[3] Herley Cormac, Xiong Zixiang, Ramchandran Kannan, et al. Joint space frequency segmentation using balanced wavelet packet trees for least-cost image representation[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1997,6(9):1213－1229

[4] Soo Chang Kim. Tae jin kang texture classification and segmentation using incomplete tree structured wavelet packet frame and gaussian mixture model[C]// IEEE International Workshop on Imaging Systems and Techniques. Niagara Falls:IEEE,2005,5:46－51

[5] Rahul Shukla, Pier Luigi Dragotti, Minh N Do,et al. Rate-distortion optimized tree-structured compression algorithms for piecewise polynomial images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2005,3:343－359

[6] Unser M. Texture classification and segmentation using wavelet frames[J]. IEEE Transactions On Signal Processing,1995,4 (11):1549－1560

[7] 吴高洪,章毓晋,林行刚.利用小波变换和特征加权进行纹理分割[J].中国图象图形学报,2001,4:334－337
Wu Gaohong, Zhang Yujin, Lin Xinggang. Texture segmentation with wavelet transform and feature weighting[J]. Journal of Image and Graphics, 2001,4:334－337(in Chinese)

[8] Xie X L, Beni G. A validity measure for fuzzy clustering[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13: 841－847


(责任编辑:娄　嘉)