组合卫星接收机中的选星算法

张 强 张晓林 李宏伟 常啸鸣

(北京航空航天大学 电子信息工程学院，北京 100083)

摘 要：分析了五阶矩阵的行列式值与5颗星GDOP(Geometry Dilution of Precision)值的关系，并由此提出了一种用于双卫星星座组合接收机(如GPS(Global Position System)和BD2(BeiDou2)组合接收机)中的选星算法——组合优选法.该方法首先选出行列式绝对值最大的几种组合，然后根据需要对每种组合从其余可见星中选出几颗最优星，最后根据GDOP最小原则从这几种组合中选取最终结果.计算机仿真结果显示该方法与直接利用GDOP选星相比，95%以上的GDOP相对比值小于5%，而计算量减小40%以上.

关 键 词：全球定位系统；导航系统；算法；组合星座

中图分类号：V 474.2

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)12-1424-04

Satellite selection algorithm for combined satellite receivers

Zhang Qiang Zhang Xiaolin Li Hongwei Chang Xiaoming

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: On the basis of the relationship between the determinant of a 5×5 matrix and five satellites' geometry dilution of precision(GDOP), a method of selecting satellites for double constellation combined receiver (e.g. GPS(global position system) and BD2(BeiDou2) combined receiver) was proposed. With this algorithm, firstly several combinations of the maximal determinant were computed, then some optimal satellites from other visible satellites for each combination were chosen according to need, lastly according to the least GDOP principle the final result was selected from previous combinations. Computer simulations indicate that compared to directly using GDOP to select satellites, more than 95% of relative ratio are lower than 5%, while computation burden reduces more than 40% with this method.

Key words: global position system; navigation systems; algorithm; combined constellation

全球卫星导航定位系统是第二代卫星导航定位系统，具有全能性、全球性、全天候、连续性和实时性的特点.目前世界上已经存在的两大全球卫星导航定位系统是美国的GPS(Global Position System)系统和俄罗斯的GLONASS(GLObal NAvigation Satellite System)系统，正在设计建设阶段的有欧洲的Galileo系统和中国的BD2(BeiDou2)系统.

由于多卫星星座的组合，会给同一历元时刻提供更多的可见星，会改善卫星的几何分布结构，所以多卫星星座组合接收机的定位精度会有一定的改善，可用性和可靠性会有一定的提高[1-2].在单卫星系统定位中，如GPS接收机，通常利用4颗可见星进行位置解算，而这4颗星一般是通过最小GDOP(Geometry Dilution Of Precision)法或最大四面体体积法来选择[3]，采用多卫星系统组合时，由于会增加各卫星系统间的同步误差未知数，所以求解需要更多的可见星.使用双卫星系统时，最少要利用5颗星进行定位解算.在双系统卫星接收机中，如果考虑最大可能的卫星跟踪通道，将会有24或48个通道，这会大大增加接收机硬件设计的难度，而且过度的冗余信息并不能提

收稿日期：2006-12-25

作者简介：张 强(1982—)，男，山西山阴人，博士生，zhangqiang@ee.buaa.edu.cn.

高太多的定位精度,反而会带来巨大的计算量,增加接收机的计算负担.因此从可见卫星中快速、有效地选出定位精度最好的卫星组合,不仅对卫星接收机整体性能有着重要意义,而且可以减小接收机的捕获跟踪通道数,降低接收机的硬件设计成本,满足一般市场的需求[4].

本文分析了双卫星系统定位时,5 颗星的方向余弦阵的行列式值和其 GDOP 值的关系,由此给出一种次优的选星算法——组合优选法,并对此算法进行了仿真验证.

1　行列式值和 GDOP 值的关系

双卫星系统组合接收机的定位原理基本上与单卫星系统(如 GPS 系统)定位原理相同,但是由于双卫星系统之间存在着时统差,所以在解算方程中要多引入一个双系统间的钟差量,解算方程可以写为

$$\begin{bmatrix}\tilde{\rho}_1\\ \tilde{\rho}_2\\ \tilde{\rho}_3\\ \vdots\\ \tilde{\rho}_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}l_1 & m_1 & n_1 & -1 & k_1\\ l_2 & m_2 & n_2 & -1 & k_2\\ l_3 & m_3 & n_3 & -1 & k_3\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ l_N & m_N & n_N & -1 & k_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\partial x\\ \partial y\\ \partial z\\ c\cdot\partial t_r\\ c\cdot\partial t_k\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中,$\tilde{\rho}_i$ 为接收机到卫星 i 的伪距残差;l_i,m_i,n_i 为方向余弦;k_i 为时统差标识,当解算采用卫星 i 所属卫星星座的时间坐标时,k_i 为 0,否则为 -1;$\partial x,\partial y,\partial z$ 为 x,y,z 的坐标修正量;∂t_r 表示接收机 r 钟差;∂t_k 表示在利用两种卫星定位系统定位时的时统差;c 为光速;N 为用于解算的卫星个数.

方程(1)写成矩阵的形式为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X} \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{Y}=[\tilde{\rho}_1,\tilde{\rho}_2,\cdots,\tilde{\rho}_N]^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}l_1 & m_1 & n_1 & -1 & k_1\\ l_2 & m_2 & m_2 & -1 & k_2\\ l_3 & m_3 & n_3 & -1 & k_3\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ l_N & m_N & n_N & -1 & k_N\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}=[\partial x,\partial y,\partial z,c\cdot\partial t_r,c\cdot\partial t_k]^{\mathrm{T}}$$

$\boldsymbol{X}$ 的最小二乘估计为

$$\boldsymbol{X}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{Y} \tag{3}$$

用 $\Delta\boldsymbol{X}$ 表示 $\boldsymbol{X}$ 的误差矢量,$\Delta\boldsymbol{Y}$ 表示 $\boldsymbol{Y}$ 的误差矢量,则有下式成立:

$$\mathrm{cov}(\Delta\boldsymbol{X})=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{cov}(\Delta\boldsymbol{Y})\cdot[(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

式中 cov 表示求协方差.

在对每颗卫星的测量误差是彼此独立的情况下,设测量误差的方差用 σ_0^2 表示,则有 $\mathrm{cov}(\Delta\boldsymbol{Y})=\sigma_0^2\cdot\boldsymbol{I}_N$($\boldsymbol{I}_N$ 为 $N\times N$ 的单位矩阵).

$$\mathrm{cov}(\Delta\boldsymbol{X})=\sigma_0^2\cdot(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}=\sigma_0^2\cdot\boldsymbol{G} \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}$,则定位误差 σ 可以表示为

$$\sigma=\sigma_0\cdot(\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}))^{1/2}=V_{\mathrm{GDOP}}\cdot V_{\mathrm{UERE}} \tag{6}$$

式中,$V_{\mathrm{GDOP}}=(\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}))^{1/2}$,表示 GDOP 的值;$V_{\mathrm{UERE}}=\sigma_0$;trace 表示求矩阵的迹.

由上面推导可以看出,GDOP 值越小定位误差越小,在定位解算时要尽量选取 GDOP 较小的卫星组合.双系统组合接收机定位解算要求至少有 5 颗可见星.采用双卫星定位系统进行定位时,可见卫星数目较多,在所有可见星中挑选 5 颗用于定位解算时,将会有大量的 5 星组合.由于利用最小 GDOP 作为选星准则时,求取每个 5 星组合的 GDOP 值要进行一次矩阵相乘运算和求逆运算,因此利用 GDOP 选星要进行大量的计算.

通过数值分析可以得到 5×5 方向余弦矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值和其 GDOP 值之间的关系,如图 1 所示.

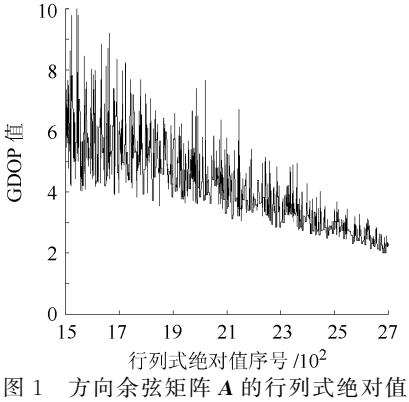


图 1　方向余弦矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值和 GDOP 值间关系

图 1 的横坐标是不同卫星组合方向余弦矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值排序的序号,序号越大,该组合的行列式绝对值越大,纵坐标是 GDOP 值.由上图可以得到如下结论:GDOP 值随 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值的增大总体趋势在减小,但在局部(行列式绝对值相差不多时)不存在这种单调对应性.下面将根据这个结论提出一种次优的选星算法——组合优选法.

2　组合优选法

双系统组合接收机定位解算要求至少有 5 颗可见星,所以至少要选取 5 颗卫星.

2.1 5颗星的选取方法

由方向余弦矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值和GDOP值的关系,可以看出,如果直接以 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值最大作为选星标准,所选卫星组合的GDOP值与最小GDOP值可能会有较大偏差.由于GDOP值随 $\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值的增大总体趋势是在减小,所以可以选取行列式绝对值最大的 k 组组合,再计算这 k 组组合各自的GDOP值,以GDOP最小的组合作为选星结果.这样选取出的5颗星的GDOP值与当前历元最小GDOP值的偏差取决于 k 的大小,k 越大偏差会越小,其代价是计算量的少量增加.采用双系统卫星定位时,在北纬42.48°,东经115.27°观测,k 取6时就可以得到如下的结果.

设组合优选法选取得到的卫星组合的GDOP值为 C_{gdop},最小GDOP法选取得到的卫星组合的GDOP值为 M_{gdop},则相对比值为 $(C_{\mathrm{gdop}}-M_{\mathrm{gdop}})/M_{\mathrm{gdop}}$.由图2可以看到组合优选法的选星结果与当前最优的5颗星相比,其有95%以上的GDOP相对比值小于5%.

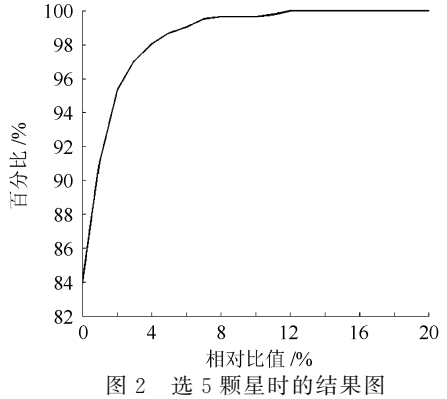


图2 选5颗星时的结果图

2.2 选取多颗星的意义

在单卫星系统定位中,可以证明GDOP值随卫星数目的增加而减小[5].该结论对于双卫星系统组合定位同样成立.

设:

$$\boldsymbol{G}_m=(\boldsymbol{A}_m{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m)^{-1}=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} & g_{15} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} & g_{25} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} & g_{35} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} & g_{45} \\ g_{51} & g_{52} & g_{53} & g_{54} & g_{55} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{G}_{m+1}=(\boldsymbol{A}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_{m+1})^{-1}=[\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m+\boldsymbol{a}_{m+1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a}_{m+1}]^{-1} \tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{A}_{m+1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_m \\ \boldsymbol{a}_{m+1}\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{a}_{m+1}=[l_{m+1},m_{m+1},n_{m+1},-1,k_{m+1}]$.

利用矩阵求逆公式,$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCD})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}^{-1}+\boldsymbol{DA}^{-1}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{DA}^{-1}$,令 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_m$,$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{a}_{m+1}^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{I}$,$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{a}_{m+1}$,代入上式并整理可以得到

$$\boldsymbol{G}_{m+1}=\boldsymbol{G}_m-\alpha[\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m] \tag{9}$$

式中 $\alpha=[1+\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m\boldsymbol{a}_{m+1}^{\mathrm{T}}]^{-1}$,由于 $\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m\boldsymbol{a}_{m+1}^{\mathrm{T}}$ 是正定二次型,所以 $\alpha>0$,而由于 $[\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m]$ 是一个1×5的矩阵,设

$$[\boldsymbol{a}_{m+1}\boldsymbol{G}_m]=[b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5]$$

所以,$\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}_{m+1})=\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}_m)-\alpha\sum_{i=1}^{5}b_i^2$,由于 $\alpha\sum_{i=1}^{5}b_i^2>0$,可得 $\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}_{m+1})<\mathrm{trace}(\boldsymbol{G}_m)$.因此在双系统定位时,增加卫星同样会使GDOP值降低,有益于提高定位精度.此外,由于RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring)的实现要求具有冗余的观测量,仅仅利用5颗星无法完成RAIM,因此,在实际应用中通常要选择更多的卫星,如6颗、7颗来进行定位解算.下面介绍多颗星的选择算法.

2.3 多颗星的选取方法

设当前可见 m 颗可见星,M_n^1 表示 m 颗可见卫星中选取 n 颗时,GDOP值最小的卫星组合,M_n^2 表示GDOP值次小的 n 颗卫星组合,……,M_n^k 表示GDOP值第 k 小的 n 颗卫星组合;M_{n+1}^1 表示 m 颗可见卫星中选取 $n+1$ 颗时,GDOP值最小的卫星组合.

用数值分析的方法对大量历元时刻的数据进行分析,可以得到如下两个结论:

1) M_{n+1}^1 中不一定含有 M_n^1 中的 n 颗卫星;

2) $M_n^1,M_n^2,\cdots\cdots,M_n^k$ 中必有一组完全包含在 M_{n+1}^1 的 $n+1$ 颗卫星中.

由结论1)可知,不能简单从可见星中选取 n 颗,然后再从剩余可见星中寻找1颗最优星的方法来选取 $n+1$ 颗星,在数值分析中,可以发现,利用这种方法选取的 $n+1$ 颗卫星其GDOP值与最小GDOP值的相对比值在很多情况下大于15%.但是利用结论2),首先选出 $M_n^1,M_n^2,\cdots\cdots,M_n^k$ GDOP值较小的 k 组 n 颗卫星组合,然后对每种组合从剩余可见星中选取第 $n+1$ 颗,当 k 取的足够大时,必能得到 M_{n+1}^1,但是 k 决定了计算量的大小,所以在实际中要在精度和计算量之间进行衡量,在精度满足一定的要求下,应尽量减小计算量,即选择较小的 k 值.

在具体实现时,首先选取 k 组方向余弦矩阵

$\boldsymbol{A}$ 的行列式绝对值最大的组合,由 2.1 节可知,这 k 个组合一般情况下也是 5 星组合中 GDOP 值最小的,然后对每种组合从剩余可见星中按照最小 GDOP 原则选取一颗最优星,从而构成一个 6 星组合,所有组合选取完成后,将得到 k 个 6 星组合.由上面的结论 2)可知,最优 6 星组合出现在这 k 个组合中的概率极大,如果要选取 6 颗星,只要从这 k 个组合中选取 GDOP 最小组合即可;如果要选取更多的星,可以对得到的每种 6 星组合利用上面的方法从剩余可见星中按照最小 GDOP 原则选取.图 3 显示了这种算法选取 7 颗星时在 k 取 8 的时候与最小 GDOP 法选取结果的比较.

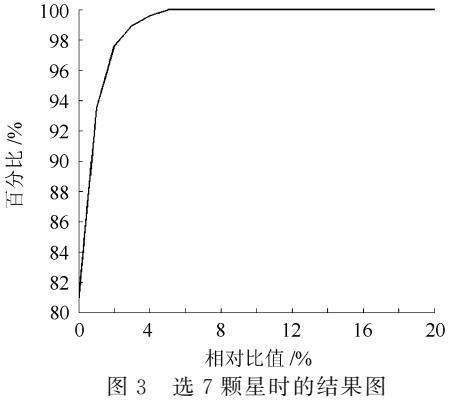


图 3　选 7 颗星时的结果图

图 3 的仿真结果显示,这种选星算法的选星结果与最小 GDOP 准则选取结果相差极小,有 95%以上的 GDOP 相对比值小于 5%.

3　计算量的比较

组合优选法与最优 GDOP 法相比,可以节省大量的计算量,这对工程实现有着重要的现实意义.假设当前观测两个卫星星座,A 星座有 10 颗可见星,B 星座有 5 颗可见星,在 k 取 8 时计算量比较结果如表 1 所示.

表 1　计算量的比较结果

N_s	最小 GDOP 法		组合优选法		备注
	N_c	N_m	N_c	N_m	
5	2750	250	2750	150	加 8 次 GDOP 计算
6	4795	305	2750	150	加 80 次 GDOP 计算
7	6315	370	2750	150	在选 6 颗星的基础上加 72 次 GDOP 计算

注:N_s 表示选取卫星个数;N_c 表示组合情况数;N_m 表示每组组合要进行的浮点乘法数.

由表 1 可以看出,选 5 颗星时,组合优选法将比最小 GDOP 法减小 40%的计算量;选 6 颗星时,将减小 70%的计算量;选 7 颗星时,将减小 80%的计算量.表 1 中,在计算行列式时将 5 阶行列式分为 5 个四阶行列式,对每个四阶行列式采用了文献[6]中的体积法,虽然在统计乘法运算次数时并没有考虑矩阵中的 0 和 1,但其结果也充分说明了组合优选法在计算量上的优势,尤其在选取较多星的时候,由于其计算组合数是以 5 星组合为基础的,并不随着选择星的数目增加而增多(只是增加几次 GDOP 值的计算),其优势更为明显.

4　结　论

采用组合优选法选星,可以用较小的计算代价获得较高的定位精度,而这种定位精度完全可以满足绝大多数应用领域.采用此算法可以降低对双系统接收机捕获跟踪通道数的需求,从而可以降低接收机硬件设计成本,满足普通民用需求.

参考文献(References)

[1] Belabbas B, Hornbostel A, Sadeque MZ, et al. Accuracy study of a single frequency receiver using a combined GPS/GALILEO constellation[C]//Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Long Beach, CA, United States: Institute of Navigation, 2005:1022－1033

[2] Januszewski Jacek. Geometry and visibility of satellite navigation systems in restricted area[C]//Proceedings of 2005 National Technical Meeting, NTM 2005. San Diego, CA, United States: Institute of Navigation, 2005:827－839

[3] Kihara M, Okada T. A satellite selection method and accuracy for the global positioning system[J]. Navigation, Journal of The Institute of Navigation, 1984,31(1): 8～20

[4] Esmond Mok,Paul A. A fast satellite selection algorithm for combined GPS and GLONASS receivers[J]. Navigation, Journal of The Institute of Navigation, 2000,47(3): 383－389

[5] 常青,柳重堪,张其善. 基于最小二乘递推估计的 GPS 定位算法[J]. 北京航空航天大学学报, 1998,24(3):263－266
Chang Qing, Liu Zhongkan, Zhang Qishan. GPS positioning algorithm based on least square recurrence estimate[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998,24(3):263－266(in Chinese)

[6] 初海彬. 多种卫星导航定位系统共用关键技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学电子与信息技术研究院,2004
Chu Haibin. Key techniques of multiple satellite navigation and positioning system integration[D]. Harbin: School of Electronic and Information Technology, Harbin Institute of Technology, 2004 (in Chinese)

(责任编辑:娄　嘉)