特定消谐逆变器开关角度的复形调优解法

武建文 王 峰

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对特定消谐式逆变器开关角度难于求解的问题,提出了一种基于约束条件下 n 维极值复形调优法的开关角度求解方法,分析了目标函数和约束条件的设计方法.该算法对开关角度初值的选取只需考虑约束条件,大大增加了开关角度初值的取值范围;求解过程中不存在解发散或奇异无解问题,与迭代法解非线性超越方程组相比可靠性更高;通过约束条件的限制,使求解过程自动消除了可能出现的窄脉冲;通过目标函数和加权因子可灵活的进行开关角度优化.算例和实验结果验证了方法的正确性和有效性.

关 键 词: 逆变器; 特定消谐; 非线性超越方程组; 复形调优法; 开关角度

中图分类号: TM 464

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2008)09-1028-04

Solution to switching angles for selective harmonic elimination inverter

Wu Jianwen Wang Feng

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Since the solution to switching angles for selective harmonic elimination inverter is difficult, a method of solution to switching angles based on complex optimal method with constrain conditions was presented, and the design method of objective function and constrain conditions was analyzed. This method enlarges the range of initial switching angles, only considering constrain conditions. It is more reliable compared with solving nonlinear transcendental equations, there is no divergence or singular problem. The narrow pulse is eliminated through restricting constrain conditions in the process of solving switching angles. The optimization for switching angles is available though designing objective function and weighted factor. The results of calculation and experiment show that the method of solving switching angles proposed is correctness and validity.

Key words: inverter; selective harmonic elimination; nonlinear transcendental equations; complex optimal method; switching angle

电力电子逆变器特定消谐技术自 1973 年提出以来[1],一直受到广泛的关注.特定消谐式逆变器具有开关频率低,消除谐波次数多,电压利用率高等优点,广泛应用于变频调速、有源滤波、动态电压恢复器、脉冲发生器等装置中[2].

特定消谐式逆变器的数学模型是一组非线性超越方程组,求解的困难在相当大程度上制约了它在工程上的普遍应用.特定消谐式逆变器开关角度解法的研究是国内外研究的热点.文献[3—5]总结了开关角度轨迹上某一点的初值的规律公式,可以经过几次迭代得到误差有限的解轨迹;文献[6]采用同伦算法求解非线性超越方程组,扩大了初值选择的范围.目前各种计算方法的核心是通过迭代法解非线性超越方程组,初值的选择直接影响迭代的收敛性,即使可以求出开关角度,往往还要根据硬件条件和实际应用情况进一步优化,增加了工程应用的不确定性和复杂性,在一定程度上限制了特定消谐式逆变器在工程上的应

收稿日期: 2007-08-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50477002); 航空科学基金资助项目(05F51021)

作者简介: 武建文(1963—),男, 河北怀来人, 教授, wjwe206@sina.com.

用.本文对特定消谐式逆变器的数学模型进行了优化,提出了一种基于约束条件下 n 维极值复形调优法的开关角度离线求解方法,为特定消谐式逆变器应用于工程实际提供了有效的方法.

1　优化特定消谐式逆变器数学模型

以三相桥式电压型逆变器为研究对象,其输出相电压波形如图 1.

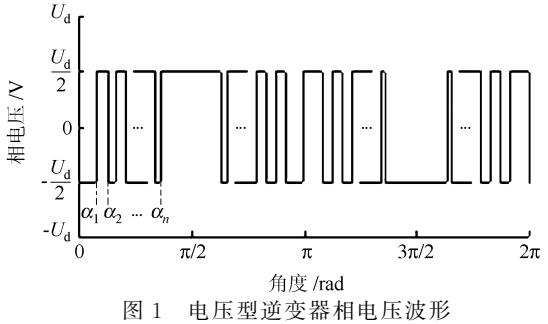


图 1　电压型逆变器相电压波形

在实际应用中,所构造的图 1 波形在[0,π]区间以 $\omega t=\pi/2$ 为轴对称,由傅里叶级数理论可知,输出相电压中无余弦项;在[0,2π]区间以(π,0)为点对称,由傅里叶级数理论可知,输出相电压中无直流分量、偶次谐波分量;由此基波和各奇次谐波的正弦分量幅值为

$$A_m=\frac{2U_d}{m\pi}\left[-1-2\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\cos(m\alpha_k)\right]$$
$$m=\text{奇数} \tag{1}$$

其中,U_d 为直流母线电压;α_k 为(0,π/2)区间内第 k 个开关角度;m 为基波和各次谐波的次数.

为表示方便,令 $U_d/2=1$,则定义基波和各奇次谐波的正弦分量幅值的调制度为

$$a_m=\frac{4}{m\pi}\left[-1-2\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\cos(m\alpha_k)\right]$$
$$m=\text{奇数} \tag{2}$$

对于三相对称系统,3 的整数倍次谐波因同相自动消除,在 n 个开关角中,利用 1 个自由度控制基波幅值调制度 M,余下的 $n-1$ 个自由度消去 $n-1$ 个次数的谐波,数学模型为

$$\left.\begin{aligned}&a_1(\boldsymbol{\alpha})=M\\&a_m(\boldsymbol{\alpha})=0\qquad m=5,7,11,\cdots\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n]^{\mathrm{T}}$.

如式(3),特定消谐式逆变器的数学模型要求基波调制度为 M,其它 $n-1$ 个次数的谐波调制度为 0,正是这样严格的等式关系带来了求解的困难.而实际工程应用中,由于 U_d 波动、死区控制和器件特性的不对称等原因,其它 $n-1$ 个次数谐波实际值不可能为 0,并且实际工程应用中也不要求 $n-1$ 个次数谐波的调制度为 0,只要控制在一定的范围内,可以忽略其对系统的影响即可.基于此思想,本文提出了特定消谐式逆变器的优化数学模型为

$$\left.\begin{aligned}&a_1(\boldsymbol{\alpha})=M+\varepsilon_1\\&a_m(\boldsymbol{\alpha})=\varepsilon_m\qquad m=5,7,11,\cdots\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中,ε_1 为基波调制度实际值与设定值的误差;ε_m 为 $m-1$ 个次数谐波调制度实际值与 0 的误差.

当令 $\varepsilon_1=0,\varepsilon_m=0$ 时,即可得到特定消谐式逆变器的基本数学模型如式(3).

2　开关角度解法

2.1　目标函数

对于优化的数学模型如式(4),其求解的目的是在开关角度满足一定的约束条件下,使基波和 $n-1$ 个次数谐波调制度的误差最小.因此本文用约束条件下 n 维极值复形调优法求解开关角度,把求解非线性超越方程组转化成求解最小值问题.

n 维变量为(0,π/2)区间内 n 个开关角度,n 维复形调优的目的是使基波和 $n-1$ 个次数谐波调制度的误差最小.所以定义目标函数为

$$J(\boldsymbol{\alpha})=\sqrt{\varepsilon_1^2+\varepsilon_5^2+\varepsilon_7^2+\varepsilon_{11}^2+\cdots} \tag{5}$$

由目标函数 J 的定义可见,把基波和 $n-1$ 个次数谐波调制度误差的均方根作为目标函数,通过复形调优法,使基波和 $n-1$ 个次数谐波的调制度误差最小.式(5)中各项所占的比重相同,实际工程应用中可以根据逆变器负载的情况,在各误差项中加入加权因子 k_m,如式(6),调节各误差项的比重,控制基波和 $n-1$ 个次数谐波的精度.k_m 选取的不同就代表了不同的优化策略,可以适应不同的负载需求,具有很好的灵活性.

$$J(\boldsymbol{\alpha})=\sqrt{(k_1\varepsilon_1)^2+(k_5\varepsilon_5)^2+(k_7\varepsilon_7)^2+(k_{11}\varepsilon_{11})^2+\cdots} \tag{6}$$

2.2　约束条件

由于复形调优法本身要求初始复形的第 1 个顶点满足约束条件[7],即所给的开关角度的初值满足约束条件,为了尽可能减小算法对初始开关角度的依赖性,定义 n 个约束条件为

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\alpha\leqslant\alpha_1\leqslant\alpha_2-\Delta\alpha\\&\alpha_{i-1}+\Delta\alpha\leqslant\alpha_i\leqslant\alpha_{i+1}-\Delta\alpha\quad i=2,3,\cdots,n-1\\&\alpha_{n-1}+\Delta\alpha\leqslant\alpha_n\leqslant\pi/2-\Delta\alpha\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中,$\Delta\alpha$ 为窄脉冲所对应的弧度值.

$$\Delta\alpha = 2\pi\frac{\Delta t}{T} \tag{8}$$

其中，Δt 为窄脉冲时间；T 为输出电压的周期.

由约束条件的定义可见，开关角度初值的选取只要满足 $0<\alpha_1<\alpha_2<,\cdots,<\alpha_n<\pi/2$，并且相邻开关角度的间隔大于窄脉冲即可，因此开关角度初值可以按等分方式选取，与迭代法解非线性方程组相比大大增加了初值的取值范围，同时通过在约束条件中加入窄脉冲项，可以在求解过程中自动消除开关角度中可能出现的窄脉冲.

2.3 优化算法

根据本文所定义的目标函数和约束条件求解开关角度. 求 J 极小值的迭代过程如下.

复形共有 $2n$ 个顶点，给定初始复形中的第 1 个顶点坐标为

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = (a_{11}, a_{21}, \cdots, a_{n1}) \tag{9}$$

其中
$$a_{i1} = \frac{\frac{\pi}{2}}{n+1}i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{10}$$

且此顶点坐标满足约束条件.

1) 在 n 维变量空间中按约束条件确定出初始复形的其余 $2n-1$ 个顶点，计算各顶点处的目标函数值：

$$J_j = J(\boldsymbol{\alpha}_j) \qquad j = 1,2,\cdots,2n \tag{11}$$

2) 确定最坏点 $\boldsymbol{\alpha}_R$ 和次坏点 $\boldsymbol{\alpha}_G$：

$$\left.\begin{aligned} J_R &= J(\boldsymbol{\alpha}_R) = \max_{1\leqslant i\leqslant 2n}\{J_i\} \\ J_G &= J(\boldsymbol{\alpha}_G) = \max_{1\leqslant i\leqslant 2n}\{J_i\} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

其中，i 不等于 $\boldsymbol{\alpha}_R$ 对应的点位置.

3) 计算最坏点 $\boldsymbol{\alpha}_R$ 的反射点：

$$\boldsymbol{\alpha}_T = \boldsymbol{\alpha}_F + r(\boldsymbol{\alpha}_F - \boldsymbol{\alpha}_R) \tag{13}$$

其中
$$\boldsymbol{\alpha}_F = \frac{1}{2n-1}\sum_{i=1}^{2n}\boldsymbol{\alpha}_i \tag{14}$$

其中，i 不等于 $\boldsymbol{\alpha}_R$ 对应的点位置；r 称为反射系数，一般取 1.3 左右.

4) 确定一个新的顶点替代 $\boldsymbol{\alpha}_R$，构成新的复形. 其方法如下：

如果 $\boldsymbol{\alpha}_T$ 不满足约束条件，则用下式修正：

$$\boldsymbol{\alpha}_T = \frac{\boldsymbol{\alpha}_F + \boldsymbol{\alpha}_T}{2} \tag{15}$$

然后重复 4).

如果 $J(\boldsymbol{\alpha}_T) > J_G$，则用式(15)修改 $\boldsymbol{\alpha}_T$，然后重复 4)，直到 $J(\boldsymbol{\alpha}_T) \leqslant J_G$ 且 $\boldsymbol{\alpha}_T$ 满足所有约束条件为止. 此时令

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_R &= \boldsymbol{\alpha}_T \\ J_R &= J(\boldsymbol{\alpha}_T) \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

重复 2)～4)，直到复形中各顶点距离小于预先给定的精度要求为止.

3 算例与实验结果分析

3.1 算例分析

限于篇幅，本文只列举频率为 50 Hz 的研究结果. 为消除低于 1 kHz 低频谐波，应取的 n，M 和预期消除的低次谐波次数如表 1.

开关角度的初值按等分方式给定，k_m 因负载的不同而有不同的设计方法，本文以三相感应电机负载为例，由于起作用的是谐波电流，并且感性负载的作用高次谐波的电流含量会小于电压含量，因此按消去谐波的电流含量相同设计 k_m，得

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= k_5 + k_7 + k_{11} + \cdots \\ k_m &= \frac{m_{\max}}{m} \qquad m = 5,7,11,\cdots \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

其中，$m_{\max}$ 为拟消去谐波的最高次数；基波的加权因子取其它各次谐波加权因子之和，以减小基波的误差.

利用上述分析构造 $J(\boldsymbol{\alpha})$ 和约束条件求解 $\boldsymbol{\alpha}$ 并计算各次谐波调制度如表 2、表 3. 求解开关角度的过程和结果说明，开关角度初值的选取只需考虑约束条件；开关角度不会产生窄脉冲；预期消除的低次谐波的调制度不都为 0，但都小于基波的 0.5%，满足工程实用要求.

为了进一步分析基波调制度的计算误差，给出了 $n=7$ 时，在不同基波调制度设定值下，基波调制度的相对误差如表 4，可见最大相对误差为 0.002%，完全可以满足基波控制精度的要求.

表 1 频率为 50 Hz 时预消除的低次谐波次数

参 数	数 值
M	1.15
n	7
预期消除的低次谐波次数	5,7,11,13,17,19

表 2 输出频率为 50 Hz 时的开关角度计算 (°)

角度	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
初始	10.00	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00
计算	6.13	14.47	17.83	48.44	48.80	84.74	85.99

表 3 输出频率为 50 Hz 时各次谐波调制度 ($n=7, M=1.15$)

参数 基波	m					
	5	7	11	13	17	19
a_m 1.1500	0	0	0.0003	0.0012	0.0047	0.0054

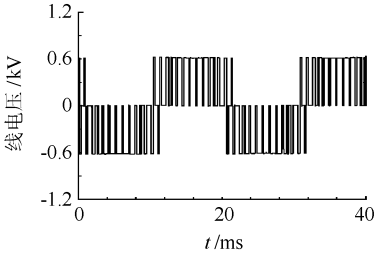
3.2 实验结果分析

为进一步研究复形调优法求解出的开关角度的实际效果，研制特定消谐式变频器样机，驱动 2.2 kW 三相异步电动机，带动直流发电机，发电

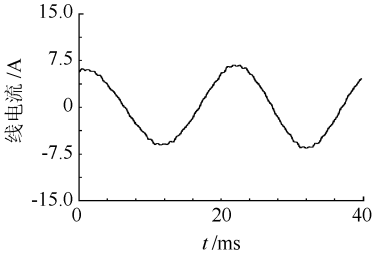
表 4　不同基波调制度设定值时基波调制度相对误差($n=7$)

参数	M									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
a_1	0.099 998	0.200 001	0.300 001	0.399 993	0.499 994	0.599 993	0.700 000	0.800 000	0.899 993	1.000 005
相对误差/%	0.002 00	0.000 50	0.000 33	0.001 75	0.001 20	0.001 17	0	0	0.000 78	0.000 5

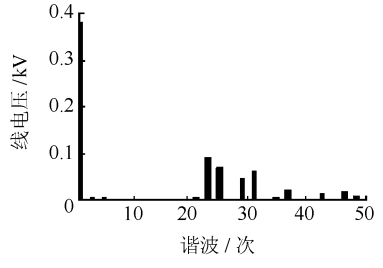
机联接电阻负载.设定频率为 50 Hz,实验结果见图 2.可见:利用复形调优法求解出的开关角度进行控制,可以有效的消除低于 23 次的谐波,与计算结果一致;虽然未消去的 23 次、25 次、29 次、31 次谐波电压含量较高,但由于电机感性负载的作用,电流谐波含量小,对电机的影响很小.



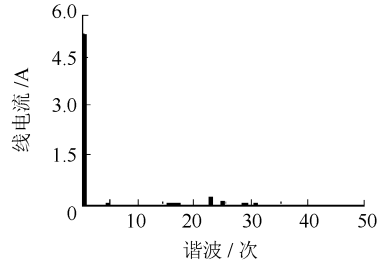
a　线电压波形



b　线电流波形



c　线电压频谱分析



d　线电流频谱分析

图 2　实验结果

4　结 束 语

本文对特定消谐式逆变器的数学模型进行了优化,提出了一种基于约束条件下 n 维极值复形调优法的开关角度求解方法.算例和实验结果表明此方法求解可靠性高,求解过程自动消除窄脉冲,可通过目标函数和加权因子的设计灵活的进行开关角度优化,具有可靠性和工程实用性,有利于推进特定消谐式逆变器的工程实用化.

参考文献(References)

[1] Patel H S, Hoft R G. Generalized techniques of harmonic elimination and voltage control in thyristor inverters : part Ⅰ-harmonic elimination[J]. IEEE Trans on IA, 1973, 9(3): 310－317

[2] 陈远华,谢小荣,宋强,等.基于 DSP 实现的特定消谐 PWM 脉冲发生器[J].清华大学学报(自然科学版),2003,43(3):349－352
Chen Yuanhua, Xie Xiaorong, Song Qiang, et al. DSP-based PWM pulse generator for eliminating selected harmoics[J]. Journal Tsinghua University(Science and Technolog), 2003, 43(3):349－352(in Chinese)

[3] Hyo L, Gyu H. Optimal PWM based on real-time solution of harmonic elimination equations [J]. IEEE Trans on Power Electronics, 1995, 10(1):38－47

[4] 佟为明,陈向阳,胡永烜,等.变频电源特定消谐技术中非线性方程组解法的研究[J].中国电机工程学报,1998,18(5):357－360
Tong Weiming, Chen Xiangyang, Hu Yongxuan, et al. Investiga tion of solution to the non-liner equation set-up of SHET in converters[J]. Proceeding of CSEE, 1998, 18(5): 357－360(in Chinese)

[5] 张永昌,赵争鸣.三电平逆变器 SHEPWM 多组解计算方法[J].电工技术学报,2007,22(1):74－78
Zhang Yongchang, Zhao Zhengming. Multiple solutions for selective harmonic eliminated PWM applied to three-lever inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(1):74－78(in Chinese)

[6] 谢运祥,周炼,彭宏.逆变器消谐 PWM 模型的同伦算法研究[J].中国电机工程学报,2000,20(10):23－27
Xie Yunxiang, Zhou Lian, Peng Hong. Homopoty algorithm research of the inverter harmonic elimination PWM modal [J]. Proceeding of CSEE, 2000, 20(10):23－27(in Chinese)

[7] 徐士良. C 常用算法程序集[M].北京:清华大学出版社,1996: 261－265
Xu Shiliang. A collection of C program for arithmetic in common use[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996; 261－265(in Chinese)

(责任编辑:刘登敏)