一类有色噪声干扰随机系统最小二乘递推辨识

王冬青

(青岛大学 自动化工程学院, 青岛 266071)

摘 要: 提出一类有色噪声干扰随机系统的辅助模型最小二乘递推辨识算法. 此算法结合辅助模型辨识思想和递推增广最小二乘理论, 用辅助模型的输出代替辨识模型信息向量中未知中间变量, 用估计残差代替信息向量中不可测噪声项, 从而可以运用递推辨识思想来估计系统所有参数, 包括噪声模型参数. 仿真例子说明提出算法的有效性.

关 键 词: 递推辨识; 参数估计; 最小二乘; 随机系统

中图分类号: TP 273

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2008) 08-0935-05

Least squares based recursive identification for stochastic systems with colored noises

Wang Dongqing

(College of Automation Engineering, Qingdao University, Qingdao, 266071, China)

Abstract: An auxiliary model and least squares based recursive identification algorithm was presented for stochastic systems with colored noises. The basic idea is, by means of the auxiliary model identification principle and extended least squares identification theory, to replace the unknown variables in the information vector with the outputs of the auxiliary model and to replace the unmeasurable noise terms with the estimated residuals, and then to propose a recursive identification algorithm to estimate all parameters of the systems, including the parameters of the noise models. The simulation results indicate that the algorithm is effective.

Key words: recursive identification; parameter estimation; least squares; stochastic systems

1 问题的提出

考虑下列有色噪声干扰随机系统辨识问题[1]:

$$F(z)y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}u(t) + D(z)v(t) \quad (1)$$

式中, $\{u(t)\}$和$\{y(t)\}$分别为系统的输入和输出序列; $\{v(t)\}$为零均值白噪声序列; $F(z)$, $A(z)$, $B(z)$和$D(z)$均为单位后移算子z^{-1}的多项式[$z^{-1}y(t) = y(t-1)$], 且

$$F(z) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \cdots + f_{n_f} z^{-n_f}$$
$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}$$
$$B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}$$
$$D(z) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \cdots + d_{n_d} z^{-n_d}$$

不妨假设, $t \leqslant 0$时, $u(t) = 0$, $y(t) = 0$, $v(t) = 0$, 且阶次 n_f, n_a, n_b和 n_d已知. 众所周知, 递推最小二乘算法解决了 ARX 模型[$A(z) = D(z) = 1$]的辨识问题[2], 递推增广最小二乘算法解决了 ARMAX 模型[$A(z) = 1$]的辨识问题[2], 辅助模型辨识方法和偏差补偿方法解决了输出误差模型[$F(z) = D(z) = 1$]的辨识问题[3-7]. 尽管辅助变量最小二乘算法可以用于辨识系统(1), 但不能给出噪声模型的参数估计[8]. 然而, 在式(1)两边同乘以 $A(z)$, 就演变成下列熟知的 ARMAX 模型(即 CARMA 模型):

$$[F(z)A(z)]y(t) = B(z)u(t) + [D(z)A(z)]v(t)$$

用增广最小二乘算法辨识这个系统, 但需要额外

收稿日期: 2007-12-03
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60673101)
作者简介: 王冬青(1964-), 女, 山东即墨人, 副教授, dqwang64@163.com.

的计算才能得到 $F(z)$, $A(z)$和 $D(z)$的估计, 且模型参数数目增多, 算法的计算量也随之增大, 辨识的精度也下降.

对于输出误差模型[$F(z)=D(z)=1$], 除了上述提到的方法外, 文献[9]采用有理分式等价方法, 进一步利用相关技术, 提出了依有限脉冲响应模型阶次递增的参数估计算法; 文献[10]利用有理分式等价方法研究了多输入单输出系统的辨识问题; 文献[11]利用有理分式等价方法来简化有色噪声干扰随机系统, 使用获得的近似简化模型可以用增广最小二乘算法来估计其参数, 然后确定原系统的参数.

上述提到的方法只解决了式(1)中某一两个多项式为1的特殊模型的辨识问题. 对于一般形式的随机系统(1), 本文将辅助模型辨识方法和增广最小二乘增广参数向量思想加以推广, 用于研究系统(1)的辨识问题, 提出了基于辅助模型和基于残差的最小二乘递推算法, 它集成递推辅助模型辨识算法与递推增广最小二乘辨识算法二者的优点, 该方法还可获得噪声模型的参数估计.

2 辨识算法

先引入符号: "$A=:X$"或"$X:=A$"表示"A记作(定义为)X"之意(因为符号≙没有左右之分, 含义模糊); 上标T表示矩阵转置.

系统(1)的信号流可用图1表示. 定义有关中间变量:

$$z(t):=F(z)y(t) \tag{2}$$

$$x(t):=\frac{B(z)}{A(z)}u(t) \tag{3}$$

$$w(t):=D(z)v(t) \tag{4}$$

则式(1)可写为

$$z(t)=x(t)+w(t) \tag{5}$$

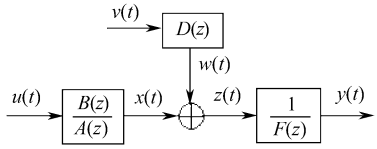


图1 有色噪声随机系统

从图1可以看出, $x(t)$为模型$\frac{B(z)}{A(z)}$的输出, $w(t)$为噪声模型$D(z)$的输出, $z(t)$是$x(t)$的含噪量测, 经过滤波器$1/F(z)$产生系统输出$y(t)$. 置系统参数向量为

$$\theta_f:=[f_1,f_2,\cdots,f_{n_f}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_f}$$

$$\theta_s:=[a_1,a_2,\cdots,a_{n_a},b_1,b_2,\cdots,b_{n_b}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_a+n_b}$$

$$\theta_n:=[d_1,d_2,\cdots,d_{n_d}]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_d}$$

输出信息向量、系统信息向量和噪声信息向量分别为

$$\varphi_f(t):=[-y(t-1),-y(t-2),\cdots,-y(t-n_f)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_f}$$

$$\varphi_s(t):=[-x(t-1),-x(t-2),\cdots,-x(t-n_a),u(t-1),u(t-2),\cdots,u(t-n_b)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_a+n_b}$$

$$\varphi_n(t):=[v(t-1),v(t-2),\cdots,v(t-n_d)]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{n_d}$$

下标f, s和n分别表示滤波、系统、噪声模型之意. 那么式(2)~式(4)写成向量形式分别为

$$z(t)=y(t)-\varphi_f^{\mathrm{T}}(t)\theta_f \tag{6}$$

$$x(t)=\varphi_s^{\mathrm{T}}(t)\theta_s \tag{7}$$

$$w(t)=\varphi_n^{\mathrm{T}}(t)\theta_n+v(t) \tag{8}$$

把以上3式代入式(5)可得

$$y(t)=\varphi_f^{\mathrm{T}}(t)\theta_f+\varphi_s^{\mathrm{T}}(t)\theta_s+\varphi_n^{\mathrm{T}}(t)\theta_n+v(t)=:\varphi^{\mathrm{T}}(t)\theta+v(t) \tag{9}$$

其中 $\theta=\begin{bmatrix}\theta_f\\ \theta_s\\ \theta_n\end{bmatrix}\in\mathbf{R}^{n_f+n_a+n_b+n_d}$

$$\varphi(t):=\begin{bmatrix}\varphi_f(t)\\ \varphi_s(t)\\ \theta_n(t)\end{bmatrix}\in\mathbf{R}^{n_f+n_a+n_b+n_d}$$

辨识的目的是利用输入输出数据$\{u(t),y(t):t=1,2,\cdots\}$估计系统的未知参数($f_i$, a_i, b_i, d_i).

由于信息向量$\varphi(t)$中包含未知中间变量$x(t-i)$和不可测噪声项$v(t-i)$, 因此无法用标准递推最小二乘算法来得到参数向量θ的估计$\hat{\theta}(t)$.

为了解决这一困难, 本文方法是借助于增广最小二乘算法的思想[2]: 用估计残差$\hat{v}(t-i)$代替信息向量$\varphi(t)$中不可测噪声项$v(t-i)$; 借助于辅助模型辨识思想[3-12]: 构造一个辅助模型(如图2所示), 用辅助模型的输出$x_a(t-i)$代替信息向量$\varphi(t)$中的未知项$x(t-i)$. 图2中$P_a(t):=\frac{B_a(z)}{A_a(z)}$为辅助模型的传递函数[$A_a(z)$和$B_a(z)$是与$A(z)$和$B(z)$同阶次多项式], $x_a(t)$为辅助模型的输出. 信息向量$\varphi(t)$里$\varphi_s(t)$中未知项$x(t-i)$用辅助模型输出$x_a(t-i)$代替, 作了这种代替后的$\varphi_s(t)$记作为

$$\hat{\varphi}_s(t):=[-x_a(t-1),\cdots,-x_a(t-n_a),$$

$$u(t-1),\ \cdots,\ u(t-n_b)]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

又信息向量 $\varphi(t)$里 $\varphi_{\mathrm{n}}(t)$中未知噪声项 $v(t-i)$用估计残差 $\hat{v}(t-i)$代替, 作了这种代替后的 $\varphi_{\mathrm{n}}(t)$记作为

$$\hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t):=[\hat{v}(t-1),\ \hat{v}(t-2),\ \cdots,\ \hat{v}(t-n_d)]^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

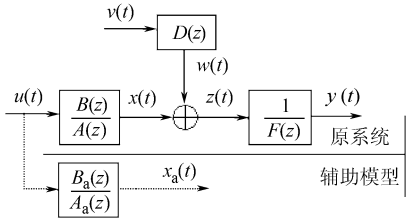


图 2　带辅助模型的有色噪声随机系统

由图 2可知

$$x_{\mathrm{a}}(t)=\frac{B_{\mathrm{a}}(z)}{A_{\mathrm{a}}(z)}u(t)$$

仿照式 (3)和式 (7)的方式, 把它写成向量形式为

$$x_{\mathrm{a}}(t)=\varphi_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}(t)\theta_{\mathrm{a}}$$

式中, $\varphi_{\mathrm{a}}(t)$和 θ_{a} 分别是辅助模型的信息向量和参数向量. 当然, 辅助模型的信息向量和参数向量有多种选择方法[3,12]. 参照文献[3], 本文把 $\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)$作为辅助模型的信息向量 $\varphi_{\mathrm{a}}(t)$, 把 $\hat{\theta}_{\mathrm{s}}(t)$作为辅助模型的参数向量 θ_{a}, 所以有

$$x_{\mathrm{a}}(t)=\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)\hat{\theta}_{\mathrm{s}}(t) \tag{12}$$

用 $\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)$和 $\hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t)$代替 $\varphi(t)$中未知的 $\varphi_{\mathrm{s}}(t)$和 $\varphi_{\mathrm{n}}(t)$, 代替后记作为

$$\hat{\varphi}(t):=\begin{bmatrix}\varphi_{\mathrm{f}}(t)\\ \hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)\\ \hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t)\end{bmatrix}=$$

$$[-y(t-1),\ \cdots,\ -y(t-n_f),\ -x_{\mathrm{a}}(t-1),\ \cdots,\ -x_{\mathrm{a}}(t-n_a),\ u(t-1),\ \cdots,\ u(t-n_b),\ \hat{v}(t-1),\ \cdots,\ \hat{v}(t-n_d)]^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

由式 (9)可得

$$v(t)=y(t)-\varphi^{\mathrm{T}}(t)\theta$$

式中未知的 $\varphi(t)$用 $\hat{\varphi}(t)$代替, θ用其估计 $\hat{\theta}(t)$代替, 那么残差 $\hat{v}(t)$可通过式 (14)计算:

$$\hat{v}(t)=y(t)-\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t) \tag{14}$$

作了上述准备, 极小化准则函数:

$$J(\theta)=\sum_{i=1}^{t}[y(t)-\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\theta]^2$$

仿照标准递推最小二乘的推导过程[2], 不难得到基于辅助模型和输出残差的递推最小二乘算法:

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+\boldsymbol{L}(t)[y(t)-\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t-1)] \tag{15}$$

$$\boldsymbol{L}(t)=\boldsymbol{P}(t-1)\hat{\varphi}(t)\cdot[1+\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}(t-1)\hat{\varphi}(t)]^{-1} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{P}(t)&=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L}(t)\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)]\boldsymbol{P}(t-1)\\ \boldsymbol{P}(0)&=p_0\boldsymbol{I}\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$$\varphi_{\mathrm{f}}(t)=[-y(t-1),\ -y(t-2),\ \cdots,\ -y(t-n_f)]^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\varphi}(t)&=\begin{bmatrix}\varphi_{\mathrm{f}}(t)\\ \hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)\\ \hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t)\end{bmatrix}\\ \hat{\theta}(t)&=\begin{bmatrix}\hat{\theta}_{\mathrm{f}}(t)\\ \hat{\theta}_{\mathrm{s}}(t)\\ \hat{\theta}_{\mathrm{n}}(t)\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

$$\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)=[-x_{\mathrm{a}}(t-1),\ \cdots,\ -x_{\mathrm{a}}(t-n_a),\ u(t-1),\ \cdots,\ u(t-n_b)]^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

$$\hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t)=[\hat{v}(t-1),\ \hat{v}(t-2),\ \cdots,\ \hat{v}(t-n_d)]^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

$$x_{\mathrm{a}}(t)=\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}_{\mathrm{s}}(t) \tag{22}$$

$$\hat{v}(t)=y(t)-\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t) \tag{23}$$

算法初值的选择类似于标准最小二乘算法: 协方差阵初值 $\boldsymbol{P}(0)$取为一个大对称正定阵, 即 p_0取为一个大常数 (如 $p_0=10^6$), 参数估计初值 $\hat{\theta}(0)$取为一个很小实向量, 如 $\hat{\theta}(0)=\boldsymbol{I}/p_0$ ($\boldsymbol{I}$为元均为 1的适当维数的列向量).

辅助变量辨识方法不能获得噪声模型的参数, 而上述算法不仅可以辨识系统模型参数, 还可获得噪声模型的参数估计. 提出算法的计算步骤如下:

① 置初值 $\boldsymbol{P}(0)=p_0\boldsymbol{I}$, $p_0=10^6$, $\hat{\theta}(0)=\boldsymbol{I}/p_0$;

② 令 $t=1$, $x_{\mathrm{a}}(t-i)=1/p_0$, $\hat{v}(t-i)=1/p_0$;

③ 收集数据 $u(t)$和 $y(t)$, 用式 (18)构造 $\varphi_{\mathrm{f}}(t)$, 用式 (20)构造 $\hat{\varphi}_{\mathrm{s}}(t)$, 用式 (21)构造 $\hat{\varphi}_{\mathrm{n}}(t)$, 用式 (19)构造 $\hat{\varphi}(t)$;

④ 用式 (16)计算 $\boldsymbol{L}(t)$, 用式 (17)计算 $\boldsymbol{P}(t)$, 用式 (15)刷新估计 $\hat{\theta}(t)$;

⑤ 用式 (22)计算 $x_{\mathrm{a}}(t)$, 用式 (23)计算 $\hat{v}(t)$;

⑥ t增 1, 转步骤③, 继续递推计算.

这个算法也执行了递阶计算过程, 原因在于式(22)辅助模型的输出 $x_a(t)$和式(23)输出残差(噪声估计值) $\hat{v}(t)$依赖于参数估计值 $\hat{\theta}_s(t)$和 $\hat{\theta}(t)$, 而参数估计值 $\hat{\theta}(t)$又依赖于 $x_a(t)$和 $\hat{v}(t)$, 参见式(15), 式(19)~式(21).

算法的收敛性可参照辅助模型最小二乘算法[3]与增广最小二乘算法[13]的收敛性证明.

3 算法推广

提出的方法可以推广用于下列一般随机系统的辨识[1]:

$$F(z)y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}u(t) + \frac{D(z)}{C(z)}v(t) \quad (24)$$

式中, $C(z) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \cdots + c_{n_c}z^{-n_c}$, 其它变量定义同上. 具体做法如下:

用长除法展开 $D(z)/C(z)$可得

$$\frac{D(z)}{C(z)} = 1 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + e_3z^{-3} + \cdots \quad (25)$$

假设系统是平稳(稳定)的, 那么当 j趋向于无穷时, 系数 e_j收敛于 0 实际上, 可以用一阶次为 p 的模型

$$E(p, z) = 1 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + e_3z^{-3} + \cdots + e_pz^{-p} \quad (26)$$

来逼近 $D(z)/C(z)$, 且只要阶次 p 足够高, 就能以任意高精度逼近. 然后, 用上节提出方法辨识等价模型:

$$F(z)y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}u(t) + E(p, z)v(t)$$

获得 $F(z)$, $A(z)$, $B(z)$和 $E(p, z)$的估计 $\hat{F}(z)$, $\hat{A}(z)$, $\hat{B}(z)$和 $\hat{E}(p, z)$后, 可以利用模型等价方法来确定原系统的参数, 具体方法如下:

比较式(25)和式(26)可得

$$D(z) = E(p, z)C(z) \quad (27)$$

把式(27)转换为多项式方程:

$$1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \cdots + d_{n_d}z^{-n_d} = [1 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + \cdots + e_pz^{-p}] \cdot [1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \cdots + c_{n_c}z^{-n_c}]$$

展开上述方程, 比较两边 z^{-1}同次幂系数, 得到一系列方程可求解出未知数 c_i和 d_i.

4 仿真例子

考虑下列仿真对象:

$$F(z)y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}u(t) + D(z)v(t)$$

$$F(z) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} = 1 + 0.61z^{-1} - 0.24z^{-2}$$

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} = 1 - 0.12z^{-1} + 0.54z^{-2}$$

$$B(z) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} = 1.00z^{-1} - 0.75z^{-2}$$

$$D(z) = 1 + d_1z^{-1} = 1 + 0.82z^{-1}$$

$$\theta = [f_1, f_2, a_1, a_2, b_1, b_2, d_1]^T = [0.61, -0.24, -0.12, 0.54, 1.00, -0.75, 0.82]^T$$

仿真时, 输入 $\{u(t)\}$采用零均值、单位方差、不相关可测随机信号序列, $\{v(t)\}$采用零均值方差为 σ^2的随机白噪声序列, 取数据长度 $L = 3\,000$ 应用本文的算法估计这个系统的参数, 不同噪声方差时参数估计及其误差 $\delta = \|\hat{\theta}(t) - \theta\| / \|\theta\|$ 如表 1所示, 估计误差 δ随数据长度 t变化曲线如图 3所示. 当噪声方差 $\sigma^2 = 0.5^2$和 $\sigma^2 = 1.5^2$时, 对应的系统噪信比分别为 $\delta_{ns} = 25.88\%$和 $\delta_{ns} = 77.64\%$.

由表 1可知: 随着数据长度增加, 参数估计误差总的趋势不断减小; 噪声方差小(但不能太小), 参数估计误差也小.

表 1 参数估计及其误差

$\sigma^2(\delta_{ns})$	t	f_1	f_2	a_1	a_2	b_1	b_2	d_1	δ/%
$0.5^2(25.88\%)$	100	0.42594	-0.39290	-0.05845	0.52068	1.04614	-0.89065	0.39626	29.74808
	200	0.53858	-0.30865	-0.09333	0.52346	1.01327	-0.78278	0.68618	10.04228
	500	0.57295	-0.27974	-0.09141	0.53211	0.99323	-0.73991	0.75146	5.40458
	1000	0.59564	-0.24956	-0.11726	0.51191	1.00682	-0.75841	0.77004	3.53290
	2000	0.60138	-0.24498	-0.13471	0.51969	1.00494	-0.77929	0.77612	3.45031
	3000	0.61985	-0.22612	-0.13632	0.52049	1.00712	-0.75385	0.80086	2.14636
$1.5^2(77.64\%)$	100	0.32995	-0.38117	-0.09848	0.40636	1.15716	-1.17135	0.33015	43.37416
	200	0.48302	-0.32471	-0.05220	0.48494	1.03616	-0.82880	0.64198	15.36559
	500	0.55639	-0.30075	-0.04841	0.53481	0.97316	-0.69750	0.73630	8.64455
	1000	0.57559	-0.26104	-0.09919	0.48189	1.01983	-0.76811	0.74923	6.13072
	2000	0.58792	-0.24966	-0.16289	0.48976	1.01514	-0.84075	0.76192	7.51635
	3000	0.60477	-0.22820	-0.14110	0.49670	1.02123	-0.77312	0.78511	3.97301
	真值	0.61000	-0.24000	-0.12000	0.54000	1.00000	-0.75000	0.82000	

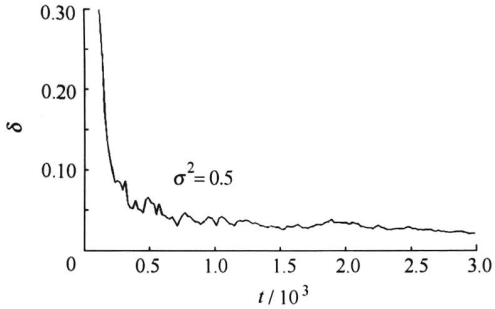


图 3　参数估计误差随数据长度变化曲线

5 结　论

论文借助于辅助模型辨识思想和增广参数向量维数的增广最小二乘思想, 提出了一类有色噪声干扰随机系统最小二乘递推算法. 该方法可扩展用于一般随机系统的辨识. 文中仿真例子说明用所提出算法估计系统参数是有效的.

参考文献 (**References**)

[1] Ljung L. System identification theory for the user (2nd ed) [M]. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1999: 87-88

[2] 谢新民, 丁锋. 自适应控制系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 68-75
Xie Xinmin, Ding Feng. Adaptive control systems[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 68-75 (in Chinese)

[3] Ding F, Chen T. Combined parameter and output estimation of dual-rate systems using an auxiliary model[J]. Automatica, 2004, 40(10): 1739-1748

[4] Zheng W X. On a least-squares-based algorithm for identification of stochastic linear systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(6): 1631-1638

[5] Zheng W X. Least-squares identification of a class of multivariable systems with correlated disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute, 1999, 336(8): 1309-1324

[6] Zheng W X. A bias correction method for identification of linear dynamic errors-in-variables models[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(7): 1142-1147

[7] Zheng W X. Parameter estimation of stochastic linear systems with noisy input[J]. International Journal of Systems Science, 2004, 35(3): 185-190

[8] 方崇智, 萧德云. 过程辨识 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1988: 178-183
Fang Chongzhi, Xiao Deyun. Process identification[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 178-183 (in Chinese)

[9] 黄祖毅, 陈建清. 基于脉冲响应的输出误差模型的辨识 [J]. 控制理论与应用, 2003, 20(5): 793-796
Huang Zuyi, Chen Jianqing. Identification of output error models based on impulse response[J]. Control Theory and Applications, 2003, 20(5): 793-796 (in Chinese)

[10] Zhang S, Chen H B, Xiao Y S. Parameter estimation of multi-input, single-output systems based on the correlation analysis methods[C]// Liang J R, Liu X Z. Proceedings of the 4th International Conference on Impulsive and Hybrid Dynamical Systems. Waterloo, Canada: Watam Press, 2007: 1381-1385

[11] 张勇, 杨慧中, 丁锋. 有色噪声干扰下的一种系统辨识方法 [J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(Z1): 167-171
Zhang Yong, Yang Huizhong, Ding Feng. System identification method for colored noises[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 38(Z1): 167-171 (in Chinese)

[12] Ding F, Chen T. Identification of dual-rate systems based on finite impulse response models[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2004, 18(7): 589-598

[13] Chen H F, Guo L. Identification and stochastic adaptive control[M]. Boston, MA: Birkhäuser, 1991: 89-92

(责任编辑: 张　嵘)