间隙非线性气动弹性颤振控制

李道春 向锦武

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 研究了亚音速不可压来流中二元机翼气动弹性颤振主动控制问题. 采用Theodorsen准定常气动力建立俯仰方向含有间隙非线性的气动弹性动态方程, 然后基于状态依赖Riccati方程推导了非线性颤振控制律. 假设只有俯仰角位移和控制面偏转位移可以直接测量, 状态空间中的其它变量通过所设计的状态观测器进行了估计. 仿真结果显示, 观测器可以快速准确地对非直接测量变量进行估计, 系统状态变量与控制变量都能够迅速地收敛于零点, 表明所设计的控制律可以有效地实现对间隙非线性二元机翼颤振的抑制.

关 键 词: 二元机翼; 颤振; 非线性控制系统; 状态估计

中图分类号: V 215.3

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2007)06-0640-04

Flutter control of aeroelasticity with freeplay nonlinearity

Li Daochun Xiang Jinwu

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract The question of active futter control of prototypical aeroelastic wing section in subsonic uncompressible flow was investigated. The aeroelastic dynamic model with freeplay nonlinearity in pitch was built using Theodorsen quasi-steady aerodynamic force and moment. Then the control law for flutter suppression was derived via state-dependent Riccati equation. For the synthesis of the controller, only pitch angle and control-surface deflection were measured directly. An observer was constructed to estimate the unavailable state variables of the system. The closed-loop system including the observer and nonlinear controler is asymptotically stable. The simulation results are presented, which show that the observer can give precise estimations for the plunge displacement and the velocities in pitch and plunge, and that the controller is effective for flutter suppression of two-dimensional airfoil with freeplay nonlinearity in pitch.

Key words: airfoil; flutter; nonlilnear control system; state estimation

在一定的飞行条件下, 非线性气动弹性系统可以出现极限环振荡、甚至混沌等不稳定现象[1]. 这些不稳定现象可能导致飞行器结构的破坏, 造成很大的安全隐患. 因此, 非线性气动弹性颤振分析与主动控制成为了一个非常重要的研究领域. 文献[2]对气动弹性响应分析与控制的发展历程进行了很好的总结. 非线性二元机翼颤振主动控制所用到的控制方法包括: 反馈线性化技术[3]、非线性自适应控制[4]、非线性模糊滑模控制[5], 以及基于张量积模型的控制[6]等. 文献[7]通过基准非线性控制问题研究了状态依赖Riccati方程控制方法的性能特点, 状态依赖Riccati方程方法也曾用于非线性气动弹性的控制问题[8-9].

非线性气动弹性领域研究较多的结构非线性因素主要分为多项式非线性(包含立方非线性)、间隙非线性[10]、迟滞非线性[11], 以及大展弦比机翼的几何非线性[12]. 值得注意的是, 目前对非线性颤振主动控制问题的研究还局限于连续的多项式非线性[3-9]. 文献[10-11]对间隙、双线性迟滞环等不连续非线性系统的颤振特性进行了分

收稿日期: 2006-08-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10272012); 教育部新世纪优秀人才基金资助项目(NCET-04-0169)

作者简介: 李道春(1980-), 男, 山东梁山人, 博士生, lidc@ase.buaa.edu.cn

析, 但如何实现该系统的颤振主动控制尚未进行研究. 本文基于状态依赖 Riccati方程, 推导间隙非线性气动弹性颤振控制律, 并进行仿真验证.

1　气动弹性模型与控制问题

二元机翼如图 1, 其运动方程可表示为[13]

$$\begin{bmatrix} m & mx_\alpha b \\ mx_\alpha b & I_\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_h & 0 \\ 0 & c_\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_\alpha(\alpha) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L \\ M \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中, h 为沉浮位移; α 为俯仰角; b 为机翼半弦长; m 为机翼质量; I_α 为机翼惯性矩; x_α 为弹性轴到机翼重心的无量纲距离; c_h 和 c_α 分别为沉浮方向和俯仰方向的结构阻尼系数; k_h 和 $k_\alpha(\alpha)$分别为沉浮方向和俯仰方向的刚度系数; L, M 分别为气动力和力矩. $k_\alpha(\alpha)$表示俯仰方向含有间隙非线性刚度, 非线性广义“位移-力”关系如图 2

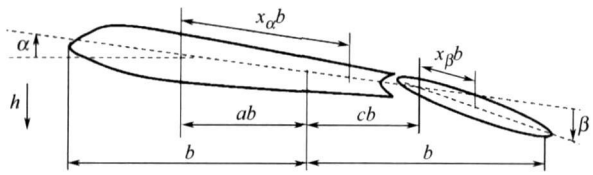

图 1　二元机翼

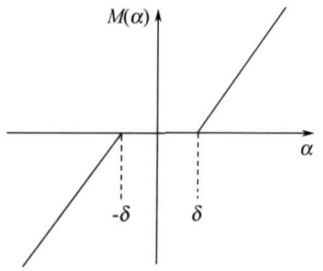

图 2　间隙非线性

$M(\alpha)$力学模型为

$$M(\alpha) = k_\alpha(\alpha)\alpha = \begin{cases} k(\alpha-\delta) & \alpha > \delta \\ 0 & \delta \leqslant \alpha \leqslant \delta \\ k(\alpha+\delta) & \alpha < -\delta \end{cases} \tag{2}$$

其中, k为斜率. 准定常气动力表达式为

$$\left.\begin{aligned} L &= \rho U^2 b c_{l\alpha}\left[\alpha + \frac{\dot{h}}{U} + (1/2-a)b\frac{\dot{\alpha}}{U}\right] + \rho U^2 b c_{l\beta} \\ M &= \rho U^2 b c_{m\alpha}\left[\alpha + \frac{\dot{h}}{U} + (1/2-a)b\frac{\dot{\alpha}}{U}\right] + \rho U^2 b c_{m\beta} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中, a为机翼弹性轴到中心的无量纲距离; $c_{l\alpha}$和 $c_{m\alpha}$分别为单位功角对应的升力系数和力矩系数; $c_{l\beta}$和 $c_{m\beta}$分别为单位控制面偏转角对应的升力系数和力矩系数; ρ为密度; β为控制面偏转角; U为来流速度. 引入矢量 $\boldsymbol{x} = [h, \alpha, \dot{h}, \dot{\alpha}]^{\mathrm{T}}$, 则系统 (1) 可以表示为状态空间的形式:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\beta(t) \tag{4}$$

其中, 矩阵 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 分别为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2U^2 - p(x_2) & -c_1 & -c_2 \\ -k_3 & -k_4U^2 - q(x_2) & -c_3 & -c_4 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = [0 \quad 0 \quad b_3 \quad b_4]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

矩阵中各系数分别为系统参数的函数, 具体为

$$d = m(I_\alpha - mx_\alpha^2 b^2) \qquad k_1 = I_\alpha k_h / d$$

$$k_2 = (I_\alpha \rho b c_{l\alpha} + mx_\alpha b^3 \rho c_{m\alpha})/d$$

$$k_3 = -mx_\alpha b k_h / d$$

$$k_4 = -(m\rho x_\alpha b^2 c_{l\alpha} + m\rho b^2 c_{m\alpha})/d$$

$$p(x_2) = -mx_\alpha b k_\alpha(x_2)/d$$

$$q(x_2) = mk_\alpha(x_2)/d$$

$$c_1 = [I_\alpha(c_h + \rho U b c_{l\alpha}) + m\rho x_\alpha b^3 c_{m\alpha}]/d$$

$$c_2 = [I_\alpha \rho U b^2 c_{l\alpha}(1/2-a) - mx_\alpha b c_\alpha + mx_\alpha \rho U b^4 c_{m\alpha}(1/2-a)]/d$$

$$c_3 = -m(x_\alpha b c_h + x_\alpha \rho U b^2 c_{l\alpha} + \rho U b^2 c_{m\alpha})/d$$

$$c_4 = m[c_\alpha - x_\alpha \rho U b^3 c_{l\alpha}(1/2-a) - \rho U b^3 c_{m\alpha}(1/2-a)]/d$$

$$b_3 = -U^2(I_\alpha \rho b c_{l\beta} + m\rho x_\alpha b^3 c_{m\beta})/d$$

$$b_4 = U^2(mx_\alpha b^2 I_\alpha \rho c_{l\beta} + m\rho b^2 c_{m\beta})/d$$

2　控制律设计

2 1　状态反馈控制律

对系统 (4), 考虑二次型指标最优控制问题, 使如下性能指标达到最小:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + R\beta^2)\,\mathrm{d}t \tag{6}$$

其中, $\boldsymbol{Q}$ 为正定对称矩阵; $R > 0$. J 最小, 表示用不大的控制能量来保持较小的误差, 以达到误差和能量的综合最优. 通过调节 $\boldsymbol{Q}$ 与 R 的取值可以得到理想的闭环响应. 直接进行非线性系统的最优控制律设计是非常困难的, 可以通过求解状态依赖 Riccati方程获得次优解.

考察状态空间中原点 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$附近的一个邻域 $\Omega \subset \boldsymbol{R}^4$, 为了使状态依赖 Riccati方程有解, 需要满足: 对任意 $\boldsymbol{x} \in \Omega$, 系统 (4)都是可控的. 系统含有的间隙非线性可以看作 3个分段线性区域的组合, 因此只要下列矩阵在 3个线性区域都是满秩的即可保证系统的可控性:

$$[\boldsymbol{B} \quad \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B} \quad \boldsymbol{A}^2(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B} \quad \boldsymbol{A}^3(\boldsymbol{x})\boldsymbol{B}] \tag{7}$$

在系统(4)可控的前提下,通过求解以下状态依赖 Riccati方程:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = 0 \tag{8}$$

获得正定矩阵 $\boldsymbol{P}$,然后即可得到非线性控制律:

$$\beta(t) = -R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{9}$$

2.2 状态估计

为了实现状态反馈,需要对状态变量进行测量.但实际系统中,并不是所有的状态变量都能够直接测量.同时,在能够实现控制目的的前提下,为了降低控制成本,应该尽量减少需要直接测量的变量.这种情况下,为了实现状态反馈控制律,需要利用已知的信息对未知变量进行状态估计.假设只有俯仰位移可以直接测量,则测量方程为

$$y = \alpha = [0,\ 1,\ 0,\ 0]\boldsymbol{x} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \tag{10}$$

为了设计基于状态依赖 Riccati方程的观测器,首先需要保证系统(式(4)和式(10))是可观测的,即要求以下矩阵满秩:

$$[\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^2(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}} \quad (\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^3(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}] \tag{11}$$

该矩阵的行列式为

$$\det_{\mathrm{o}} = -k_3^2 + c_3c_1k_3 - c_3^2k_1 \tag{12}$$

只要行列式的值不为零,就说明矩阵(11)是满秩的,可见系统(式(4)和式(10))的观测性仅与系统参数有关.在系统可观测的条件下,以 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 表示全维状态观测向量,则观测器动力系统为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{x}})\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}\beta(t) + \boldsymbol{K}(y - \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}) \tag{13}$$

其中

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}V^{-1} \tag{14}$$

矩阵 $\boldsymbol{P}_0$ 为以下代数 Riccati方程的正定解:

$$\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{x}})\boldsymbol{P}_0 + \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{x}}) - \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}V^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}_0 + Q_0 = 0 \tag{15}$$

其中,V^{-1},Q_0 为常数.

以 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 替代控制律(9)中的 $\boldsymbol{x}$,即可得到由被控对象、观测器及状态反馈构成的完整的闭环系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) & -\boldsymbol{B}R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}V^{-1}\boldsymbol{C} & -\boldsymbol{B}R^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}_0\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}V^{-1}\boldsymbol{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \hat{\boldsymbol{x}} \end{bmatrix} \tag{16}$$

3 结果分析

仿真过程中所用到的系统参数取值如下[13]:$b = 0.135$ m,$m = 12.387$ kg,$I_\alpha = 0.065$,$x_\alpha = 0.3267$,$k_h = 2\,884.4$ N/m,$c_h = 27.43$ N·s/m,$c_\alpha = 0.036$ N·s,$\rho = 1.225$ kg/m^3,$a = -0.68$,$c_{h\alpha} = 6.28$,$c_{h\beta} = 3.358$,$c_{m\alpha} = -1.1304$,$c_{m\beta} = -0.6355$.此时可以计算出矩阵(11)的行列式 $\det_{\mathrm{o}} = -9.3 \times 10^6 \neq 0$,说明系统(式(4)和式(10))是可观测的.观测器的性能如图3,可见所设计的观测器能够迅速地对非直接测量变量做出准确的估计.

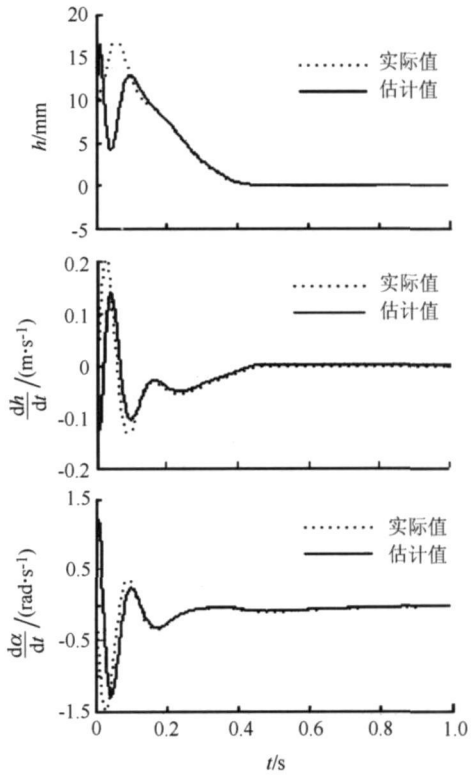

图3 状态观测结果

为了进行对比,$U = 13$ m/s,间隙非线性模型的参数为 $k = 28$,$\delta = 1°$,系统开环响应曲线如图4,经过短暂的瞬态响应以后,发生了稳定的极限环振荡,这是典型的非线性不稳定现象.

根据式(2),系统的可控性可分段研究.

当 $\alpha > \delta$ 时,$k_\alpha(\alpha) = k - k\delta/\alpha$,此时可控性矩阵(7)的行列式为

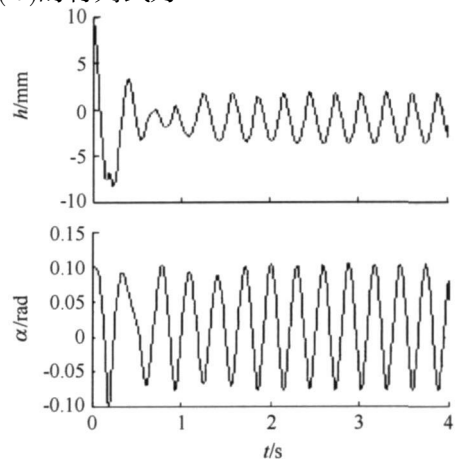

图4 系统开环响应

$$\det_c = \frac{-1}{\alpha^2}(1.21\times10^{11}\alpha^2 - 1.54\times10^{11}\delta\alpha + 4.88\times10^{10}\delta^2) \quad (17)$$

令 $\det_c = 0$, 可以解得: $\alpha_1 = 0.687\delta$, $\alpha_2 = 0.588\delta$ 由于 $\alpha > \delta$, 所以 $\det_c \neq 0$.

当 $\delta \leqslant \alpha \leqslant \delta$时, $k_\alpha(\alpha) = 0$, $\det_c = -1.561\times10^{10} \neq 0$.

当 $\alpha < -\delta$时, $k_\alpha(\alpha) = k + k\delta/\alpha$, 可以解得: $\alpha_1 = -0.588\delta$, $\alpha_2 = -0.687\delta$, 由于 $\alpha < -\delta$, 所以 $\det_c \neq 0$.

可见, 3种情况都满足 $\det_c \neq 0$, 所以可控性矩阵(7)是满秩的, 即系统(4)是可控的. 对以上给定的参数以及初始条件 $x_0 = [0.01, 0.1, 0, 0, 0.05, 0, 0]$, 闭环系统(16)仿真的结果如图 5所示. h, α, 以及控制变量都迅速地收敛于零点, 表明本文所设计的非线性控制律能够有效地抑制间隙非线性气动弹性系统的颤振.

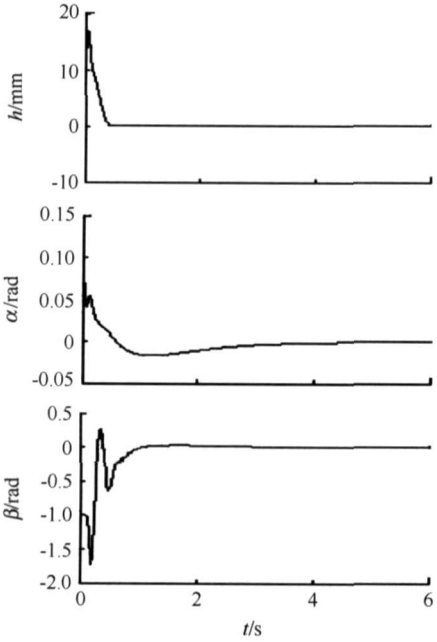

图 5　非线性颤振控制

4　结 束 语

对于俯仰方向含有间隙的非线性气动弹性系统, 利用状态依赖 Riccati方程首先对状态变量进行了观测, 然后推导了非线性颤振控制律, 仿真结果表明, 系统状态变量与控制变量都能够迅速地收敛于零点, 本文所设计的控制律可以有效地实现对非线性颤振的抑制.

反馈线性化控制、自适应控制等非线性主动控制方法的适用范围局限于最小相位系统, 而状态依赖 Riccati方程控制方法还可用于非最小相位系统, 该控制方法的另一个优点是可以通过调节性能指标参数来改变系统的响应特征. 本文所设计的控制律稍加修改即可用于双线性迟滞非线性颤振控制问题.

参考文献 (References)

[1] Yang Z C, Zhao L C. Chaotic motions of airfoil with nonlinear stiffness in incompressible flow[J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 138: 245-254

[2] Mukhopadhyay V. Historical perspective on analysis and control of aeroelastic responses[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(5): 673-684

[3] Ko J, Kurdila A J, Strganac T W. Nonlinear control of a prototypical wing section with torsional nonlinearity[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(6): 1181-1189

[4] Behal A, Marzocca P, Rao V M, et al. Nonlinear adaptive control of an aeroelastic two-dimensional lifting surface[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2): 382-390

[5] Lin C M, Chin W L. Adaptive decoupled fuzzy sliding-mode control of a nonlinear aeroelastic system[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(1): 206-209

[6] Baranyi P. Tensor-product model-based control of two-dimensional aeroelastic system[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2): 391-400

[7] Mracek C P, Cloutier J R. Control design for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method[J]. International Journal of Robust Nonlinear Control, 1998, 8: 401-433

[8] Tadi M. State-dependent Riccati equation for control of aeroelastic flutter[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(6): 914-917

[9] Bhoir N, Singh S N. Control of unsteady aeroelastic system via state-dependent Riccati equation method[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 78-84

[10] 赵永辉, 胡海岩. 具有操纵间隙非线性二维翼段的气动弹性分析[J]. 航空学报, 2003, 24(6): 521-525
Zhao Yonghui, Hu Haiyan. Aeroelastic analysis of a two-dimensional airfoil with control surface freeplay nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautia Sinica, 2003, 24(6): 521-525(in Chinese)

[11] 李道春, 向锦武. 迟滞非线性二元机翼颤振特性分析[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 600-604
Li Daochun, Xiang Jinwu. Aeroelastic analysis of a two-dimensional airfoil with a hysteresis structural nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautia Sinica, 2007, 28(3): 600-604(in Chinese)

[12] 谢长川, 吴志刚, 杨超. 大展弦比柔性机翼的气动弹性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(12): 1087-1090
Xie Changchuan, Wu Zhigang, Yang Chao. Aeroelastic analysis of flexible large aspect ratio wing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(12): 1087-1090(in Chinese)

[13] Singh S N, Yim W. State feedback control of an aeroelastic system with structural nonlinearity[J]. Aerospace Science and Technology, 2003, 7(1): 23-31

(责任编辑: 刘登敏)