一种惯导系统快速对准模型和方法

王新龙 马 闪

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 从控制论的观点探讨了实现惯性导航系统(INS)快速对准及标定的途径及方法. 通过引入李雅普诺夫变换,论证了SINS(Strapdown Inertial Navigation System)模型与GINS(Gimbaled Inertial Navigation System)模型的等价关系;通过基于物理本质的相似变换,提出了用伪状态来代替真实状态,从而使INS的可观测状态和不可观测状态之间动态解耦,得到了INS的最佳完全可观测子系统模型;通过对INS可观测子系统模型的简化,提出了一种快速估计方位失准角和标定陀螺仪漂移误差的方法,该算法表明方位失准角和陀螺仪的漂移误差完全可从水平失准角速率中快速估计出来,而不必使用陀螺的输出信号.

关 键 词: 惯性导航系统; 初始对准; 可观测性; 卡尔曼滤波

中图分类号: V 249.32+2

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2007)05-0509-05

Fast alignment model and method for inertial navigation system

Wang Xinlong Ma Shan

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A fast alignment and calibration method of inertial navigation system (INS) were approached from a control theory point of view. Using the Lyapunov transformation was proposed for transforming the conventional strapdown inertial navigation system (SlNS) error model. And the equivalence of SINS and gimbaled inertial navigation system (GINS) error model was discussed. Using a semblable transformation which based on physical insight and the so-called pseudostates vector instead of the true states were proposed. Consequently, the observable error states are uncorrelated with the unobservable ones, and the best observable sub-space of INS was found. Based on the simplified model, the fast estimation methods for the azimuth error and calibrating the drift of gyroscopes were creatively proposed. It reveals that the azimuth error and the drift of gyroscopes can be entirely estimated from the estimation of leveling error rate, and without using gyro output signals.

Key words: inertial navigation systems; initial alignment; observability; Kalman filtering

惯性导航系统(INS)以其特有的一些优点,已广泛应用于海、陆、空、天等各类导航系统中. INS一个十分重要的问题是其初始对准问题,它关系到整个系统的工作精度及所需要的准备时间.

INS地面静基座对准时通常采用自对准方案,即利用加速度计测量水平轴向的重力分量来进行水平对准及方位对准的罗经法. 但这种对准回路频带低,响应慢,对准时间也长. 目前,处理导航系统信息最常用的方法是卡尔曼滤波. 如果INS初始对准时采用卡尔曼滤波,将平台失准角和传感器误差用滤波器估计出来,然后加以校正. 这不仅可以达到对准的目的,而且,从对准回路来看,滤波器和校正量的接入,相当于回路中接入了时变的校正环节,可以使对准回路的频带逐渐从高向低变换,能够较好地解决干扰加速度影响和

收稿日期: 2006-06-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60304006)

作者简介: 王新龙(1969—),男,陕西渭南人,副教授,xlwang@buaa.edu.cn.

对准时间的矛盾.因此,如果能够成功设计INS对准用滤波器,就能改善对准精度,缩短对准时间.

在应用卡尔曼滤波时,首先要确定系统的状态方程和量测方程.同时,为了保证滤波稳定,还要求系统一致完全可控并且一致完全可观测.但在地面自对准及标定时,INS为不完全可观测系统,有些状态的可观测性较差,利用卡尔曼滤波对这些状态无法很好地估计.对它的反馈校正不仅无法提高系统性能,反而影响对准时间.所以,在应用卡尔曼滤波器对INS进行初始对准时,就需要建立完全可观测的系统方程,或只对可观测度较高的状态进行估计及校正,从而可提高系统的对准速度及精度.

本文从控制论的观点研究得到了INS对准时的最佳完全可观测系统模型及快速估计方位失准角和标定陀螺漂移的方法.

1 捷联惯导静基座对准误差模型

在INS地面对准用误差模型[1-2]的基础上,采用北—东—地坐标系为导航坐标系,得到SINS的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}' & \boldsymbol{T}(t)\\ \boldsymbol{0}_{5\times5} & \boldsymbol{0}_{5\times5}\end{bmatrix}\boldsymbol{X}(t)+\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}'(t)\\ \boldsymbol{0}_{5\times1}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{W}(t) \tag{1}$$

观测方程为

$$\boldsymbol{Z}(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{V}(t) \tag{2}$$

其中

$$\boldsymbol{Z}(t)=[\Delta V_{\mathrm{N}}\quad \Delta V_{\mathrm{E}}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{H}=[\boldsymbol{I}_{2\times2}\quad \boldsymbol{0}_{2\times8}]$$

$$\boldsymbol{X}(t)=[\Delta V_{\mathrm{N}}\ \Delta V_{\mathrm{E}}\ \phi_{\mathrm{N}}\ \phi_{\mathrm{E}}\ \phi_{\mathrm{D}}\ \nabla_x\ \nabla_y\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_z]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{F}'=\begin{bmatrix}0 & 2\Omega_{\mathrm{D}} & 0 & g & 0\\ -2\Omega_{\mathrm{D}} & 0 & -g & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \Omega_{\mathrm{D}} & 0\\ 0 & 0 & -\Omega_{\mathrm{D}} & 0 & \Omega_{\mathrm{N}}\\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_{\mathrm{N}} & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}(t)=\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{b}}^{n} & \boldsymbol{0}_{2\times3}\\ \boldsymbol{0}_{3\times2} & \boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{n}\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{0}_{i\times j}$为相应维数零矩阵,其余定义同文献[2].

由于式(1)中包含坐标变换矩阵,其元素皆为航向角、俯仰角和横滚角方向余弦的乘积.因此利用该模型对SINS进行分析时,很难进行.由于SINS是以计算机数学平台代替物理平台,使SINS的数学平台与GINS的物理平台等效.因此,下面通过对SINS误差模型进行李雅普诺夫变换,论证了2种INS误差状态方程的等价性.

1.1 李雅普诺夫等价变换原理

对于齐次线性系统动态方程:

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{X} \tag{3}$$

引入李雅普诺夫变换:

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{M}(t)\boldsymbol{X} \tag{4}$$

则

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{A}_I(t)\boldsymbol{Y} \tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{A}_I(t)=[\dot{\boldsymbol{M}}(t)+\boldsymbol{M}(t)\boldsymbol{A}(t)]\boldsymbol{M}^{-1}(t)$.变换矩阵$\boldsymbol{M}(t)$性质为:① $\boldsymbol{M}(t)$和$\dot{\boldsymbol{M}}(t)$在区间$[t_0,\infty)$连续有界;② 存在常数m使:$0<m\leqslant\det\boldsymbol{M}(t)$.

1.2 李雅普诺夫变换后的SINS静基座误差模型

根据变换矩阵的性质,一般选取李雅普诺夫变换矩阵$\boldsymbol{M}(t)$为正交矩阵.令

$$\boldsymbol{M}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_{5\times5} & \boldsymbol{0}_{5\times5}\\ \boldsymbol{0}_{5\times5} & \boldsymbol{T}(t)\end{bmatrix} \tag{6}$$

对SINS状态方程式(1)和测量方程式(2)进行李雅普诺夫变换,得:

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{M}(t)\boldsymbol{X}=$$

$$[\Delta V_{\mathrm{N}}\quad \Delta V_{\mathrm{E}}\quad \phi_{\mathrm{N}}\quad \phi_{\mathrm{E}}\quad \phi_{\mathrm{D}}\quad (C_{11}\nabla_x+C_{12}\nabla_y)$$

$$(C_{21}\nabla_x+C_{22}\nabla_y)\quad (C_{11}\varepsilon_x+C_{12}\varepsilon_y+C_{13}\varepsilon_z)$$

$$(C_{21}\varepsilon_x+C_{22}\varepsilon_y+C_{23}\varepsilon_z)$$

$$(C_{31}\varepsilon_x+C_{32}\varepsilon_y+C_{33}\varepsilon_z)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}_I(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}' & \boldsymbol{I}_{5\times5}\\ \boldsymbol{0}_{5\times5} & \boldsymbol{0}_{5\times5}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_I=\boldsymbol{H}\boldsymbol{T}^{-1}=\boldsymbol{H}$$

通过变换后SINS的误差状态方程变为

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{A}_I\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{W}(t) \tag{7}$$

量测方程为

$$\boldsymbol{Z}(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{V}(t) \tag{8}$$

令

$$\nabla_{\mathrm{N}}=C_{11}\ \nabla_x+C_{12}\ \nabla_y$$

$$\nabla_{\mathrm{E}}=C_{21}\ \nabla_x+C_{22}\ \nabla_y$$

$$\varepsilon_{\mathrm{N}}=C_{11}\varepsilon_x+C_{12}\varepsilon_y+C_{13}\varepsilon_z$$

$$\varepsilon_{\mathrm{E}}=C_{21}\varepsilon_x+C_{22}\varepsilon_y+C_{23}\varepsilon_z$$

$$\varepsilon_{\mathrm{D}}=C_{31}\varepsilon_x+C_{32}\varepsilon_y+C_{33}\varepsilon_z$$

则,SINS原状态矢量x线性变换后的状态矢量为

$$\boldsymbol{Y}=[\Delta V_{\mathrm{N}}\ \Delta V_{\mathrm{E}}\ \phi_{\mathrm{N}}\ \phi_{\mathrm{E}}\ \phi_{\mathrm{D}}\ \nabla_{\mathrm{N}}\ \nabla_{\mathrm{E}}\ \varepsilon_{\mathrm{N}}\ \varepsilon_{\mathrm{E}}\ \varepsilon_{\mathrm{D}}]^{\mathrm{T}}$$

显然,变换后的SINS状态方程、量测方程式(7)和式(8)与GINS模型在形式完全相同[1],其差别仅在于变换后的SINS模型式(7)中,传感器误差状态为其在导航坐标系中的等效值.这时,系统矩阵已不含姿态阵$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{n}$和$\widetilde{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{b}}^{n}$,从而将使SINS的分析大大简化.

由于可观测性反映了能否由系统的输出测量

值来确定出系统各状态分量的问题.因此,在利用卡尔曼滤波器对系统状态进行估计前,首先应进行可观测性分析.通过分析可知,INS 在静基座条件下系统是不完全可观测的,有 3 个状态不可观测.关于 INS 不可观测状态变量的选取有着不同的观点[1,3].为此,文献[4]论证了 INS 静态对准时,系统不可观测状态的最佳选择为 ∇_N, ∇_E, ε_E.

2　惯导系统对准最佳可观测子系统

由于 INS 模型不完全可观测,在利用卡尔曼滤波器对系统状态进行估计时,所有不能直接测量的状态的估计误差都不能达到 0,这是由于模型中不可观测的传感器误差状态与其他状态是动态耦合的[1,5].试想,如果能通过变换使原 INS 误差模型中不可观测状态和其余状态解耦.那么,不仅可观测状态变量的估计误差可渐近地趋于 0,而且因可观测状态变量与不可观状态变量是解耦的,从而也可缩短可观测状态的估计时间及提高估计精度.

基于以上思路,对系统误差状态模型式(7),式(8)进行变换,得到:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot V_N\\ \Delta\dot V_E\\ \dot\phi_N\\ \dot\phi_E\\ \dot\phi_D\\ \dot\varepsilon_N\\ \dot\varepsilon_D\\ \dot\nabla_N\\ \dot\nabla_E\\ \dot\varepsilon_E\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol F_1 & \boldsymbol F'_1\\ \boldsymbol 0_{3\times7} & \boldsymbol 0_{3\times3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_N\\ \Delta V_E\\ \phi_N\\ \phi_E\\ \phi_D\\ \varepsilon_N\\ \varepsilon_D\\ \nabla_N\\ \nabla_E\\ \varepsilon_E\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol W_1(t)\\ \boldsymbol 0_{3\times1}\end{bmatrix}=$$

$$\boldsymbol F\boldsymbol X(t)+\boldsymbol W(t) \tag{9}$$

$$\boldsymbol Z(t)=[\boldsymbol H_1\quad \boldsymbol 0_{2\times3}]\boldsymbol X(t)+\boldsymbol V(t) \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol F'_1=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\\0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$　$\boldsymbol F''=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\1&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}$

$$\boldsymbol F_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol F' & \boldsymbol F''\\ \boldsymbol 0_{2\times5} & \boldsymbol 0_{2\times2}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol W(t)=[\boldsymbol W_1(t)\quad \boldsymbol 0_{1\times2}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol H_1=[\boldsymbol I_{2\times2}\quad \boldsymbol 0_{2\times5}]^{\mathrm T}$$

为使对准时姿态失准角与不可观状态解耦,定义一个新的状态 $\boldsymbol X^{\circ}(t)$,称其为伪状态矢量.

令　$$\boldsymbol X^{\circ}(t)=\boldsymbol T_{\circ}\boldsymbol X(t) \tag{11}$$

定义

$$\boldsymbol T_{\circ}=\begin{bmatrix}\boldsymbol I_{7\times7} & -\boldsymbol L\\ \boldsymbol 0_{3\times7} & \boldsymbol I_{3\times3}\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol L=\begin{bmatrix}0&0&0&\dfrac{1}{g}&0&-\dfrac{\Omega_D}{g}&\dfrac{\Omega_N}{g}\\ 0&0&-\dfrac{1}{g}&0&-\dfrac{\Omega_D}{g\Omega_N}&0&0\\ 0&0&0&0&\dfrac{1}{\Omega_N}&0&0\end{bmatrix}^{\mathrm T} \tag{13}$$

则 INS 误差方程式(9)和式(10)线性变换后为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol X}^{\circ}(t)&=\boldsymbol F_{\circ}\boldsymbol X^{\circ}(t)+\boldsymbol W(t)\\ \boldsymbol Z(t)&=\boldsymbol H_{\circ}\boldsymbol X^{\circ}(t)+\boldsymbol V(t)\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

其中

$$\boldsymbol X^{\circ}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol X_1^{\circ}(t)\\ \boldsymbol X_2^{\circ}(t)\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol T_{\circ}\boldsymbol W=[\boldsymbol W_1^{\mathrm T}\quad \boldsymbol 0_{3\times1}]^{\mathrm T}$$

$$\boldsymbol F_{\circ}=\boldsymbol T_{\circ}\boldsymbol F\boldsymbol T_{\circ}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol F_1 & \boldsymbol 0_{7\times3}\\ \boldsymbol 0_{3\times7} & \boldsymbol 0_{3\times3}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol H_{\circ}=\boldsymbol H\boldsymbol T_{\circ}^{-1}=[\boldsymbol H_1\quad \boldsymbol 0_{2\times3}]$$

$$\boldsymbol X_1^{\circ}(t)=\begin{bmatrix}\Delta V_N^{\circ}\\ \Delta V_E^{\circ}\\ \phi_N^{\circ}\\ \phi_E^{\circ}\\ \phi_D^{\circ}\\ \varepsilon_N^{\circ}\\ \varepsilon_D^{\circ}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta V_N\\ \Delta V_E\\ \phi_N+\dfrac{\nabla_E}{g}\\ \phi_E-\dfrac{\nabla_N}{g}\\ \phi_D+\dfrac{\Omega_U}{\Omega_N g}\cdot\nabla_E-\dfrac{\varepsilon_E}{\Omega_N}\\ \varepsilon_N+\dfrac{\Omega_D}{g}\nabla_N\\ \varepsilon_D-\dfrac{\Omega_N}{g}\nabla_N\end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\boldsymbol X_2^{\circ}(t)=\begin{bmatrix}\nabla_N^{\circ}\\ \nabla_E^{\circ}\\ \varepsilon_E^{\circ}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\nabla_N\\ \nabla_E\\ \varepsilon_E\end{bmatrix} \tag{16}$$

从式(9)~式(16)可以看出,伪状态与不可观测传感器误差为互不相关的独立状态.姿态误差被变换成新的状态,它与不可观测的传感器误差是解耦的.因此,通过引入满秩线性变换将原系统变换成 2 个子系统.子系统 1 的状态为 $\boldsymbol X_1^{\circ}(t)$,状态方程和量测方程为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}}_1^{\circ}(t)&=\boldsymbol{F}_1\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)+\boldsymbol{W}_1(t)\\ \boldsymbol{Z}(t)&=\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)+\boldsymbol{V}(t)\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

子系统2的状态为 $\boldsymbol{X}_2^{\circ}(t)$，状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{X}}_2^{\circ}(t)=\boldsymbol{0}_{3\times1}\tag{18}$$

子系统2由状态 ∇_N，∇_E和 ε_E 组成，它与系统量测无关，所以是不可观测的. 因为变换后子系统1的系统阵和量测阵是原系统的 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{H}_1$，所以，针对滤波器列写系统状态方程和量测方程时，状态就是 $\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)$，不必再作变换.

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{V}_N\\ \Delta\dot{V}_E\\ \dot{\phi}_N^{\circ}\\ \dot{\phi}_E^{\circ}\\ \dot{\phi}_D^{\circ}\\ \dot{\varepsilon}_N^{\circ}\\ \dot{\varepsilon}_D^{\circ}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}' & \boldsymbol{F}''\\ \boldsymbol{0}_{2\times5} & \boldsymbol{0}_{2\times2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_N\\ \Delta V_E\\ \phi_N^{\circ}\\ \phi_E^{\circ}\\ \phi_D^{\circ}\\ \varepsilon_N^{\circ}\\ \varepsilon_D^{\circ}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}w_{\Delta V_N}\\ w_{\Delta V_E}\\ w_{\phi_N}\\ w_{\phi_E}\\ w_{\phi_D}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\tag{19}$$

$$\boldsymbol{Z}(t)=\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)+\boldsymbol{V}(t)\tag{20}$$

从式(17)和式(18)可看出，2个子系统互相独立. 因此，可将 $\boldsymbol{X}_2^{\circ}(t)$ 去掉，仅用状态解耦的7阶可观测子系统1和量测量组成滤波器，估计 $\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)$，从而可提高对 $\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)$ 状态的估计速度. 由于 $\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)$ 是变换后的状态向量，因此估计出 $\boldsymbol{X}_1^{\circ}(t)$ 后，需再反求出原来的状态. 由式(15)可得：

$$\left.\begin{aligned}\phi_N&=\phi_N^{\circ}-\frac{\nabla_E}{g}\\ \phi_E&=\phi_E^{\circ}+\frac{\nabla_N}{g}\\ \phi_D&=\phi_D^{\circ}+\frac{\varepsilon_E}{\Omega_N}-\frac{\Omega_D}{\Omega_N g}\cdot\nabla_E\approx\phi_D^{\circ}+\frac{\varepsilon_E}{\Omega_N}\end{aligned}\right\}\tag{21}$$

从而可得按 $\hat{\phi}_N^{\circ}$ 校正后的失准角误差为

$$\begin{bmatrix}\Delta\phi_N\\ \Delta\phi_E\\ \Delta\phi_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\phi_N^{\circ}-\phi_N\\ \phi_E^{\circ}-\phi_E\\ \phi_D^{\circ}-\phi_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\nabla_E/g\\ \nabla_N/g\\ \varepsilon_E/\Omega_N\end{bmatrix}\tag{22}$$

这与经典对准方案的结论是一样的. 这说明初始对准中平台失准角受加速度计偏置影响，以及方位失准角受东向陀螺偏置影响的原因是由于这些影响因素是不可观测的.

3 快速对准及标定方法

3.1 一种方位失准角的快速对准方法

为了进一步提高系统的对准及标定速度，本文对误差模型式(19)进行简化.

在静基座条件下，由于补偿有害加速度产生的交叉耦合项 $\Omega_D\Delta V_E$ 和 $\Omega_D\Delta V_N$ 与 $g\phi_E$ 和 $g\phi_N$ 相比很小，因此，$\Omega_D\Delta V_N$ 和 $\Omega_D\Delta V_E$ 的影响可以忽略. 另外，当系统粗对准后，ϕ_N，ϕ_E 与 ϕ_D 相比较小，ϕ_N 和 ϕ_E 所产生的交叉耦合项误差影响并不显著，因此，$\Omega_N\phi_E$ 和 $\Omega_N\phi_N$ 项也可以忽略. 但由于精对准开始时 ϕ_D 可能比较大，故垂直通道对东向通道的耦合项 $\Omega_N\phi_D$ 项不能忽略. 如此简化后的INS对准误差模型为

$$\dot{\boldsymbol{X}}_1^{\circ}=\widetilde{\boldsymbol{F}}\boldsymbol{X}_1^{\circ}=\begin{bmatrix}0&0&0&g&0&0&0\\ 0&0&-g&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&\Omega_N&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{X}_1^{\circ}\tag{23}$$

由状态方程式(23)和量测方程式(20)，得

$$\widetilde{\boldsymbol{Z}}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}_1^{\circ}\tag{24}$$

式中，$\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_1\widetilde{\boldsymbol{F}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_1\widetilde{\boldsymbol{F}}^2)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_1\widetilde{\boldsymbol{F}}^3)^{\mathrm{T}}]$；$\widetilde{\boldsymbol{Z}}=[\Delta V_N\ \ \Delta V_E\ \ \Delta\dot{V}_N\ \ \Delta\dot{V}_E\ \ \Delta\ddot{V}_N\ \ \Delta\ddot{V}_E\ \ \Delta\dddot{V}_N]^{\mathrm{T}}$，即就是

$$\begin{bmatrix}\Delta V_N\\ \Delta V_E\\ \Delta\dot{V}_N\\ \Delta\dot{V}_E\\ \Delta\ddot{V}_N\\ \Delta\ddot{V}_E\\ \Delta\dddot{V}_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&g&0&0&0\\ 0&0&-g&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&g\Omega_N&0&0\\ 0&0&0&0&0&-g&0\\ 0&0&0&0&0&0&g\Omega_N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta V_N\\ \Delta V_E\\ \phi_N^{\circ}\\ \phi_E^{\circ}\\ \phi_D^{\circ}\\ \varepsilon_N^{\circ}\\ \varepsilon_D^{\circ}\end{bmatrix}\tag{25}$$

将式(25)展开，其第3到第7个表达式为

$$\Delta\dot{V}_N=g\phi_E^{\circ}\tag{26}$$

$$\Delta\dot{V}_E=-g\phi_N^{\circ}\tag{27}$$

$$\Delta\ddot{V}_N=g\Omega_N\phi_D^{\circ}\tag{28}$$

$$\Delta\ddot{V}_E=-g\varepsilon_N^{\circ}\tag{29}$$

$$\Delta\dddot{V}_N=g\Omega_N\varepsilon_D^{\circ}\tag{30}$$

根据式(26)～式(28)以及式(21)得到：

$$\hat{\phi}_E^{\circ}=\phi_E+\frac{\nabla_N}{g}=\frac{\Delta\dot{V}_N}{g}\tag{31}$$

$$\hat{\phi}_N^{\circ}=\phi_N-\frac{\nabla_E}{g}=-\frac{\Delta\dot{V}_E}{g}\tag{32}$$

$$\hat{\phi}_D^{\circ}=\phi_D+\frac{\varepsilon_E}{\Omega_N}=\frac{\Delta\ddot{V}_N}{g\Omega_N}\tag{33}$$

显然,根据式(31)～式(33),失准角估计误差:

$$\begin{bmatrix}\Delta\phi_N\\ \Delta\phi_E\\ \Delta\phi_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{\phi}_N^o-\phi_N\\ \hat{\phi}_E^o-\phi_E\\ \hat{\phi}_D^o-\phi_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\nabla_E/g\\ \nabla_N/g\\ \varepsilon_E/\Omega_N\end{bmatrix} \tag{34}$$

可见,该简化模型的失准角估计误差与最佳可观测系统模型的估计误差式(22)相一致.

对式(31)进行微分然后代入式(33),可得:

$$\hat{\phi}_D^o=\frac{\dot{\hat{\phi}}_E^o}{\Omega_N} \tag{35}$$

方位角失准角的估计值可以通过水平失准角的速率计算得到.这时,方位失准角的估算不再依赖于陀螺的输出信号,这个特性可用于方位失准角与水平失准角的同时对准,从而使方位失准角的对准时间大大缩短.

3.2　陀螺仪的快速标定算法

由于 ε_N^o 为可观测状态,从式(29)得:

$$\varepsilon_N^o=-\frac{\Delta\ddot{V}_E}{g} \tag{36}$$

将式(32)微分并代入式(36),得到:

$$\varepsilon_N^o=\dot{\hat{\phi}}_N^o \tag{37}$$

同理,由于 ε_D^o 为可观测状态,由式(30)得:

$$\varepsilon_D^o=\frac{\Delta\dddot{V}_N}{g\Omega_N} \tag{38}$$

将式(33)微分并代入式(38),得到:

$$\varepsilon_D^o=\dot{\hat{\phi}}_D^o \tag{39}$$

式(37)和式(39)表明,北向和方位陀螺漂移可从绕北向轴和绕方位轴的误差率估计出来,这个现象可用于水平和方位陀螺漂移的快速标定.

4　结　论

由于传统 INS 误差模型不完全可观测,通过线性变换,将 INS 的状态矢量变换成伪状态,这样新的系统动态矩阵分成彼此完全解耦的可观与不可观 2 部分.这样在对准时,所有可观测状态的方差渐近地趋于 0,而不可观状态变量的方差为常值.通过对得到的 INS 最佳可观测子系统模型的进一步简化,得到了方位失准角、陀螺漂移与水平失准角速率的关系.这样,可以用水平失准角速率直接来估计方位失准角和标定陀螺.

为方便起见,文中是以 INS 模型为对象进行分析.根据 GINS 与 SINS 的等价关系,此研究结果可很容易推广到 SINS 的对准及标定过程中.

参考文献(References)

[1] Bar_Itzhack I Y, Berman N. Control theoretic approach to inertial navigation systems[J]. Journal of Guidance and Control, 1988,11(3): 237－245

[2] Chung D, Chan Gook Park an, Lee J G. Observability analysis of strapdown inertial navigation system using Lyapunov transformation[C]// Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control. Kobe: WA02, 1996: 23－28

[3] Jiang Y F, Lin Y P. Error estimation of ground alignment to arbitrary azimuth[R]. Aircraft Industries Association of America AIAA-93-3823-CP,1993: 1088－1093

[4] 王丹力,张洪钺.几种可观性分析方法及在惯导中的应用[J].北京航空航天大学学报,1999,25(3):342－346
Wang Danli, Zhang Hongyue. Methods for the analysis of observability and their application to INS initial alignment [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1999, 25(3): 342－346(in Chinese)

[5] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,1998
Qin Yongyuan, Zhang Hongyue, Wang Shuhua. Kalman filtering and integrated navigation principles [M]. Xi′an: Northwestern Polytechnical University Press, 1998(in Chinese)

(责任编辑:张　嵘)