自适应压电桁架形状控制中作动器优化配置

咸奎成 黄 海

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 以压电作动器为控制元件,建立了自适应桁架形状控制基本方程.考虑结构性状约束和电压限制,建立了以作动器位置和控制电压为设计变量,以形状精度、控制能量和作动器数目的加权表达式为目标函数的作动器优化配置数学模型.由于作动器和普通杆具有不同的单元刚度,作动器每一种不同的位置配置都会导致结构总刚度矩阵的变化,因此单独采用遗传算法需要进行大量的结构计算.为了减少结构分析次数,提出了多点近似、遗传算法和二次规划相结合的优化方法.算例结果表明本文方法具有很高的求解效率.

关 键 词: 作动器; 位置; 优化; 近似; 遗传算法; 二次规划

中图分类号: O 221.7; O 241.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2007)05-0527-04

Optimal actuator placements for shape control of adaptive piezoelectric truss

Xian Kuicheng Huang Hai

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: With piezoelectric actuators as control elements, the basic equations of shape control for adaptive truss was formulated. A mathematical model of optimal actuator placements was presented, in which the actuator locations and the control voltages were taken as design variables, and the weighted presentation of the shape precision, control energy and number of actuators was taken as the objective function. This model subjected to the strength of the structure, the limit of nodal displacement and the maximum control voltage of actuators. Because the actuators and the ordinary bars have different element stiffness, every reasonable allocation of actuators could result in the change of whole stiffness matrix. If genetic algorithm was directly applied, an extremely large number of structural analysis would be needed. In order to decrease the number of structural analysis, a new method was proposed, in which the multi-point approximation, genetic algorithm and quadratic programming were combined. The results of examples show that the proposed method has high efficiency.

Key words: actuators; location; optimization; approximation theory; genetic algorithms; quadratic programming

大型空间结构,如空间站的主体桁架结构和天线的支承结构等,具有严格的形状精度要求.然而由于结构制造、装配以及空间环境等因素的影响,不可避免的产生结构变形,需要主动控制以保证空间结构期望的形状.以压电作动器作为控制元件是提高结构性能的一条有效途径,这些作动器的位置直接影响控制的有效性,因此作动器优化配置的研究具有重要意义.

作动器优化配置数学上可描绘为含(0,1)离散变量的优化问题.由于位置的离散特性,随着结构规模和复杂程度的增加,可能的配置将是一个天文数字,全局最优解几乎是不可实现的,因此近些年来更多的学者致力于寻找有效的近似算法.Hafkta和Adelman[1]以形状精度为目标,提出了2种作动器优化配置的启发式算法:WOBI和ESPS.聂润兔等[2],Yang等[3]利用模拟退火算法分别研究了自适应桁架形状控制和振动控制中主动杆优化配置问题.Sheng等[4]采用遗传算法对

收稿日期: 2006-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472007)

作者简介: 咸奎成(1979-),男,吉林德惠人,博士生,xkc2001@sina.com.

望远镜镜面形状控制中压电作动器最优配置进行了研究. 然而, 这些方法针对大型工程复杂结构时, 大量的结构分析会带来计算上的困难.

本文针对自适应压电桁架形状控制, 建立了以作动器位置和控制电压为设计变量, 形状精度、控制能量和作动器数目为目标函数, 并考虑结构性状约束和电压限制的作动器优化配置数学模型. 为了减少结构分析次数, 本文采用基于多点近似和分层优化策略的优化方法[5]. 首先通过多点近似函数建立原问题的近似问题, 由此逼近原问题. 再采用遗传算法和二次规划方法对近似问题中的离散位置变量和连续电压变量分层寻优. 算例表明, 本文方法只需要很少的结构分析次数就能得到最优解或次优解, 因此对于工程复杂结构具有很高的求解效率.

1 作动器优化配置数学模型

1.1 自适应压电桁架形状控制基本方程

压电作动器基于压电材料的机电耦合特性, 是实现自适应桁架结构控制的主动元件. 假设压电作动器为线性模型, 则自适应压电桁架结构静力学平衡方程可以描述为

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{P} + \sum_{k=1}^{n} \beta_k \cdot \alpha_k \cdot \gamma_k \cdot K_{ak} \cdot v_k \tag{1}$$

式中, $\boldsymbol{U}$ 为节点位移向量; $\boldsymbol{P}$ 为外载荷向量; $\boldsymbol{K}$ 为结构总刚度矩阵; β_k 为 k 号杆单元在结构中的位置几何向量; γ_k 和 K_{ak} 分别为 k 号杆单元为作动器时的等效作动因子和等效刚度; α_k 为作动器位置变量, $\alpha_k = 0$ 或 1 时分别表示普通杆和主动杆; v_k 为作动电压变量; n 为候选配置位置的数目, 全部候选位置的 (0, 1) 离散变量就描述了自适应桁架中作动器的配置情况.

形状控制中, 结构节点位移和杆件应力为

$$u_i = u_{i0} + \sum_{k=1}^{n} u_{ik} \cdot \alpha_k \cdot v_k \tag{2}$$

$$\sigma_j = \sigma_{j0} + \sum_{k=1}^{n} \sigma_{jk} \cdot \alpha_k \cdot v_k \tag{3}$$

式中, u_{i0} 为外载荷作用下 i 号节点自由度的初始位移; u_{ik} 为第 k 号杆配置作动器并施加单位电压时 i 号节点自由度的位移; σ_{j0} 为外载荷作用下 j 号杆的初始应力; σ_{jk} 为第 k 号杆配置作动器并施加单位电压时 j 号杆的应力.

由于主动杆和普通杆有不同的物理特性和结构尺寸, 作动器不同的配置位置会导致结构总刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 的变化, 因此 u_{i0} 和 u_{ik} 及 σ_{j0} 和 σ_{jk} 均为作动器位置变量的隐函数. 利用文献 [6] 的结构敏度计算方法可得到它们对位置变量的一阶导数.

1.2 优化配置数学模型

空间结构形状控制中, 形状精度是最主要的控制目标, 其次控制电压在航天任务中希望尽可能低, 作动器造价一般比较昂贵, 其数量应尽可能少. 因此作动器优化配置问题可采用形状精度、控制能量和作动器数目的加权函数作为优化目标:

$$f = w_1 f_1 + w_2 f_2 + w_3 f_3 \tag{4}$$

式中, $f_1 = \sum_{i=1}^{q} u_i^2$ 表示形状精度; q 为受控节点自由度的数目; $f_2 = \sum_{k=1}^{n} v_k^2$ 表示控制能量; $f_3 = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k$ 表示作动器数目. w_1, w_2, w_3 为加权系数, 视具体问题中每一项的重要程度而定.

因此, 作动器优化配置的数学形式可表述为

$$\left.\begin{aligned} &\text{find } \boldsymbol{V} = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^{\mathrm{T}} \\ &\qquad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)^{\mathrm{T}} \\ &\min f(\alpha, \boldsymbol{V}) \\ &\text{s.t. } g_l(\alpha, \boldsymbol{V}) \leqslant 0 \quad l = 1, \cdots, J_0 \\ &\qquad \alpha_k v_k^{\mathrm{L}} \leqslant v_k \leqslant \alpha_k v_k^{\mathrm{U}} \quad k = 1, \cdots, n \\ &\qquad \alpha_k = 0 \text{ 或 } \alpha_k = 1 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

式中, $\boldsymbol{V}$ 为电压变量; α 为位置变量; n 为杆件数目; $f(\alpha, \boldsymbol{V})$ 为目标函数; $g_l(\alpha, \boldsymbol{V})$ 为结构的位移和应力约束; J_0 为约束数目. 注意位置变量 $\alpha_k = 1$ 时表示主动杆, 电压变量具有正常的取值范围 $(v_k^{\mathrm{L}}, v_k^{\mathrm{U}})$, $\alpha_k = 0$ 时表示普通杆, 不施加控制电压.

2 优化算法

2.1 近似问题

原问题 (5) 是一个目标函数和约束函数均为设计变量隐函数的混合变量优化问题. 单独采用遗传算法需要大量的结构分析. 为了减少结构分析次数以及克服存在离散变量的困难, 首先将位置变量连续化, 假定可在 0 和 1 之间取值, 建立位移 u_{i0} 和 u_{ik} 以及应力 σ_{j0} 和 σ_{jk} 关于位置变量的近似函数, 进而建立目标函数和约束函数的显式表达式, 再对位置变量赋予离散约束, 从而形成原问题的序列近似问题, 由此逼近原问题. 第 p 阶段的序列近似问题可表述成式 (6).

$$\left.\begin{aligned} &\text{find } \boldsymbol{V} = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^{\mathrm{T}} \\ &\qquad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)^{\mathrm{T}} \\ &\min f^{(p)}(\alpha, \boldsymbol{V}) \\ &\text{s.t. } g_l^{(p)}(\alpha, \boldsymbol{V}) \leqslant 0 \quad l = 1, \cdots, J_1 \\ &\qquad \alpha_k v_k^{\mathrm{L}} \leqslant v_k \leqslant \alpha_k v_k^{\mathrm{U}} \quad k = 1, \cdots, n \\ &\qquad \alpha_k = 0 \text{ 或 } \alpha_k = 1 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中, $f^{(p)}(\alpha, V)$和 $g_l^{(p)}(\alpha, V)$分别为近似目标函数和近似约束函数, J_1为 p阶段的主动约束数目.

本文采用改进多点近似函数[5]构建近似问题, 它避免了设计变量为 0时的数值奇异. 位移 $u_{i0}^{(p)}$, $u_{ik}^{(p)}$以及应力 $\sigma_{j0}^{(p)}$, $\sigma_{jk}^{(p)}$的函数公式可表述为(为了简明, 统一写成 $y^{(p)}(\alpha)$)

$$y^{(p)}(\alpha) = \sum_{t=1}^{H} [y(\alpha_t) + \tilde{g}_{\mathrm{mod}}(\alpha)] h_t(\alpha) \qquad (7)$$

其中

$$\tilde{g}_{\mathrm{mod}}(\alpha) = \frac{1}{r_t} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial y(\alpha_t)}{\partial \alpha_i} (1 - \mathrm{e}^{-r_t(\alpha_i - \alpha_{it})}) \qquad (8)$$

式中, α_t为第 t个已知点; H 为已知点数目, 一般给定上界 $H_{\max}$, 当已知点的数目多于 $H_{\max}$时, 只保留最后的 $H_{\max}$个已知点; $y(\alpha_t)$和 $\partial y(\alpha_t)/\partial \alpha_i$ 分别为 α_t上的函数值和导数值. 加权函数 $h_t(\alpha)$和自适应参数 r_t, $t = 1, \cdots, H$ 的计算公式见文献[5].

则节点近似位移可表示为

$$u_i^{(p)} = u_{i0}^{(p)} + \sum_{k=1}^{n} u_{ik}^{(p)} \cdot \alpha_k \cdot v_k \qquad (9)$$

杆件近似应力可表示为

$$\sigma_j^{(p)} = \sigma_{j0}^{(p)} + \sum_{k=1}^{n} \sigma_{jk}^{(p)} \cdot \alpha_k \cdot v_k \qquad (10)$$

因此, 近似目标函数为

$$f^{(p)}(\alpha, V) = w_1 \sum_{i=1}^{q} (u_i^{(p)})^2 + w_2 \sum_{k=1}^{n} v_k^2 + w_3 \sum_{k=1}^{n} \alpha_k \qquad (11)$$

从式(9)、式(10)和式(11)可以看到, 在作动器位置变量 α确定的情况下, 近似节点位移约束和近似杆件应力约束为电压变量的线性函数, 近似目标函数为电压变量的二次函数.

2.2　外层位置优化

近似问题(6)是一个同时包含连续变量和离散变量的显示优化问题, 传统数学规划方法仍然难以解决. 本文采用外层对位置变量优化, 内层对电压变量优化的分层优化策略. 在外层对主动元件位置变量采用遗传算法进行优化. 遗传算法一般只能求解无约束优化问题, 因此首先采用罚函数法建立无约束最小化目标:

$$F = \tilde{f}(\bar{V}) + R \sum_{l=1}^{J_1} [\max(\tilde{g}_l(\bar{V}), 0)]^2 \qquad (12)$$

式中, R 为罚因子; $\tilde{f}(\bar{V})$和 $\tilde{g}_l(\bar{V})$分别为在给定位置配置下电压最优解对应的目标值和约束值, 由式(13)确定.

本文融合了一组简单且优良的遗传算子, 包括: ①以(0, 1)编码 $\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n$ 作为编码方式; ②采用轮盘选择方法和最优个体保留策略; ③采用单点交叉操作和基本位变异操作, 并自适应调节交叉和变异概率; ④采用排序的方法计算适应值. 更详细的遗传操作过程可参考文献[7].

2.3　内层电压优化

外层遗传算法种群进化中每一个成员适应值的计算都需要进行相应的内层电压变量优化. 对于外层遗传算法给出的任一个体, 近似问题(6)中作动器位置变量也就确定了, 而且位置变量为 0的单元控制电压为 0, 可以从优化问题中去掉, 因此内层电压优化可以简化为

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{find}\ \bar{V} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \cdots, \bar{v}_m)^{\mathrm{T}} \\ &\min \tilde{f}(\bar{V}) \\ &\mathrm{s.t.}\ \tilde{g}_l(\bar{V}) \leqslant 0 \quad l = 1, \cdots, J_1 \\ &\qquad v_k^{\mathrm{L}} \leqslant \bar{v}_k \leqslant v_k^{\mathrm{U}} \quad k = 1, \cdots, m \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

式中, m 为保留的电压变量数目; $\tilde{f}(\bar{V})$和 $\tilde{g}_l(\bar{V})$为内层优化的目标函数和约束函数. 从前面的分析可以看出, 这是一个仅含有连续变量的二次规划问题, 采用二次规划法最终求解该问题.

由于本文方法中遗传算法只用于求解近似问题, 内层优化不需要结构分析, 因此与单独采用遗传算法相比具有更高的求解效率.

3　算例

算例 1　11杆静不定桁架(参考文献[8]). 结构尺寸、节点编号如图 1所示. 杆件材料弹性模量为 69 GPa, 许用应力为 ±20MPa, 各杆横截面积均为 1 cm^2. 作动器材料弹性模量为 63 GPa, 长度为 20 cm, 许用轴力 2 kN, 位移作动因子为 9×10^{-5} cm/N, 许用电压为 1 000V. 外载荷为 $P_1 = -1\,280\mathrm{N}$, $P_2 = -880\mathrm{N}$, $P_3 = -420\mathrm{N}$. 形状控制要求 1, 3, 5号节点位移分量尽可能小. 计算中加权系数分别取 $w_1 = 10^6$, $w_2 = 10^{-6}$, $w_3 = 0.1$.

计算结果列于表 1. 文献[8]以作动器伸长量为控制量, 采用事先给定作动器位置的方式进行形状控制, 受控节点仍有小量位移. 本文以作动器电压为控制量, 并优化作动器的位置, 只需要 8次

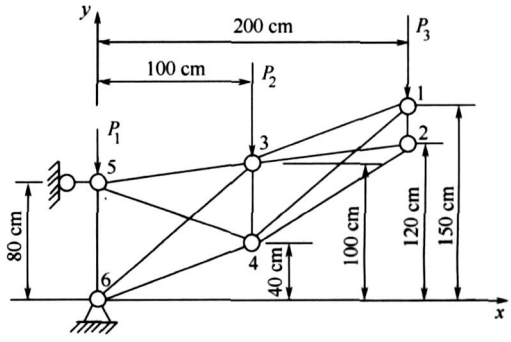


图 1　11杆桁架结构示意图

结构分析就能得到与单独采用遗传算法相同的最优解. 计算结果显示只需要合理的配置 5 个作动器就能实现对结构的精确控制.

表 1 11杆桁架优化结果

优化结果		文献[8]	遗传算法	本文
配置位置	数目	5	5	5
	位置	1-2, 1-3, 3-4, 3-5, 5-6	1-3, 3-5, 3-6, 4-6, 5-6	1-3, 3-5, 3-6, 4-6, 5-6
形状精度	调控前	0.0323	0.0328	0.0328
	调控后	0.00113	0	0
控制能量	调控前	0	0	0
	调控后	1.513×10^{6}	3.332×10^{5}	3.332×10^{5}
结构分析次数			285	8

注: x-y表示 x 节点到 y 节点之间的杆单元.

算例 2 26杆静不定桁架 (参考文献[8]). 结构尺寸、节点编号如图 2所示. 杆件材料弹性模量为 210GPa, 许用应力为 ±30MPa, 各杆横截面积均为 $1\ cm^2$. 压电作动器由 1600片 0.5mm 的压电片叠合而成, 许用电压为 600V. 作动器材料弹性模量为 63GPa, 许用拉、压力为 3kN, 介电常数为 1.77×10^{-8} F/m, 压电常数为 23.3C/m^2. 外载荷为 $P_1=-500$N. 配置至少 6作动器, 要求节点 1, 3, 5, 7, 9的 y 向位移尽可能小. 计算中加权系数分别取 $w_1=10^{8}$, $w_2=10^{-6}$, $w_3=0.1$.

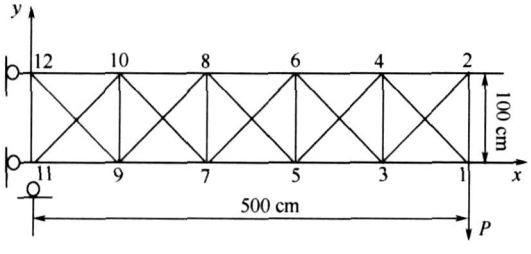


图 2 26杆桁架结构示意图

计算结果列于表 2 文献[8]按照单个作动器对目标函数贡献的大小, 依次选取了 6个作动器位置, 这种方法可作为作动器配置的经验方法. 本文方法只需 11次结构分析就能得到略逊于单独采用遗传算法的次优解, 可对结构进行精确控制.

表 2 26杆桁架优化结果

优化结果		文献[8]	遗传算法	本文
配置位置	数目	6	6	6
	位置	4-6, 5-7, 6-8, 8-10, 9-11, 10-12	3-4, 5-7, 6-8, 8-10, 9-11, 10-12	4-5, 5-7, 6-8, 8-10, 9-11, 10-12
形状精度	调控前	0.4535	0.4378	0.5764
	调控后	9.118×10^{-8}	0	0
控制能量	调控前	0	0	0
	调控后	2.734×10^{5}	2.723×10^{5}	2.741×10^{5}
结构分析次数			9229	11

4 结 论

本文针对自适应压电桁架结构形状控制, 提出的作动器优化配置数学模型可以对形状精度、控制能量以及作动器数目进行综合设计, 最终优化作动器的位置和控制电压. 为了减少由于主动杆和普通杆单元刚度不同所导致的大量结构分析, 提出了多点近似、遗传算法和二次规划方法相结合的优化方法, 并采用分层优化策略. 算例表明本文方法能够以很少的结构分析次数得到最优解或次优解, 可作为大型桁架结构形状控制中作动器优化配置的工程方法.

参考文献 (References)

[1] Hafka R T, Adelman H M. Selection of actuator locations for static shape control of large space structures by heuristic integer programming[J]. Computers & Structures, 1985, 20(1-3): 575-585

[2] 聂润兔, 邵成勋, 邹振祝. 自适应桁架形状控制中主动杆多目标最优配置[J]. 应用力学学报, 1997, 14(3): 48-53
Nie Runtu, Shao Chengxun, Zou Zhenzhu, et al. Multi-objective optimal placement of activemembers for shape control of adaptive truss structures[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1997, 14(3): 48-53(in Chinese)

[3] Yang F, Sedaghati R, Youhesian O, et al. Optimal placement of active bars in smart structures[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation Vol. 1. United States: Institute of Electrical and Electronic Engineers Computes Society, 2005: 1-6

[4] Sheng L Z, Kapania R K. Extensive experiments on genetic algorithms for the optimization of piezoelectric actuator locations through parallel computation[R]. AIAA-2005-1899, 2005

[5] 董永芳, 黄海. 桁架拓扑优化的多点逼近遗传算法[J]. 计算力学学报, 2004, 21(6): 746-751
Dong Yongfang, Huang Hai. Truss topology optimization by using multi-point approximation and GA[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(6): 746-751(in Chinese)

[6] 夏人伟. 工程优化理论与算法[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003
Xia Renwei. Theory and algorithms for engineering optimization[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2003(in Chinese)

[7] 王小平, 曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002
Wang Xiaoping, Cao Liming. Genetic algorithms: theories, applications and software practices[M]. Xi'an: Xi'an Traffic University Press, 2002(in Chinese)

[8] 龙连春. 智能桁架结构受力性态最优控制的建模与分析[D]. 北京: 北京工业大学机电学院, 2003
Long Lianchun. Modeling and analysis on optimal control for loading behavior of intelligent truss structures[D]. Beijing: College of Mechanical Engineering & Applied Electronic Technology, Beijing University of Technology, 2003(in Chinese)

(责任编辑: 张 嵘)