插补前 S 加减速在 CNC 前瞻中的应用

曹宇男 王田苗 陈友东 魏洪兴

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100083)

摘 要：计算机数字控制系统(CNC)中的速度前瞻处理可以在不影响插补轨迹精度的前提下极大地提高插补效率.针对前瞻算法中速度处理这一核心问题，分直线转接和圆弧转接2种情况分别建立了插补几何元素转接矢量夹角模型，并给出了一种基于插补前S型加减速的CNC速度前瞻算法.该算法根据设定的最大前瞻段数以及实际插补轨迹的几何特性，能够自适应确定轨迹的转接速度近似最优解，从而实现路径段之间进给速度的高速衔接.S型加减速由于在加速阶段和减速阶段均引入了加速度衰减，使得整个插补过程具有了高度的柔性.因此结合前瞻算法和S型加减速算法在高速加工时速度处理的优势，提出并实现了一种基于插补前S型加减速的CNC前瞻算法.该算法已经在工程实际中得到了验证.

关 键 词：加速度控制；插补；数控系统；角度测量

中图分类号：TP 273

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)05-0594-06

Application of pre-interpolation S-shape acceleration/deceleration in CNC look-ahead interpolation algorithm

Cao Yunan Wang Tianmiao Chen Youdong Wei Hongxing

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Aiming at improving the interpolation efficiency without lowering the path accuracy, the velocity look-ahead control in CNC(computerized numerical control) was introduced. Firstly, the interpolation geometry elements linking vector angle model, which was separated into line-connect condition and circle-connect condition, was proposed. The CNC velocity look-ahead control algorithm was presented. This novel algorithm can find the approximate optimal velocity adaptatively based on the maximum number of look-ahead segments and the geometric properties of the interpolation path, then the high connected velocities between segments can be achieved. Because introducing the acceleration attenuation in acceleration zone and deceleration zone, the S-shape acc/dec(acceleration/deceleration) can improve the flexibility of interpolation. By combining the advantages of the look-ahead control algorithm and the S-shape acc/dec in high velocity condition, a novel S-shape acc/dec CNC look-ahead interpolation algorithm was introduced and realized. This algorithm feasibility has already been proved in real CNC system.

Key words: acceleration control; interpolation; numerical control system; angle measurement

通常情况下，计算机数字控制系统(CNC, Computerized Numerical Control)程序由若干路径段组成.为了保证轨迹精度，需要以路径段为单位进行加减速控制.通常方法是使每一路径段的起末速度为零，但是这种方法势必会造成轨迹加工过程中电机加减速频繁，工件表面质量差，加工效率低等后果[1].本文提出的一种速度前瞻算法能够极大地提高插补效率.

收稿日期：2006-07-07

基金项目：国家自然科学基金资助项目(60404019)

作者简介：曹宇男(1979—)，男，江苏吴县人，博士生，chaosishere@126.com.

目前，国内对速度前瞻算法的研究取得了许多成果. 文献[2]给出了相邻直线段转接角计算公式，但是并未考虑圆弧段的情况；文献[1]提出一种新的插补算法，实现了轨迹的连续加工，但是转接点处轨迹精度有所下降；文献[2－4]将直线加减速算法引入前瞻速度处理中，建立了速度衔接数学模型，由于使用直线加减速策略，插补过程不可避免地存在加速度突变，速度曲线不平滑，不适合高速加工. 本文将插补前 S 型加减速算法引入速度前瞻处理中，以直线和圆弧为例，给出了几何元素矢量夹角模型，并对速度前瞻算法进行了符合工程实际要求的近似和优化. 本算法能够在保证轨迹精度的前提下，最大限度地发挥 S 型加减速算法和前瞻算法在数控处理中的优势，提高加工效率，避免加速度突变.

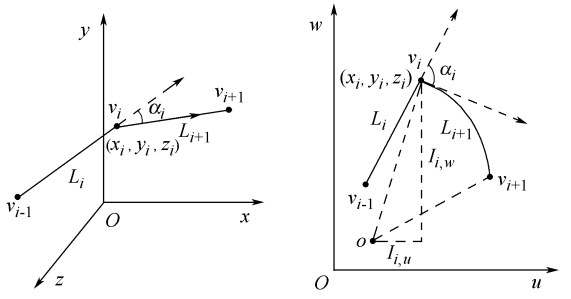
1　插补几何元素转接矢量夹角模型

在数控系统高速加工中，路径段与路径段之间存在的夹角使得必须在拐点处进行加减速控制，以保证轨迹精度. 本节给出路径段几何元素转接矢量夹角数学模型，并在此基础上给出许用速度与夹角的关系式.

路径段矢量夹角 α_i 的定义方法如图 1 所示，为第 i 路径段与第 $i+1$ 路径段在转接点处矢量正向之间的夹角，因此 $0°\leqslant\alpha_i\leqslant180°$. 该角度的计算分为 4 种情况：直线接直线，直线接圆弧，圆弧接直线，圆弧接圆弧. 后 3 种情况可以划归为 1 种情况做处理. 设第 i 段路径段的长度为 L_i，末速度为 v_i，终点坐标为 (x_i, y_i, z_i)，当路径段为圆弧时，$I_{i,u}$ 和 $I_{i,w}$ 表示圆弧所在平面内圆心相对于圆弧起点的坐标偏移量，$I_{i,u}$，$I_{i,w}$ 分别对应第 1 坐标轴和第 2 坐标轴.

1) 直线接直线情况. 即为空间直线间的矢量夹角计算，其公式为[2]

$$\cos\alpha_i=[(x_{i+1}-x_i)(x_i-x_{i-1})+(y_{i+1}-y_i)(y_i-y_{i-1})]+(z_{i+1}-z_i)(z_i-z_{i-1})]\big/(L_iL_{i+1}) \tag{1}$$



a　直线接直线情况　　b　直线接圆弧情况

图 1　转接矢量夹角示意图

2) 直线接圆弧、圆弧接直线、圆弧接圆弧情况. 本节所涉及的矢量夹角算法只适用于处理平面夹角计算问题. 算法为分别计算出第 i 路径段和第 $i+1$ 路径段与第 1 坐标轴正向夹角的正余弦值，进而求出 2 路径段夹角的正余弦值，该夹角即为路径段矢量夹角. 以直线接圆弧为例，第 i 段为直线，第 $i+1$ 段为圆弧. 其余 2 种情况的处理与该情况基本相同.

直线与第 1 坐标轴正向夹角为 $\alpha_{i,1}$，设 (u_{i-1}, w_{i-1}) 和 (u_i, w_i) 分别表示该直线段的起点和终点坐标，有

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_{i,1}&=(u_i-u_{i-1})\big/[(u_i-u_{i-1})^2+(w_i-w_{i-1})^2]\\ \sin\alpha_{i,1}&=(w_i-w_{i-1})\big/[(u_i-u_{i-1})^2+(w_i-w_{i-1})^2]\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

圆弧与第 1 坐标轴正向夹角为 $\alpha_{i+1,c}$，$(I_{i+1,u}, I_{i+1,w})$ 表示该圆弧段圆心相对于圆弧起点的坐标偏移量，分顺圆和逆圆 2 种情况讨论：

当为逆圆时

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_{i+1,c}&=I_{i+1,w}\big/(I_{i+1,u}^2+I_{i+1,w}^2)\\ \sin\alpha_{i+1,c}&=-I_{i+1,u}\big/(I_{i+1,u}^2+I_{i+1,w}^2)\end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

当为顺圆时

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha_{i+1,c}&=-I_{i+1,w}\big/(I_{i+1,u}^2+I_{i+1,w}^2)\\ \sin\alpha_{i+1,c}&=I_{i+1,u}\big/(I_{i+1,u}^2+I_{i+1,w}^2)\end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

由式(2)、式(3)可得

$$\cos\alpha_i=\cos(\alpha_{i+1,c}-\alpha_{i,1})=\cos\alpha_{i+1,c}\cos\alpha_{i,1}+\sin\alpha_{i+1,c}\sin\alpha_{i,1} \tag{4}$$

由式(1)和式(4)，以及

$$\alpha_i=\arccos(\cos\alpha_i) \tag{5}$$

可得插补几何元素转接矢量夹角.

2　插补前 S 型加减速前瞻算法

本节给出的 S 型加减速前瞻算法的原理是根据当前处理的路径段以及其后即将处理的若干路径段信息，近似给出当前路径段末速度的最优解，并在整个轨迹加工过程中使用 S 型加减速算法进行插补. 这种算法提高了插补效率，并能够使整个插补过程具有高度的柔性和连续性.

2.1　S 型加减速速度模型及速度规划算法

2.1.1　S 型加减速速度模型

S 型加减速中加速度-时间曲线如图 2 所示. 对于已知路径段长度、起终点速度的 S 型加

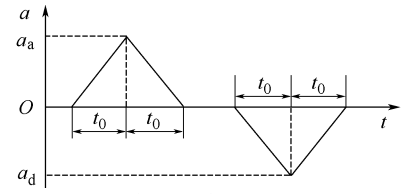
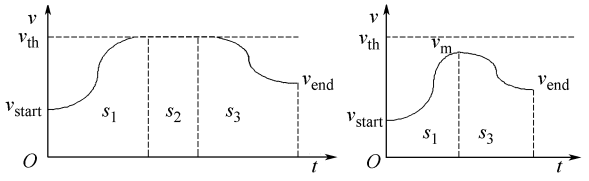


图2 S型加减速加速度-时间图



a 有匀速段 b 无匀速段

图3 S型加减速速度模型

减速速度模型可分为图3所示的有匀速段情况和无匀速段情况[3]. 本文考虑的速度模型所基于的假设是插补可达到的最大速度 $v_m \geqslant \max(v_{start}, v_{end})$,因此是理想化的. 在起末点速度很高而路径段相对较短的情况下,该条件往往得不到满足. 在这种情况下以直线型加减速处理该路径段,本文不予讨论[2,4].

为简化算法,加速段加速度增加和加速度减少的时间长度以及减速段加速度增加和加速度减少的时间长度均设为 t_0,如图2所示. 理论设定的最大速度为 v_{th},路径段长度为 L,加速度加速区和减速区峰值分别为 a_a 和 a_d,加速度导数值分别为 J_a 和 J_d,插补周期为 T,则可得

$$\left.\begin{aligned} J_a &= \frac{T^2(v_m - v_{start})}{t_0^2} \\ J_d &= \frac{T^2(v_m - v_{end})}{t_0^2} \\ a_a &= J_a \frac{t_0}{T} a_d = J_d \frac{t_0}{T} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

令 $n = a_a/J_a = a_d/J_d = t_0/T$($n$ 为整数),并令路径段插补过程为无匀速段情况,如图3b,则有

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= [(2n-1)v_{start} + n^3 J_a]T \\ s_3 &= [(2n-1)v_m - n^3 J_d]T \\ L &= s_1 + s_3 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

将式(6)代入式(7)可得已知起终点速度的S型加减速速度模型为

$$\left.\begin{aligned} v_m &= \min\left(\frac{L - t_0 v_{end} + (T - t_0)v_{start}}{2t_0 - T}, v_{th}\right) \\ s_1 &= \frac{T}{a_a}(v_m^2 - v_{start}^2 - a_a v_{start}) \\ s_3 &= \frac{T}{a_d}(v_m^2 - v_{end}^2 - a_d v_m) \\ s_2 &= L - s_1 - s_3 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

由式(8)可知,在已知起始速度 v_{start},末速度 v_{end},加速度时间参数 t_0,理论加速度最大值 v_{th},以及路径段长度 L 的情况下,可以唯一确定路径段的速度曲线.

2.1.2 加速段加速度导数和加速度最大值计算

设目标速度为 v_0,由式(6)、式(8)可得式(9),由式(9)即可计算加速段的加速度导数和加速度最大值.

$$\left.\begin{aligned} v_m &= \min\left(\frac{L - t_0 v_{end} + (T - t_0)v_{start}}{2t_0 - T}, v_0\right) \\ J_a &= \frac{T^2(v_m - v_{start})}{t_0^2} \\ a_a &= J_a \frac{t_0}{T} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

同理,设下一周期的速度为 $v_{s,n+1}$,考虑到 v_{end} 有可能大于 $v_{s,n+1}$,减速区(加速区)的加速度导数和加速度最大值为

$$\left.\begin{aligned} J_d &= \frac{T^2 \cdot |v_{s,n+1} - v_{end}|}{t_0^2} \\ a_d &= J_d \frac{t_0}{T} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

由式(10)即可计算减速区(加速区)的加速度导数和加速度最大值,用于预测下一周期的减速区(加速区)距离.

2.1.3 下一周期的减速区(加速区)距离计算

分为 $v_{end} < v_{s,n+1}$ 和 $v_{end} \geqslant v_{s,n+1}$ 2种情况.

当 $v_{end} \geqslant v_{s,n+1}$ 时,设下一周期的减速区长度为 $s_{d,n+1}$,由式(7)得

$$s_{d,n+1} = [(2n-1)v_{s,n+1} + n^3 J_d]T \tag{11}$$

同时由速度的变化规律有

$$v_{s,n+1} = v_{end} - [1 + 2 + \cdots + n + (n-1) + \cdots + 2 + 1]J_d$$

可得

$$v_{s,n+1} = v_{end} - n^2 J_d \tag{12}$$

由式(11)、式(12)可得

$$s_{d,n+1} = [(n-1)v_{s,n+1} + n v_{end}]T \tag{13}$$

当 $v_{end} < v_{s,n+1}$ 时,同理可得

$$\left.\begin{aligned} s_{d,n+1} &= [(n-1)v_{s,n+1} + n v_{end}]T \\ v_{s,n+1} &= v_{end} + n^2 J_d \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

2.1.4 进入减速区后新参量的计算

分为 $v_{end} < v_{s,n+1}$ 和 $v_{end} \geqslant v_{s,n+1}$ 2种情况.

当 $v_{end} \geqslant v_{s,n+1}$ 时,将式(12)代入式(13),对于本周期,令 s_r 为本周期的剩余位移量,可得

$$J_d = \frac{(v_{end} - v_s)(v_s + v_{end})^2}{\left(\frac{s_r}{T} + v_s\right)^2} \tag{15}$$

由式(12)，又因为 $n=\frac{a_d}{J_d}$，可得

$$a_d=\sqrt{(v_{end}-v_s)J_d} \tag{16}$$

由式(15)和式(16)即可计算减速区的加速度导数和加速度最大值，但是公式(15)和公式(16)是基于 $n=a_d/J_d$ 中 n 为整数的情况来推导的，而实际上 a_d 和 J_d 的比值却不一定为整数，导致的现象是当前速度到达末速 v_{end} 时剩余位移未到达零点. 本处理方法是对算出的 a_d 和 J_d 比值 n 取整得 n'，然后根据 n' 重新计算当前速度得 v'_s，由式(13)，对于本周期有

$$v'_s=\frac{s_r-n'v_{end}T}{T(n'-1)} \tag{17}$$

由式(17)即可根据 n' 重新计算当前速度 v'_s，加速度导数 J'_d 和加速度最大值 a'_d，由式(12)和 $n=a_d/J_d$，得

$$\left.\begin{aligned} J'_d&=\frac{v_{end}-v_s}{n'^2}\\ a'_d&=J'_d n' \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

实际加速时，先将当前速度由 v_s 突变到 v'_s，然后开始以 a'_d 和 J'_d 按 S 型规律加速，就能保证速度到达末速 v_{end} 时，恰好到达终点.

当 $v_{end}<v_{s,n+1}$ 时，运用同样方法可得

$$\left.\begin{aligned} J_d&=\frac{(v_s-v_{end})(v_s+v_{end})^2}{\left(\frac{s_r}{T}+v_s\right)^2}\\ a_d&=\sqrt{(v_s-v_{end})J_d}\\ v'_s&=\frac{s_r-n'v_{end}T}{T(n'-1)}\\ J'_d&=\frac{v_s-v_{end}}{n'^2}\\ a'_d&=J'_d n' \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

2.2　S 型加减速段转接速度约束条件及求解

由于在路径段转接处存在速度矢量方向的变化，因此会产生加速度，加速度的大小与当前进给速度的大小以及转接矢量夹角的大小有关，对于第 i 路径段，转接矢量夹角为 α_i，允许的最大转接加速度为 $a_{max,1}$，当前进给速度为 v_i，满足[3]

$$v_i\leqslant\frac{Ta_{max,1}}{2\sin\frac{\alpha_i}{2}} \tag{20}$$

假设在当前处理路径段的前一个路径段 $i-1$ 整段均为 S 型加速过程，允许的最大插补加速度为 $a_{max,2}$，由式(8)可得 v_{i-1} 和 v_i 的关系式：

$$v_i\leqslant\sqrt{v_{i-1}^2+a_{max,2}v_{i-1}+\frac{S_i a_{max,2}}{T}} \tag{21}$$

式中 S_i 表示第 i 段的位移量.

假设在当前程序段 i 整段均为 S 型减速过程，同理可得 v_i 和 v_{i+1} 关系式为

$$v_i\leqslant\frac{a_{max,2}}{2}+\sqrt{v_{i+1}^2+\frac{S_{i+1}a_{max,2}}{T}+\frac{a_{max,2}^2}{4}} \tag{22}$$

此外

$$0\leqslant v_i\leqslant v_{th} \tag{23}$$

综合式(20)～式(23)可得所有 S 型加减速转接速度约束条件，见式(24).

$$\left.\begin{aligned} v_i&\leqslant\frac{Ta_{max,1}}{2\sin\frac{\alpha_i}{2}}\\ v_i&\leqslant\sqrt{v_{i-1}^2+a_{max,2}v_{i-1}+\frac{S_i a_{max,2}}{T}}\\ v_i&\leqslant\frac{a_{max,2}}{2}+\sqrt{v_{i+1}^2+\frac{S_{i+1}a_{max,2}}{T}+\frac{a_{max,2}^2}{4}}\\ 0&\leqslant v_i\leqslant v_{th} \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

由式(24)可知，第 i 路径段的转接速度 v_i 的大小不仅受到转接矢量夹角 α_i 的影响，还与第 $i-1$ 路径段和 $i+1$ 路径段的转接速度以及第 i 路径段和 $i+1$ 路径段的路径长度有关. 由式(22)可知，计算 v_i 的过程是对其后若干路径段迭代求解的过程，该迭代过程直到某一路径段末速度为零停止. 在实际工程应用中，为了提高插补效率，引入最大前瞻段数概念. 最大前瞻段数 N 为迭代计算 v_i 的最大次数. 即当迭代次数超过 N 时，将第 $i+N$ 路径段末速设为零，结束迭代求解过程.

以下分情况讨论 v_i 的求解.

1) 第 $i+n$ 路径段的转接角 α_{i+n} 限制了转接速度 v_{i+n} 的情况. 即

$$\frac{Ta_{max,1}}{2\sin\frac{\alpha_{i+n}}{2}}\leqslant\frac{a_{max,2}}{2}+\sqrt{\frac{S_{i+n+1}a_{max,2}}{T}+\frac{A_{max,2}^2}{4}} \tag{25}$$

令 $v_{i+n}=Ta_{max,1}\Big/2\sin\frac{\alpha_{i+n}}{2}$，取式(22)的等号情况，可逆向求解出由于第 $i+n$ 路径段转接角的速度限制而得到的可允许的 v_i 的最大值 $v_{i,max1}$. 取式(21)的等号情况，可求出由于上一路径段转接速度和路径长度的限制而得到的可允许的 v_i 的最大值 $v_{i,max2}$. 令 $v_{i,max3}=\min\left(\frac{Ta_{max,1}}{2\sin\frac{\alpha_i}{2}},v_{th}\right)$，并由式(20)和式(23)得

$$v_i=\min(v_{i,max1},v_{i,max2},v_{i,max3}) \tag{26}$$

2) 当前第 i 段其后的 N 段路径段的转接角和路径长度均对 v_i 没有限制的情况. 即存在一个

数 $n \leqslant N$，令 $v_{i+n}=0$，取式(22)的等号情况，逆向求解出的 v_i 的最大值小于 $v_{i,\max 3}$，则可得

$$v_i = \min(v_{i,\max 2}, v_{i,\max 3}) \tag{27}$$

3) 除1)和2)外的其余情况. 此情况下，令 $v_{i+N}=0$，取式(22)的等号情况，逆向求解出的 v_i 的最大值 $v_{i,\max 4}$，则可得

$$v_i = \min(v_{i,\max 4}, v_{i,\max 2}, v_{i,\max 3}) \tag{28}$$

对式(26)～式(28)分情况讨论，即可求出当前路径段转接速度 v_i 的最优解.

插补前S型加减速前瞻算法流程图见图4.

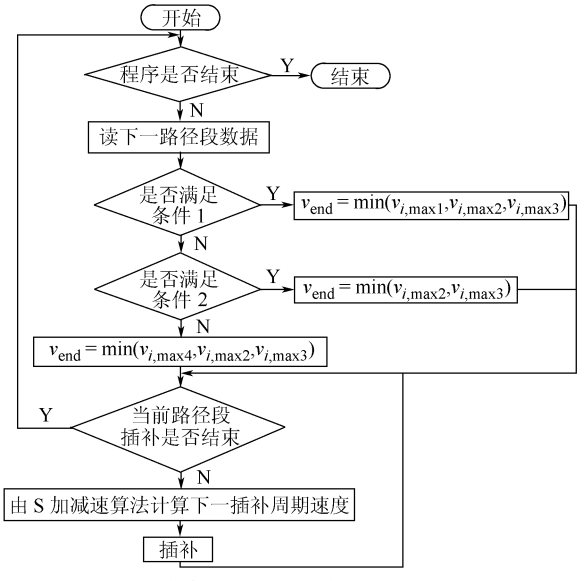


图4 有前瞻处理的S型加减速插补流程图

3 仿真与实验结果

验证实验参数设定为：系统插补周期 $T=4$ ms，时间常数 $t_0=1\,000.0$ ms，系统限定最大进给速度 $v_{th}=500.0$ mm/min，系统限定最大加速度 $a_{\max,1}=25.0$ mm/s^2，由于引入了圆弧插补，因此将插补过程限定在 x-y 平面上. 插补起点为(0，0). 插补路径段数据见表1.

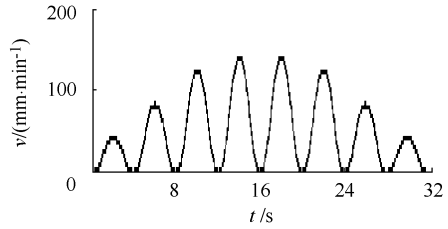
表1 插补路径段数据表 mm

路径段数	插补几何元素类型	坐标值	圆心坐标值
1	直线	(1.0,1.0)	
2	直线	(3.0,3.0)	
3	直线	(6.0,6.0)	
4	顺圆	(10.242 64,6.00)	(8.121 32,3.878 68)
5	逆圆	(6.0,6.0)	(8.121 32,3.878 68)
6	直线	(3.0,3.0)	
7	直线	(1.0,1.0)	
8	直线	(0,0)	

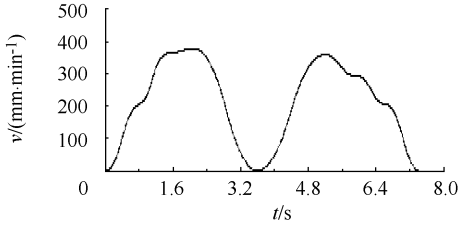
由表2可知，当前瞻段数 $N=0$ 时，速度前瞻处理无效. 当前瞻段数 $N=1,2,6$ 时，除了路径段8外，其余插补路径段末速均不为零，因此极大地减小了轨迹插补时间. 图5为S型加减速前瞻处理速度比较图. 由图5b～图5d可见，路径段4的终点存在一个速度极小值点，这是因为在该路径段的终点处矢量夹角为180°限制了进给速度. 图6为前瞻段数 $N=1$ 时单位周期内速度变化量(用 $\bar{a}$ 表示)轨迹图. 综合图6a可见，当运用S型加减速进行前瞻处理时，较之图6b的直线加减速情况，整个速度曲线光滑无加速度突变点，使得插补过程具有了高度的柔性和连续性.

表2 前瞻段数与路径段末速度值对应表 mm/min

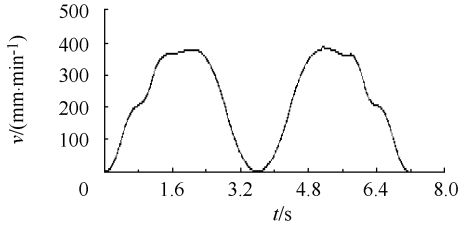
N	路径段1	路径段2	路径段3	路径段4
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	205.976 8	357.339 2	376.995 7	3.0
2	205.976 8	357.339 2	377.007 7	3.0
6	205.976 8	357.339 2	377.007 7	3.0
N	路径段5	路径段6	路径段7	路径段8
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	357.763 7	292.296 9	206.979 2	0.0
2	376.014 3	358.343 4	206.979 2	0.0
6	376.014 3	358.343 4	206.979 2	0.0



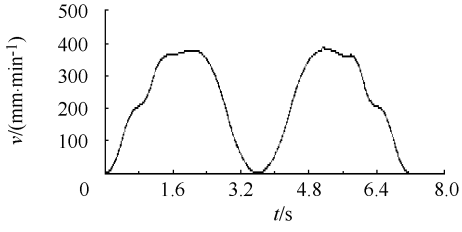
a 前瞻段数 $N=0$ 的速度轨迹



b 前瞻段数 $N=1$ 的速度轨迹

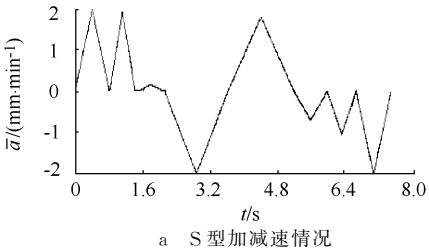


c 前瞻段数 $N=2$ 的速度轨迹

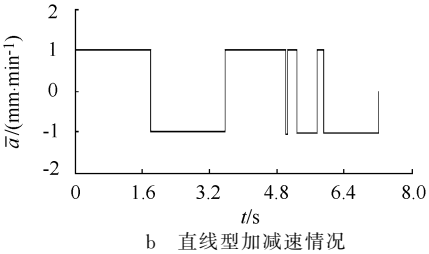


d 前瞻段数 $N=6$ 的速度轨迹

图5 S型加减速前瞻处理速度曲线比较图



a　S 型加减速情况



b　直线型加减速情况

图 6　前瞻段数 $N=1$ 时单位周期内速度变化量轨迹图

图 7 为前瞻段数与插补耗时关系图. 由图可得，$N=0$ 时，插补总耗时为 31 636 ms；$N=1$ 时，插补耗时为 7 456 ms；$N=2,3,4,\cdots$ 时，插补耗时为7 208 ms. 可见，前瞻处理可以极大地提高插补效率，减少插补时间. 但是前瞻段数的选取并不是越大越好，前瞻段数过大，并未进一步减小插补时间，却增加了系统运算量. 因此，根据实际加工情况选取合适的前瞻段数是十分重要的，通常情况下，前瞻段数应限制在 10 段以下.

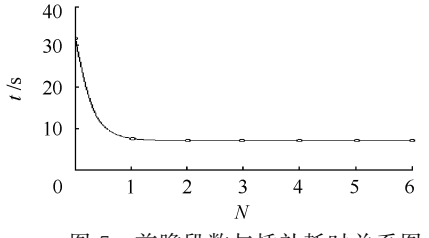


图 7　前瞻段数与插补耗时关系图

4　结 束 语

本文充分发挥了 S 型加减速和前瞻算法在速度处理上的优势，建立了插补几何元素转接矢量夹角数学模型，并成功地将S型加减速应用于速度前瞻算法中. 该算法极大提高了系统插补效率，并使整个插补过程具有了高度的柔性和快速性. 实验表明，该算法符合工程要求，并已应用于实际数控系统中.

参考文献（References）

[1] 叶佩青，赵慎良. 微小直线段的连续插补控制算法研究[J]. 中国机械工程，2004，15(15)：1354－1356
Ye Peiqing，Zhao Shenliang. Study on control algorithm for micro-line continuous interpolation[J]. China Mechanical Engineering，2004，15(15)：1354－1356(in Chinese)

[2] 王宇晗，肖凌剑，曾水生，等. 小线段高速加工速度衔接数学模型[J]. 上海交通大学学报，2004，38(6)：901－904
Wang Yuhan，Xiao Lingjian，Zeng Shuisheng，et al. An optimal feedrate model and solution for high-speed machining of small line blocks with look-ahead[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University，2004，38(6)：901－904(in Chinese)

[3] 徐志明，冯正进，汪永生，等. 连续微小路径段的高速自适应前瞻插补算法[J]. 制造技术与机床，2003，12：20－23
Xu Zhiming，Feng Zhengjin，Wang Yongsheng，et al. High-speed adaptative look-ahead interpolation algorithm for continuous micro path sections[J]. Manufacturing Technology and Machine Tool，2003，12：20－23(in Chinese)

[4] 许海峰，王宇晗，李宇昊，等. 小线段高速加工的速度模型研究和实现[J]. 机械工程师，2005，4：9－13
Xu Haifeng，Wang Yuhan，Li Yuhao，et al. Research on feedrate model of look-ahead and solution algorithm for high-speed machining of small line segments[J]. Mechanical Engineer，2005，4：9－13(in Chinese)

[5] Tounsi N，Bailey T，Elbestawi M A . Identification of acceleration deceleration profile of feed drive systems in CNC machines[J]. Journal of Machine Tools and Manufacture，2003，43(5)：441－451

[6] Kim Dong-Il，Song Jin-Il，Kim Sungkwun. Dependence of machining accuracy on acceleration/deceleration and interpolation methods in CNC machine tools[C]//Conference Record-IAS Annual Meeting (IEEE Industry Applications Society). Piscataway，NJ：IEEE，1994，3：1898－1905

[7] Jeon Jae Wook，Ha Young Youl. Generalized approach for the acceleration and deceleration of industrial robots and CNC machine tools[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，2000，47(1)：133－139

（责任编辑：文丽芳）