基于极限应力分析的十字形双向拉伸试件设计

韩 非 万 敏 吴向东 王海波

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100083)

摘 要：十字形试件双向拉伸实验是实现复杂加载路径的有效方法，是研究板料后继屈服行为和成形极限可行的实验手段，解决十字形试件中心区的大变形、应力均匀性、应力测量计算方法等是其应用的主要问题. 通过试件中心区减薄实现了中心区大变形以致颈缩破裂，给出了 3 种不同形式的中心区减薄形状，从应力均匀性、最大变形出现位置和避免应力集中等方面进行了优化对比分析，并探讨了计算中心区应力的解析方法. 结果表明，中心区方形减薄的十字形试件有更好的中心区应力分布均匀性，更容易实现大变形以致破裂发生在中心区，能较好地控制应力集中，是更适用于板料成形极限应力图研究的实验装备.

关 键 词：成形极限；极限应力；复杂加载路径；十字形试件；双向拉伸试验

中图分类号：TG 386

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)05-0600-05

FEM design of cruciform biaxial tensile specimen based on limit stress analysis

Han Fei Wan Min Wu Xiangdong Wang Haibo

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The cruciform biaxial tensile test is an effective and practical method to realize the process of complex strain paths for the investigation of subsequent yield behavior and forming limit of sheet metal, and the key questions should be solved including the large deformation, homogeneousness of stress distribution and the method to measure the stress in the center region. Using cruciform specimen with thinning center region, the necking even fracture was realized. Three types of cruciform specimen with different geometrical shape of thinning center region were presented, and the homogeneous distribution of stress, the appearance of largest deformation and the avoidence of stress concentration in the center region were analysed. A mathematical method was discussed to calculate the stress in the center region. The result shows that the cruciform specimen with square thinning center region is the superior device for the investigation of forming limit stress diagram(FLSD) to obtain the more homogeneous stress distribution in the center region, to realize the large deformation and the fracture appears in the center region more easily, and to control the stress concentration preferably.

Key words: forming limit; limit stress; complex strain paths; cruciform specimen; biaxial tensile test

成形极限反映了板料在集中性失稳前所能达到的最大变形程度，是板料成形领域中最重要的工艺参数和性能指标之一. 以极限应变构成的成形极限图(FLD，Forming Limit Diagram)是应用广泛的板料成形破裂实用判据.

众所周知，在实际应用中采用与板料实际成

收稿日期：2006-06-09

基金项目：国家自然科学基金资助项目(50475004)

作者简介：韩 非(1980—)，男，四川仁寿人，博士生，hanfei@buaa.edu.cn.

形情况相符的应变路径下的 FLD 作为破裂判据才更接近实际情况.因此,复杂应变路径下 FLD 的研究一直是板料成形领域中重要的研究内容[1].然而,鉴于复杂应变路径下的 FLD 实验确定比较困难,一般是简化成 2 段线性应变路径[2],并且受应变路径的影响较大,给以极限应变构成的 FLD 的应用带来困难.基于应力的成形极限概念的提出,为板料成形极限的研究开辟了新的途径.已有的研究成果表明[3-5],成形极限应力图(FLSD,Forming Limit Stress Diagram)对于不同的应变路径,几乎是一条单一的曲线,相对于 FLD,是更可靠的板料成形破裂判据.但是,目前对于 FLSD 的研究,基本都处于理论上的推导,基于应力应变之间的塑性关系,由 FLD 与 FLSD 之间的相互转换得到.因此,需要通过实验直接获取复杂加载路径下的极限应力,得到实验 FLSD,为理论分析提供必要的实验验证.十字形双向拉伸是实现复杂应变路径的有效手段,在研究不同应变路径下板料变形的组织结构变化、塑性屈服行为等方面已取得一些显著的成果[6],而直接应用于板料成形极限的实验方面研究较少,其关键问题是解决中心区大变形和受力不均等问题[1].采用中心区减薄的十字形试件可以实现中心区大变形甚至达到破裂,是研究不同加载路径下板料后继屈服行为和成形极限可行的实验方法[7].

在已有的研究中提出了多种不同形式的十字形试件和中心区减薄形状,但都是基于特定的具体应用提出的[8].本文基于板料极限应力分析,设计不同形式的中心区减薄几何形状的十字形试件,应用有限元数值模拟方法和数学评估手段,评价其在基于极限应力的成形极限研究中的适用性,以确定适用于成形极限应力图研究的十字形双向拉伸试件.

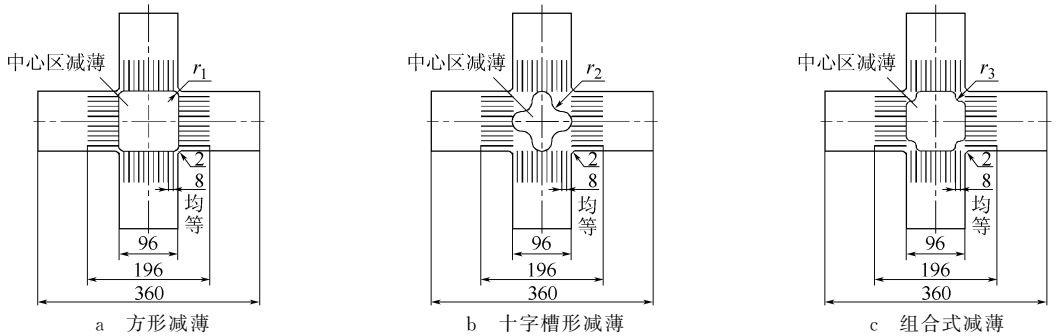
1　十字形试件设计的目标

应用于成形极限应力图研究的十字形试件的设计和制备,应解决如下问题:①最大变形出现在中心区,即颈缩或破裂发生在中心区;②试件中心测量区域主平面上剪应力接近为 0,面内两轴向主应力分布均匀;③避免非中心区域应力集中;④在上述条件的基础上探讨中心区截面应力的计算方法.因此,本文从以上 4 个方面对所选择的不同形式中心区减薄形状的十字形试件进行分析对比,以评估其在基于极限应力的成形极限研究中的适用性.

2　试件及中心区减薄形状设计

已有的研究表明[6],臂上开缝型十字形试件可以有效地控制中心区应力应变分布和圆角处的应力集中.根据本文的研究目的,选择臂上开缝型十字形试件作为基本形状.

中心区减薄形状的不同对于中心区应力应变的分布有直接影响.本文选取了中心区方形减薄、十字槽形减薄和组合式减薄这 3 种减薄形式的十字形试件作为研究对象,如图 1 所示.



a　方形减薄　　b　十字槽形减薄　　c　组合式减薄

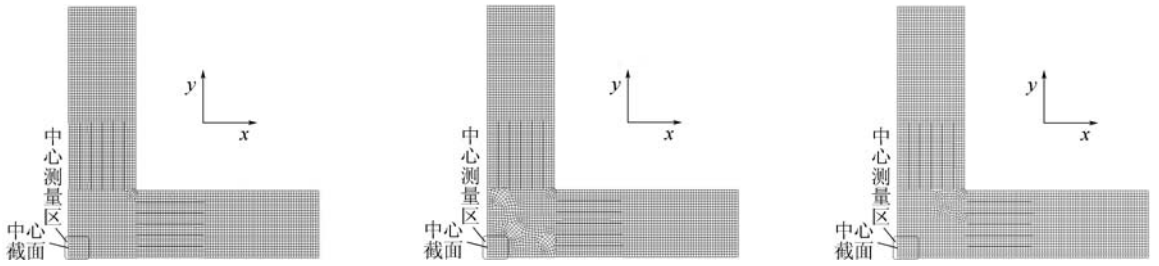
图 1　不同中心区减薄形状的十字形试件设计(单位:mm)

减薄从 2 个面对称地进行,十字槽形减薄形状由文献[9]的设计改进而来,组合式中心区减薄形状结合了前 2 种形状的特点.根据所开发的十字形双向拉伸试验系统[10],确定了图 1 所示的试件尺寸.试件长与宽均为 360 mm,开缝间隔 8 mm,缝长 50 mm,外圆角过渡半径为 2 mm;方形减薄试件减薄区过渡圆角 $r_1=8$ mm;十字槽形减薄区的圆角过渡各由 3 条相切的半径 $r_2=16$ mm 的圆弧构成;组合式减薄中心区圆角过渡也分别由 3 段相切的 $r_3=8$ mm 的圆弧构成.

3　有限元模型的建立

十字形试件在几何参数、受力和变形情况等方面都沿中心点对称.因此,本文取试件的 1/4 进行分析.网格模型采用四节点四边形壳单元,单元

大小为2 mm.需要说明的是,经过模拟分析,在厚度过渡边界有一定的应力变化梯度,但不影响中心区域的应力分布,并可通过设置足够多阶厚度过渡来减小和避免.由于分析过程中只需要关注试件中心区域的应力应变分布情况,因此对于模拟采用简单的厚度过渡模型设置.数值模拟分析在商业有限元软件ABAQUS中进行.3种中心区减薄形状不同的十字形试件的有限元分析模型分别如图2所示.模拟时材料选用BH340钢板,原始厚度为0.8 mm,中心减薄区厚度为0.4 mm.



a 方形减薄 b 十字槽形减薄 c 组合式减薄

图2 十字形试件有限元模型

4 模拟结果及分析

中心区减薄的十字形试件臂上应力远小于中心区,破裂将首先在中心区发生.为研究中心区减薄形状不同的十字形试件对中心区应力应变分布的影响,本文采用3种不同比例的加载条件进行研究,分别为1∶1,2∶1和1∶0,即等双拉、双拉(接近平面应变)和单拉状态.

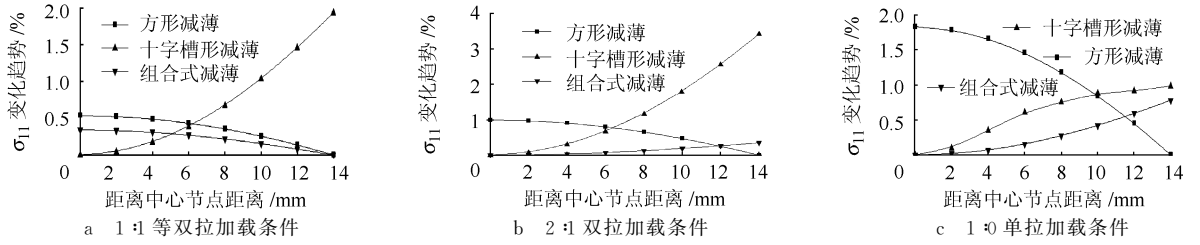
4.1 试件最大变形部位分析

变形最大值出现区域亦即颈缩乃至破裂发生的区域,可以通过中心区应力应变分布情况得出.3种试件在不同比例加载条件下中心区域的第1主应力σ_{11}变化趋势如图3所示,其中,纵轴为中心截面应力变化趋势(各节点应力值与最小应力的差)与该截面上的最小应力的相对偏差.与应力相对应地,第1主应变ε_{11}的变化趋势如图4所示.从图3、图4可以看出,十字槽形中心区减薄的试件在3种加载条件下应力和应变最大值都不在中心点;组合式减薄试件仅能在等双拉加载条件下在中心点得到最大应力应变值;方形减薄试件能够在3种加载条件下中心截面都得到趋势较好的应力应变分布,最大值出现在中心点.因此,方形减薄的十字形试件更容易达到中心区大变形以致破裂.

4.2 中心区应力分布均匀性分析

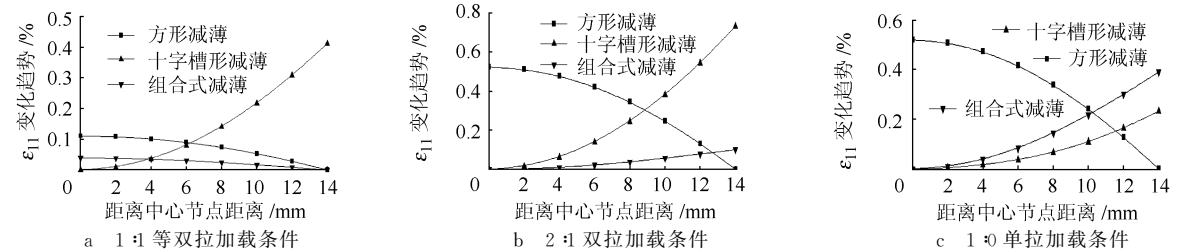
对于试件中心区应力分布均匀性的评价,采用了与文献[8]中优化十字形试件相类似的方法.

以十字形试件中心为空间直角坐标系原点,以试件平面水平和垂直方向分别作为x轴和y轴方向,以板料厚度方向为z轴方向,板料厚度为$2t$,设指定测量区域宽度为l,并定义函数$y=f(x,l)$用于描述中心区域形状,则给定中心区域的体积为



a 1∶1等双拉加载条件 b 2∶1双拉加载条件 c 1∶0单拉加载条件

图3 中心截面第1主应力σ_{11}变化对比



a 1∶1等双拉加载条件 b 2∶1双拉加载条件 c 1∶0单拉加载条件

图4 中心截面第1主应变ε_{11}变化对比

$$V(a)=\int_{-t}^{t}\int_{-y}^{y}\int_{-a}^{a}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$0\leqslant a\leqslant l \qquad y=f(a,l)$$

为分析应力分布均布性,分别计算该体积 $V(a)$ 内 σ_{11},σ_{22},σ_{12} 和等效 Mises 应力 σ_{im} 的平均值 $\bar{\sigma}_{**}$ 和标准偏差 S_{**}:

$$\bar{\sigma}_{**}(a)=\frac{1}{V(a)}\int_{-t}^{t}\int_{-y}^{y}\int_{-a}^{a}\sigma_{**}(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$S_{**}(a)=\left[\frac{1}{V(a)}\int_{-t}^{t}\int_{-y}^{y}\int_{-a}^{a}(\sigma_{**}(x,y,z)-\bar{\sigma}_{**}(t))^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\right]^{1/2}$$

在本文进行有限元数值模拟研究中,对中心区指定研究区域的应力和标准偏差的确定方法为

$$V=\sum_{j=1}^{N}v_j \qquad \bar{\sigma}_{**}=\frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N}(v_j\sigma^j_{**})$$

$$S_{**}=\left[\frac{1}{V}\sum_{j=1}^{N}(v_j(\sigma^j_{**}-\bar{\sigma}_{**})^2)\right]^{1/2}$$

式中,v_j 为指定区域第 j 个单元的体积;σ^j_{**} 为第 j 个单元的应力值;$\bar{\sigma}_{**}$ 为指定区域应力的平均值;S_{**} 为中心区指定区域应力分布标准偏差.

标准偏差 S_{**} 值越小,表示在中心区应力分布均匀性越好.为避开应力值大小量级的影响,用标准偏差除以 σ_{im} 的平均值 $\bar{\sigma}_{\mathrm{im}}$,可得到独立于应力值大小的结果,并乘以 100 以得到合适的数量级.因此,采用有限元数值模拟对中心区应力分布均匀性评价的各个应力分量的评价参数为

$$E_1=100\frac{S_{11}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{im}}} \qquad E_2=100\frac{S_{22}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{im}}}$$

$$E_3=100\frac{S_{12}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{im}}} \qquad E_4=100\frac{S_{\mathrm{im}}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{im}}}$$

3 种十字形试件在不同比例加载条件下的评价结果如表 1 所示.从表 1 可见,中心区方形减薄和组合式减薄的十字形试件应力标准偏差值明显小于十字槽形减薄的试件.方形减薄和组合式减薄都能得到较好的中心测量区应力分布均匀性,组合式减薄略优于普通的方形减薄试件.

表 1　3 种十字形试件不同比例加载条件下应力均布性评价参数值

评价参数	方形减薄			十字槽形减薄			组合式减薄		
	1∶1 等双拉	2∶1 双拉	1∶0 单拉	1∶1 等双拉	2∶1 双拉	1∶0 单拉	1∶1 等双拉	2∶1 双拉	1∶0 单拉
E_1	0.291	0.613	0.691	1.103	1.660	1.004	0.218	0.565	0.508
E_2	0.247	0.709	0.656	0.919	3.446	3.713	0.251	0.685	0.889
E_3	0.293	0.734	0.919	1.191	0.927	0.918	0.232	0.568	0.477
E_4	0.039	0.667	0.517	0.126	1.567	0.791	0.023	0.634	0.431
$\sum E$	0.870	2.723	2.783	3.339	7.560	6.427	0.724	2.452	2.305

4.3　应力集中出现区域分析

图 5 和图 6 所示为 3 种中心区减薄形状不同的十字形试件中心区应力分布(本文仅给出了等双拉加载条件下的情况,其它 2 种加载条件下分布趋势接近).

图 5 可见,3 种十字形试件的 σ_{im} 分布都有较好的对称性.方形减薄和组合式减薄试件中心区能得到更大范围均布的应力分布,这和4.2节中得到的结论一致.在十字槽形减薄的试件上仅有中心位置 1 条开缝与减薄区相连接,并在该区域出现了较大的应力集中,这与开缝位置在试件上的分布有关系.方形和组合式减薄试件上有更多的开缝与减薄区相连,形成对中心区更好的均布载荷,从而得到更大范围均匀的应力分布.

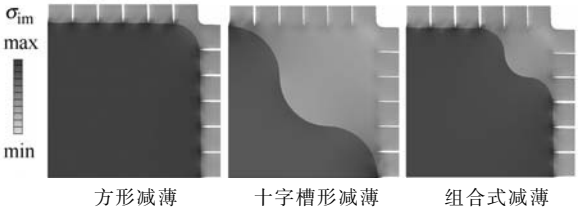


图 5　等双拉加载条件下等效应力 σ_{im} 分布

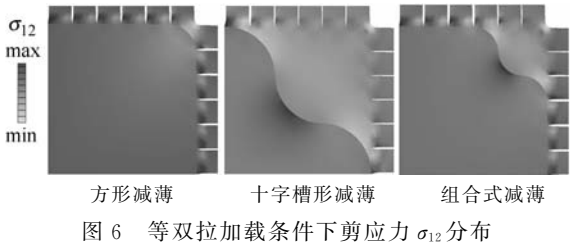


图 6　等双拉加载条件下剪应力 σ_{12} 分布

在十字形试件中,剪应力的存在是影响中心区应力分布均匀性和应力集中的关键因素之一.图 6 可见,外部过渡圆角在 3 种不同形状试件的中心区引起的剪应力导致的应力集中接近.减薄区过渡圆角和过渡形式对应力集中影响较大,十字槽形和组合式减薄试件都在过渡圆角的中间位置出现了较大的剪应力,导致了局部的应力集中,只是后者较前者位置距离中心点要远;而在方形减薄中几乎没有.

可见,中心区方形减薄的试件要优于其它 2 种形状,能更方便地控制剪应力的出现,避免过大的应力集中出现在中心测量区域.

4.4　中心区截面应力计算探讨

在实际的实验中,中心测量区的应力难以通过实验方法直接测量,通常是通过臂上载荷或应

力结合解析方法求解.通过优化十字形试件,可以消除中心区剪应力,实现中心区应力主轴与拉伸方向重合.这样,中心区所受载荷与臂上载荷相等.因此,中心区应力的计算公式为

$$\sigma_{11}=\frac{P_1}{A_{中}}$$

而

$$P_1=\sigma_{臂}A_{臂}$$

式中,P_1 为沿 x 方向加载载荷;σ_{11},$\sigma_{臂}$ 分别为垂直于 x 方向中心截面第1主应力和臂上未开缝区应力;$A_{中}$,$A_{臂}$ 分别为中心截面和十字臂瞬时面积.

设 $\rho=t_{臂}/t_{中}$,在模拟分析中,在3种不同中心区减薄形状的十字形试件中心截面应力分析,都可以得到 $\sigma_{11}\approx\rho\cdot\sigma_{臂}$ 的结果,只不过误差大小不同.从而在误差控制可接受的程度内,可以利用臂上应力求解中心区应力.在厚度比 $\rho=2$ 和不同比例加载条件下,中心截面第1主应力 σ_{11} 的计算误差 Δ_{11} 如表2所示,其中,Δ_{11} 的计算公式为

$$\Delta_{11}=\frac{(\sigma_{11})_{计算}-(\sigma_{11})_{模拟}}{(\sigma_{11})_{模拟}}$$

表2 3种试件不同加载条件下 σ_{11} 计算误差对比 %

加载条件	方形减薄	十字槽形减薄	组合式减薄
1∶1 等双拉	2.7	12.0	4.3
2∶1 双拉	1.9	15.8	5.6
1∶0 单拉	4.8	20.9	11.4

从表2可以看出,中心区方形减薄的试件主应力计算误差最小,十字槽形减薄试件计算误差最大.这是由于方形减薄试件中剪应力影响相对最小,因而计算误差较小.这也间接证明了方形减薄十字形试件更适用于成形极限应力图的研究.

5 结 论

1) 方形减薄和组合式减薄试件比十字槽形减薄试件有更好的中心区应力分布均匀性;

2) 方形减薄试件更容易达到中心区破裂,十字槽形减薄和组合式减薄的试件破裂可能不先在中心截面出现;

3) 方形减薄试件能更好地控制剪应力的位置和大小,避免过大的应力集中出现在中心区域;

4) 通过数值解析方法可以对十字形试件中心截面应力求解,方形减薄试件主应力计算误差小于十字槽形减薄和组合式减薄试件.

综上所述,在本文研究的3种减薄形状不同的十字形试件中,方形减薄的十字形试件更容易使中心区发生大变形以致破裂,更适合基于极限应力的成形极限研究.

参考文献(References)

[1] 万敏,周贤宾.复杂加载路径下板料屈服强化与成形极限的研究进展[J].塑性工程学报,2000,2(7):35-39
Wan Min, Zhou Xianbin. Research progress on the yielding, hardening and forming limit of sheet metals under complex loading paths[J]. Journal of Plastic Engineering, 2000, 2(7):35-39(in Chinese)

[2] Brunet M, Mguil S, Morestin F. Analytical and experimental studies of necking in sheet metal forming processes[J]. J Mater Process Tech, 1998, 80/81:40-46

[3] Arrieux R, Bedrin C, Boivin M. Determination of an intrinsic forming limit stress diagram for isotropic sheets[C]// 12th Biennial Congress-International Deep Drawing Research Group. Milan: Assoc Italiana di Metallurgia, 1982:61-71

[4] Stoughton T B. A general forming limit criterion for sheet metal forming[J]. Int J Mech Sci, 2000, 42:1-27

[5] 谢英,万敏,韩非.板料成形极限应力图研究[J].机械工程学报,2005,41(7):45-49
Xie Ying, Wan Min, Han Fei. The investigation of FLSD of sheet metals[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(7): 45-49(in Chinese)

[6] 吴向东.不同加载路径下各向异性板料塑性变形行为的研究[D].北京:北京航空航天大学机械工程及自动化学院,2004
Wu Xiangdong. Research on the plastic deformation behavior of anisotropic sheet metal under different loading paths [D]. Beijing: School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004(in Chinese)

[7] Moondra S, Kinsey B L. Determination of cruciform specimen for stress based failure criterion evaluation[J]. Transactions of NAMRI/SME, 2004, 32:247-254

[8] Demmerle S, Boehler J P. Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens[J]. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 1993, 41(1):143-181

[9] Yu Y, Wan M, Wu X D, et al. Design of a cruciform biaxial tensile specimen for limit strain analysis by FEM[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2002, 123(1): 67-70

[10] Wu X D, Wan M, Zhou X B. Biaxial tensile test of cruciform specimen under complex loading[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2005, 168:181-183

(责任编辑:文丽芳)