面向任务的单武器系统平均修复时间模型

毕 军 王少萍 石 健

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100083)

摘 要：平均修复时间(MTTR,Mean Time To Repair)作为一个重要的维修性定量指标,目前其预计方法及算法立足于大量的试验结果和经验估计.通过对任务—装备—维修组成的面向任务的队列模型的研究,将任务需求、武器系统的可靠性及维修性综合考虑,针对故障率和修复率均服从指数分布的可修系统,建立了一种基于 M/G/1 可修排队模型的武器系统 MTTR 的模型,并给出了定量预计方法.此模型符合基于可靠性基础上的维修理论的基本结论,避免了设计初期对大量维修统计数据的依赖,为订购方在装备采购中提出维修性定量的要求提供了依据.

关 键 词：平均修复时间；M/G/1 可修排队；维修性

中图分类号：TP 114.3

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)03-0354-03

Mean time to repair modeling oriented uni-mission for weapon system

Bi Jun Wang Shaoping Shi Jian

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: As an important quantificational index for maintainability, the predication method and algorithm of mean time to repair (MTTR) are always dependent on experimentation and experience. Through the queue research of mission-furnishment-maintenance oriented to uni-mission, the MTTR model was to be established based on M/G/1 for repairable system which aim at the failure rate and repairable rate subjected to exponential rule, considering the mission requirement, reliability and maintainability. The corresponding quantitative method was also given. This model adhere to the basic conclusion which is drawn from maintainability theory based on reliability, and prevent from depending on a large quantity of statistical data at the beginning of design stage. The model and prediction method of MTTR can provide the quantitative maintainability index for purchaser on the condition of purchasing the weapon system.

Key words: mean time to repair (MTTR); M/G/1 repairable queuing system; maintainability

维修性是产品的一种质量特性,即由设计赋予的使产品维修简便、迅速、经济的固有属性,维修性要求可定性与定量地予以描述.GJB368.4-1987《装备维修性通用规范 维修性的分配和预计》中对平均维修时间及维修性预计方法做出了规定,然而这些方法及算法立足于大量的试验结果和经验估计,不利于新产品开发过程中平均修复时间(MTTR, Mean Time To Repair)的估算或对产品的样本数量要求较高[1-3].本文通过对任务—装备—维修组成的面向任务的队列模型的研究,建立了一种基于 M/G/1 可修排队模型[4-8]的武器系统 MTTR 的定量预计方法,来解决上述问题.

1 模型的描述

武器系统通常是针对任务设计的,并且一般能够完成多种类型的任务,对武器系统进行维修性设计时,首先应当考虑的是能否满足任务的需

收稿日期：2006-04-07

作者简介：毕 军(1971—),男,河南扶沟人,硕士生,bijun868@sina.com.

要,其次才考虑维修经济性[9-11]的问题.在此前提下,可以将任务—装备的关系用图 1 所示的队列模型予以描述.

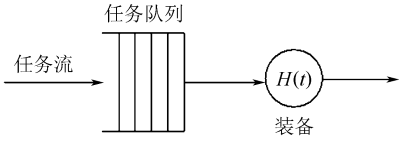

图 1　任务—装备排队模型

由于受到多种因素的影响,任务对于装备而言是随机下达的,同时装备也受到多种因素的影响,其完成任务时间的长短也是随机的.当某一时刻下达的任务数量超过装备处理任务的能力极限时,就会出现任务排队现象(见图 1),而这种情况对于军事任务而言是需要尽量避免的.本文以此为出发点,将任务和装备以及装备的维修性综合起来考虑,建立了任务—装备—维修组成的面向任务的队列模型.

整个建模过程基于以下假设:

1) 在装备的待命期间,即在装备没有任务期间,装备既不发生失效也不变坏(不影响装备的使用寿命);

2) 当装备失效,正在执行的任务需要等待其修复,再继续执行,已执行过的部分仍然有效;

3) 装备修复后,完全恢复它的功能,其寿命仍为 X($t=0$ 时刻装备的寿命),并设 $t=0$ 时装备是新的;

4) 任务的到达、任务的执行、装备的寿命和修理相互独立.

对任务的描述(顾客):不失一般性,可以将任务的到来看作是参数为 γ 泊松流,γ 表示单位时间到达的任务数(也称到达速率),从而任务到达间隔时间服从参数为 γ 的负指数分布,分布密度函数 $a(t)=\gamma e^{-\gamma t}(t\geqslant 0)$,平均到达间隔时间为 $1/\gamma$,到达的任务能全部进入系统由装备去完成.

对装备的描述(服务台):不失一般性,假设装备从开始执行任务起,其执行时间满足一般分布情况.即假设只有一台装备用于执行任务,该装备执行一个任务的执行时间 V(包括装备的准备时间)服从一般分布 $H(t)$,$t\geqslant 0$,执行任务的时间相互独立,且设平均执行时间为 $\alpha(0<\alpha<\infty)$.

对维修过程的描述(服务规则):对于系统中的用于执行任务的装备,假设在系统容量无限大的情况下,其工作寿命 X 服从参数为 λ 的负指数分布,分布密度函数为 $x(t)=\lambda e^{-\lambda t}$,$t\geqslant 0$,$0\leqslant\lambda<\infty$.装备失效后立即进行修理,其修理时间 Y 有任意分布函数 $Y(t)=P\{Y\leqslant t\}$,$t\geqslant 0$,为了方便运算,设平均修复时间为 $\beta(0\leqslant\beta<\infty)$.装备修理期间,正在执行的任务被迫停止,待装备修复以后继续执行,执行过的任务仍然有效.

在上述假设的基础上,任务—装备—维修组成的面向任务的队列模型构成了一个 M/G/1 可修排队模型.

2　模型分析

令 $\tilde{\chi}_n$ 表示第 n 个任务从开始执行的时刻起直到任务完成的时间,其中包括了在该任务执行期内,装备可能发生故障而进行修理的时间,称为第 n 个任务的广义执行任务时间.并假设第 n 次执行任务发生 l 次故障,其概率分析见图 2.

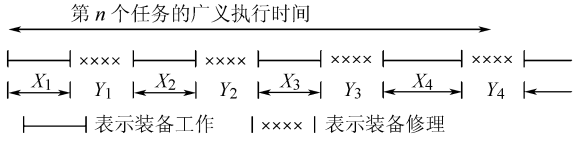

图 2　第 n 个任务的执行期内装备恰发生 l 次失效的概率分析

故有

$$\tilde{\chi}_n=\sum_{i=1}^{l+1}X_i+\sum_{j=1}^{l}Y_j \tag{1}$$

则

$$E[\tilde{\chi}_n]=E\left[\sum_{i=1}^{l+1}X_i\right]+E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j\right] \tag{2}$$

由假设可知

$$E\left[\sum_{i=1}^{l+1}X_i\right]=E[H(t)]=\alpha \tag{3}$$

$$E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j\right]=\sum_{i=0}^{\infty}\int_0^{\infty}E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j(t)\right]e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^l}{l!}dH(t) \tag{4}$$

由大数定理[4]可得

$$E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j(t)\right]=lE[Y_1(t)]=l\beta \tag{5}$$

则式(4)可以进一步化为

$$E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j\right]=\sum_{i=0}^{\infty}\int_0^{\infty}l\beta e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^l}{l!}dH(t)=$$

$$\beta\sum_{l=0}^{\infty}\int_0^{\infty}\lambda t e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^{l-1}}{(l-1)!}dH(t)=$$

$$\beta\int_0^{\infty}\lambda t e^{-\lambda t}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(\lambda t)^{l-1}}{(l-1)!}dH(t)=$$

$$\lambda\beta\int_0^{\infty}tdH(t)=\lambda\beta\cdot E[H(t)]=\alpha\lambda\beta \tag{6}$$

则有平均广义执行任务时间为

$$\tilde{\alpha}=E[\tilde{\chi}_n]=E\left[\sum_{i=1}^{l+1}X_i\right]+E\left[\sum_{j=1}^{l}Y_j\right]=$$

$$\alpha(1+\lambda\beta) \tag{7}$$

根据队列理论对服务强度 ρ 的定义有

$$\rho=\frac{\text{任务到达速率}}{\text{任务执行速率}}=\frac{\gamma}{1/\alpha}=\gamma\alpha(1+\lambda\beta) \tag{8}$$

显然,当任务执行强度 $\rho=1$ 时,可修系统处于能否按要求完成任务临界状态,即当 $\rho\leqslant 1$ 时,任务—装备—维修组成的面向任务的队列系统能够满足任务的需要.因此利用式(8)可以得到能够满足任务要求的平均维修时间

$$\beta\leqslant\frac{1-\gamma\alpha}{\gamma\alpha\lambda} \tag{9}$$

式中,β 为平均修复时间;γ 为单位时间任务的达速率;α 为平均执行任务时间;λ 为装备的故障率.

用维修性指标 $\overline{M}_{\mathrm{ct}}$ 代替 β,即得到

$$\overline{M}_{\mathrm{ct}}\leqslant\frac{1-\gamma\alpha}{\gamma\alpha\lambda} \tag{10}$$

$\overline{M}_{\mathrm{ct}}$ 为平均修复时间.

3 应用实例

以某型地面装备为例.对该型号执行任务的期望值是:任务间隔时间为 2.4 h,平均每次执行任务的时间为 2 h,再次准备时间为 15 min;每 100 h任务故障次数不大于 7 次,并且已知采用常用 MTTR 设计方法设计定型后的平均修复时间为1.78 h.

下面将常用的 MTTR 计算方法和面向任务的 MTTR 计算方法的计算结果进行比较.

1) 常用设计方法[3][7]

假设该型号装备由 n 个可修复的项目组成,由已知,得

$$\overline{M}_{\mathrm{ct}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\cdot M_{\mathrm{cti}}+\sum_{j=1}^{n}f_{\mathrm{pj}}\cdot M_{\mathrm{ptj}}}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i+\sum_{j=1}^{n}f_{\mathrm{pj}}}=1.78\ \mathrm{h}$$

式中,λ_i 为第 i 个项目的故障率;M_{cti} 为第 i 个项目的平均修复时间;f_{pj} 为第 j 个项目预防维修作业的频率;M_{ptj} 为第 j 个项目预防维修作业所需的平均时间.

2) 面向任务的 MTTR 计算方法

由已知得到以下指标.

平均执行任务时间:

α=执行任务时间+再次出动准备时间=2.25 h

平均任务达速率:$\gamma\approx 0.417/\mathrm{h}$

装备的故障率:$\lambda=0.07/\mathrm{h}$

由式(10)得

$$\overline{M}_{\mathrm{ct}}=\beta\leqslant\frac{1-\gamma\alpha}{\gamma\alpha\lambda}=\frac{1-0.417\times 2.25}{0.417\times 2.25\times 0.07}\approx 0.95\ \mathrm{h}$$

显然,该装备采用常用的 MTTR 设计方法与面向任务的 MTTR 计算方法结果相差悬殊,即现设计不能满足单个装备执行任务的需求.这是因为当前的设计方法只考虑了设计是否经济的问题,而未考虑任务需求的结果,为了满足相对苛刻的任务需求,只能采用多个装备共同执行任务的方式.同时,常用的 MTTR 计算方法对统计数据需求量大,不利于设计阶段的估算.

4 结 论

1) 首次应用任务—装备—维修组成的面向任务的队列模型建立了单武器系统的平均修复时间的预计模型,该模型能够反映武器系统的战备完好性及任务要求的目标.尤其是在装备设计的初始阶段,在分析其可靠性的基础上,可以根据任务的需要及对装备完成任务的期望时间,来对装备的维修性指标进行估算.此方法可以作为订购方在装备采购中提出维修性定量要求的依据.

2) 由式(10)分析和应用实例分析中,不难发现任务需求的变化对于平均修复时间而言其影响是巨大的,因此讨论任务的影响问题对于实际中 MTTR 的估算十分重要.

3) 由式(10)稍加变换可以得到 $\gamma\leqslant 1/[\alpha(1+\lambda\beta)]$,即任务间隔时间不小于 $\alpha(1+\lambda\beta)$.显然,从前面的式子可以看出,提高装备的维修性(减小平均维修时间)或提高装备的可靠性(减小装备的故障率),能够提高装备完成任务的能力,这与基于可靠性基础上的维修理论的结论相同.

面向任务的单武器系统平均修复时间模型综合考虑了任务流、任务等待排队和装备维修的全过程,其平均修复时间的预计更接近实际情况.本文的研究中尚未考虑单武器系统与其他同类装备共同执行任务以及维修不能使装备恢复如新的情况,对于上述两种情况下的平均修复时间的研究是今后进一步研究的方向.

(下转第 365 页)