飞行控制律评估与确认的 μ分析方法

刘 林 陈宗基 唐 强 车 军

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100083) (飞行自动控制研究所, 西安 710065)

摘 要: 针对目前应用的网格法在实际使用中的不足, 将 μ分析方法应用到飞行控制律的评估与确认中. 以某型战斗机及为其设计的鲁棒飞行控制律为研究对象, 采用相应的稳定性准则, 利用线性分式变换形式, 考虑各种已知的不确定参数摄动, 用 μ分析方法实现了对该准则的评估与确认. 与传统网格法相比, 基于 μ分析的方法具有两个明显的优点, 一是网格间的点可以得到评估, 二是不存在网格法的"维数灾"问题, 从而提高了评估的可靠性和效率.

关 键 词: 评估与确认; 飞行控制律; 不确定性; μ分析; 线性分式变换

中图分类号: V 249

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2007)02-0141-04

Method based on μ-analysis techniques for the clearance of flight control laws

Liu Lin Chen Zongji

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Tang Qiang Che Jun

(Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710065, China)

Abstract: The clearance of modern flight control laws to take into account the many uncertainties has become a great challenge to engineers and researchers, and traditional grid-based methods have gradually been incompetent for this task. A method based on μ-analysis techniques was used to solve this very difficult problem. The aircraft model and flight control law used in the present study is a twin-engine fighter with a robust inverse dynamics estimation (RIDE) controller. Our approach was applied to evaluate a linear stability margin criterion currently widely used by the aerospace industry. Using the linear fractional transformation based uncertainty model developed from the nonlinear aircraft model, and a fictitious multiplicative input uncertainty representation of the criterion, stability robustness analysis results were presented for the flight control law. Compared with traditional grid-based ones, the μ-analysis based method has two obvious advantages which provide more rigorous and efficient in the presence of multiple sources of parametric uncertainty. One is the points between grids can be cleared, the other is there exists no "disaster of dimension" problems.

Key words: clearance; flight control law; uncertainty; μ-analysis; linear fractional transformation

在飞机模型的建立过程中不可避免地存在各种建模误差, 而进行飞行控制律设计时所考虑的对象是所谓的标称模型. 由于建模过程中引入的不确定性可能对控制系统造成极大的影响, 因此必须分析和评估这些影响, 即对新设计的控制律进行评估和确认. 所以说, 评估和确认是控制律的一种可用性证明, 它的目的是: 考虑各种可能的构型和存在的不确定因素, 根据所选的准则找出最坏的情况并分析其影响, 证明所设计的控制律在所有飞行包线内满足安全操纵性要求. 在工程实际中, 控制律的评估与确认一般采取网格法, 即将不确定因素表达为参数不确定性并进行网格化,

收稿日期: 2006-03-01

基金项目: 航空科学基金资助项目 (05E18005)

作者简介: 刘 林 (1963-), 男, 陕西咸阳人, 博士生, linlin@ facri.com.

然后在网格点处针对评估准则进行逐一确认. 这一过程需要耗费大量的人力和时间. 而且随着现代战斗机包线的不断扩大和系统复杂所带来不确定因素的增多, 使得上述传统控制律评估与确认方法的代价越来越高昂; 同时网格间的点也无法确认, 评估结果的可靠性也得不到保证.

国外的工业组织和研究机构已经充分认识到现有方法的上述缺点, 欧洲航空技术研究组 GRATEUR (Group for Aeronautical Research and Technology in Europe)成立了 AG11 项目组, 涉及6所研究机构、7个工业组织以及 6所大学, 其目的是验证若干先进技术在飞行控制律评估与确认中的应用, 以探求是否能给传统的验证过程带来质的提高[1].

目前国内尚未开展此类的研究. 本文以国产某型双发重型战斗机非线性模型为研究对象, 采用了鲁棒逆动态估计方法[2]设计了飞行控制律. 在此基础上, 利用 μ分析方法, 基于文献[3]给出的线性稳定裕度准则, 进行了控制律的评估与确认.

1 研究对象及评估准则

1.1 飞机模型和控制律设计

所采用的飞机对象为国内某双发重型战斗机, 并对其建立了含不确定性参数的六自由度非线性模型:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), \Delta) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = h(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{x}(t)$为状态向量; 即速度、迎角、侧滑角、角速率及姿态角; $\boldsymbol{y}(t)$为输出向量; Δ为不确定的参数; $\boldsymbol{u}(t)$为控制输入向量.

控制律实现采用一种鲁棒逆动态估计控制律. 其结构如图 1所示.

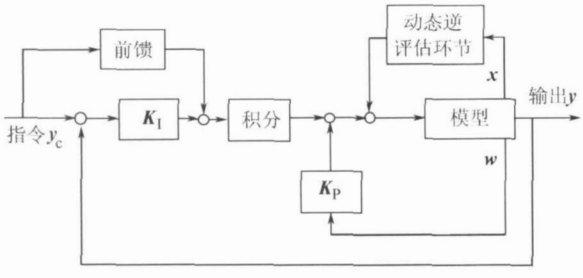

图 1 闭环鲁棒逆动态结构图

由于篇幅所限, 本文仅以飞机的纵向运动为例进行分析. 该飞机不确定参数的具体变化范围如表 1所示, 其中的误差表示相对标称值而言.

表 1 飞机模型中的不确定参数的误差

参数误差	变化范围	备注
Δm /kg	[-2000, 9000]	飞机质量的误差
Δx_{cg} /m	[-0.1, 0.1]	重心在 x 轴的位置误差
$\Delta M_z^{\delta_z}$ /%	[-10, 10]	$M_z^{\delta_z}$ 的误差
$\Delta C_y^{\delta_z}$ /%	[-10, 10]	$C_y^{\delta_z}$ 的误差
ΔI_{zz} /%	[-10, 10]	绕 z轴转动惯量的误差

1.2 线性稳定裕度准则

飞行控制律评估与确认的首要任务是在不确定性存在的情况下, 验证所设计的飞行控制系统在全包线内是否具有足够的稳定性. 工程中一般通过计算开环频域响应的线性稳定裕度来评价系统的稳定鲁棒性, 即计算相应的幅值裕度和相位裕度来进行判断. 结合工程实际, 本文亦将其作为评估准则, 要求在 Nichols 图中, 系统的开环 Nichols曲线不能穿越特定的梯形区域[1]. 为处理方便, 在 Nichols平面中可作出式 (3)表示的椭圆区域来近似上述梯形区域. 例如, 文献[3]给出了2个例子, 考虑图 2中的椭圆区域 A 和 B, 分别对应幅值和相位裕度为 ±6 dB 和 ±36.87°, 以及 ±4.5 dB和 ±28.44°.

$$\frac{|L(j\omega)|^2}{G_m^2} + \frac{(\angle L(j\omega) + 180)^2}{P_m^2} = 1 \quad (3)$$

式中, $L(j\omega)$为开环频率响应; G_m 和 P_m 为期望的幅值和相位裕度. 通过上述近似处理, 满足准则要求对应系统的开环 Nichols曲线位于图 2中椭圆区域之外.

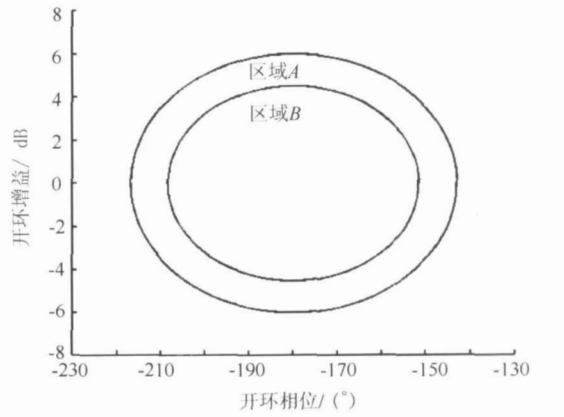

图 2 线性稳定裕度准则对应的 *Nichols* 图

2 用 μ分析进行评估与确认

2.1 基于 *LFT* 的不确定性建模

应用 μ分析方法的关键是把不确定性从系统中分离出来, 将系统描述成 μ分析的标准反馈互联结构, 为此首先将飞机非线性模型表达成 LFT (Linear Fractional Transformation)的形式.

考虑式 (1)、式 (2)表达的含不确定参数的飞机的线性化模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}(\Delta) & \boldsymbol{B}(\Delta) \\ \boldsymbol{C}(\Delta) & \boldsymbol{D}(\Delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{u} \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中, $\boldsymbol{A}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{B}\in\boldsymbol{R}^{n\times n_u}$, $\boldsymbol{C}\in\boldsymbol{R}^{n_y\times n}$, $\boldsymbol{D}\in\boldsymbol{R}^{n_y\times n_u}$, 为将不确定性分离出来, 考虑一种模型的仿射近似方案, 假设:

$$\boldsymbol{S}(\Delta) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}(\Delta) & \boldsymbol{B}(\Delta) \\ \boldsymbol{C}(\Delta) & \boldsymbol{D}(\Delta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_0 & \boldsymbol{B}_0 \\ \boldsymbol{C}_0 & \boldsymbol{D}_0 \end{bmatrix} + \delta_1 \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{D}_1 \end{bmatrix} + \cdots + \delta_q \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_q & \boldsymbol{B}_q \\ \boldsymbol{C}_q & \boldsymbol{D}_q \end{bmatrix} \tag{5}$$

式中, 标称系统由已知的 $(\boldsymbol{A}_0, \boldsymbol{B}_0, \boldsymbol{C}_0, \boldsymbol{D}_0)$给出, 系统中存在的参数不确定性反映在 q 个不确定参数 $\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_q$ 上, 归一化为 $\delta\in[-1, 1]$, 同时关于参数不确定性的结构方面的信息包含在 $(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{B}_i, \boldsymbol{C}_i, \boldsymbol{D}_i)$中, 反映了第 i 个不确定参数对状态空间模型的影响.

为得到 LFT, 且使其重复子块具有最小的规模, 设

$$\boldsymbol{R}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{B}_i \\ \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{D}_i \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{(n+n_y)\times(n+n_u)}$$

$$i = 1, 2, \cdots, q \tag{6}$$

令 $r_i = \mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_i)$, 则可以将 $\boldsymbol{R}_i$ 进行矩阵分解为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_i & \boldsymbol{B}_i \\ \boldsymbol{C}_i & \boldsymbol{D}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{i1} \\ \boldsymbol{U}_{i2} \end{bmatrix} \cdot [\boldsymbol{V}_{i1} \quad \boldsymbol{V}_{i2}] \tag{7}$$

式中, $[\boldsymbol{U}_{i1} \quad \boldsymbol{U}_{i2}]^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^{(n+n_y)\times r_1}$; $[\boldsymbol{V}_{i1} \quad \boldsymbol{V}_{i2}]\in\boldsymbol{R}^{r_i\times(n+n_u)}$, 所以

$$\boldsymbol{S}(\Delta) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_0 & \boldsymbol{B}_0 \\ \boldsymbol{C}_0 & \boldsymbol{D}_0 \end{bmatrix} + \delta_1 \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{11} \\ \boldsymbol{U}_{12} \end{bmatrix} \cdot [\boldsymbol{V}_{11} \quad \boldsymbol{V}_{12}] + \cdots + \delta_q \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{q1} \\ \boldsymbol{U}_{q2} \end{bmatrix} \cdot [\boldsymbol{V}_{q1} \quad \boldsymbol{V}_{q2}] \tag{8}$$

从而最终可以得到 $\boldsymbol{S}(\Delta_N) = \boldsymbol{F}_u(\boldsymbol{P}, \Delta_N)$的形式, 其中

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_0 & \boldsymbol{U}_{11} & \cdots & \boldsymbol{U}_{q1} & \boldsymbol{B}_0 \\ \boldsymbol{V}_{11} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{V}_{12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{V}_{q1} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{V}_{q2} \\ \boldsymbol{C}_0 & \boldsymbol{U}_{12} & \cdots & \boldsymbol{U}_{q2} & \boldsymbol{D}_0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\Delta_N = \mathrm{diag}\{\boldsymbol{I}/s, \delta_1\boldsymbol{I}_{n_1}, \cdots, \delta_q\boldsymbol{I}_{nq}\} \tag{10}$$

通过上述过程建立了含参数摄动的飞机对象的 LFT表达, 接下来要考虑的是如何将待评估的线性稳定裕度准则纳入 μ分析的范畴. 实际上, 控制律的评估与确认过程是一个系统鲁棒性能分析的问题, 为此需要将其等价为一个具有增广不确定性的鲁棒稳定性问题. 由输入输出关系, 通过构造一个虚拟的不确定块, 将准则考虑为一种乘型输入不确定性加入闭环系统.

根据式 (3)及图 2, 其中的椭圆区域对应到 Nyquist图中则是以实轴上 $-a$ 为圆心, r 为半径的圆盘, 满足:

$$G_m = 20\lg(a + r) \tag{11}$$

$$P_m = \arccos\left(\frac{a^2 - r^2 + 1}{2a}\right) \tag{12}$$

由参考文献 [4], 将准则作为虚拟的飞机对象乘型输入不确定性考虑, 得到所有包含评估准则的不确定对象的集合为

$$\boldsymbol{P}_1(s) = \boldsymbol{S}(\Delta_N)(a + \Delta_M) \tag{13}$$

式中, $\|\Delta_M\|_\infty \leqslant r$, 式 (13)亦即

$$\boldsymbol{P}_1(s) = a\boldsymbol{S}(\Delta_N)(1 + W_M\Delta_M) \tag{14}$$

式中, $W_M = r/a$, $\|\Delta_M\|_\infty \leqslant 1$. 同时将设计的 RIDE控制器线性化, 从而可以得到如图 3所示的包含准则的不确定性闭环系统.

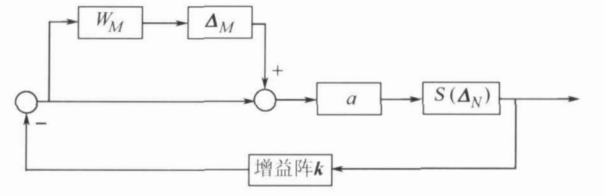

图 3　考虑线性稳定裕度准则的闭环系统

为进行 μ分析, 将图 3稍加变换, 即可方便地得到 μ分析的标准结构.

2.2　基于 μ方法的评估与确认

本文主要考虑飞机对象的亚音速包线, 限于篇幅, 选取其中若干具有代表性的状态进行研究, 如图 4所示, 其中 H 为飞行高度.

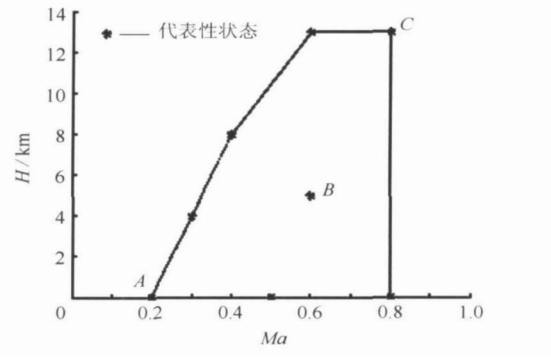

图 4　飞行包线和选取的研究状态

前文已经得到便于进行 μ分析的标准形式, 通过 MATLAB的 μ分析与综合工具箱[5]可以方便地计算广义对象 M 的结构奇异值, 判断系统的鲁棒稳定性, 即判断准则是否得以通过.

考虑采用图 2中区域 B 对应的准则, 其中, a= 1.14, r= 0.54按照上述步骤可得出各状态的 μ分析曲线. 限于篇幅, 以图 4中 A, B, C 3个状态为例, 结果分别见图 5~图 7.

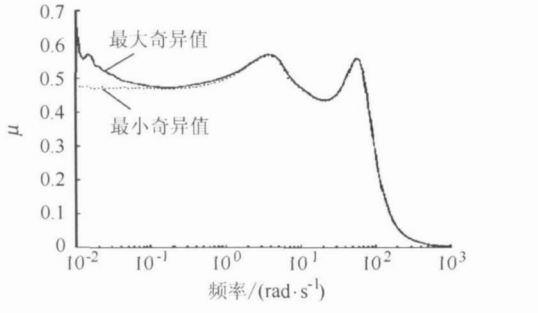

图 5 A状态处的 μ 分析曲线

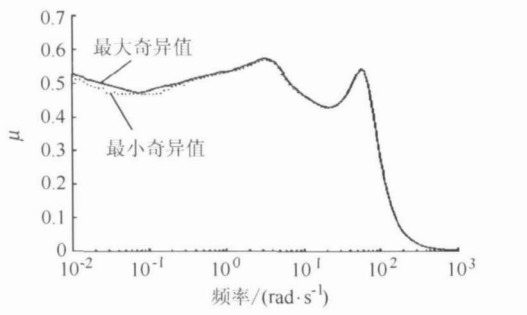

图 6 B状态处的 μ 分析曲线

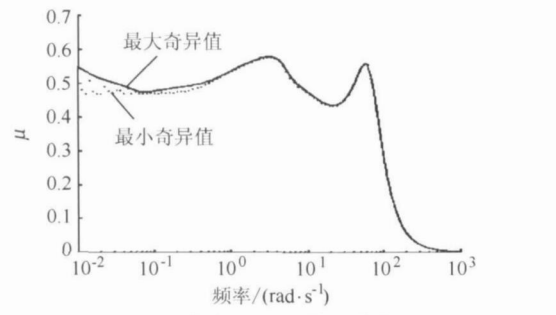

图 7 C状态处的 μ 分析曲线

从选取状态点的 μ分析曲线可以看出, 根据采用的线性稳定裕度准则, 所设计的控制律在参数摄动的情况下 (摄动范围见表 1), 选取典型状态的 μ值均小于 1, 所以上述状态均得以确认. 为验证结果的正确性, 针对 μ分析结果对应的最坏情况, 相应的 Nichols曲线如图 8~图 10所示, 可以看出, 最坏情况下的曲线均未穿越表示准则的椭圆区域, 与 μ分析得到的结果相一致.

反过来考虑更极端的情况, 以 H = 5 km, Ma = 0.6状态为例, 将不确定参数的变化范围进行扩大, 例如将 Δx_{cg}的变化范围变为 [-0.25, 0.25] m; $\Delta M_z^{\delta_z}$, $\Delta C_y^{\delta_z}$ 的变化范围变为 [-20, 20]%, 其它参数不变, 对应的 μ分析曲线和最坏情况的 Nichols曲线分别见图 11、图 12.

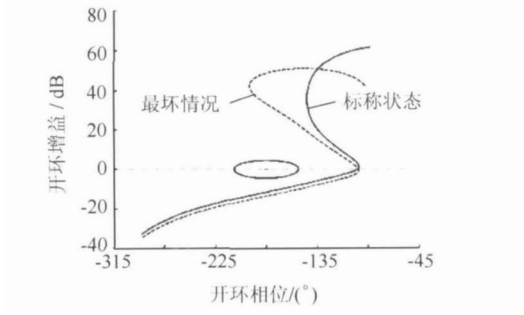

图 8 A状态处的 *Nichols* 曲线

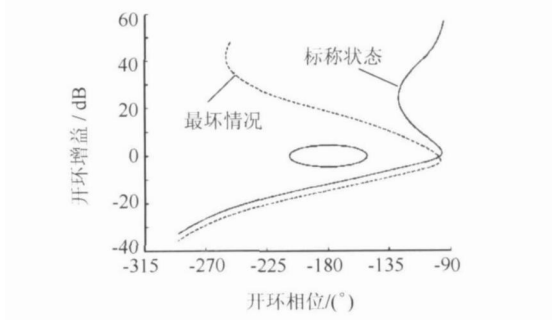

图 9 B状态处的 *Nichols* 曲线

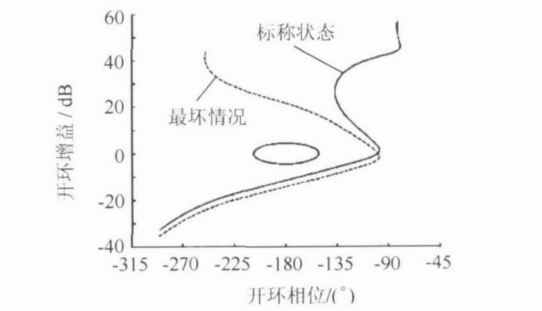

图 10 C状态处的 *Nichols* 曲线

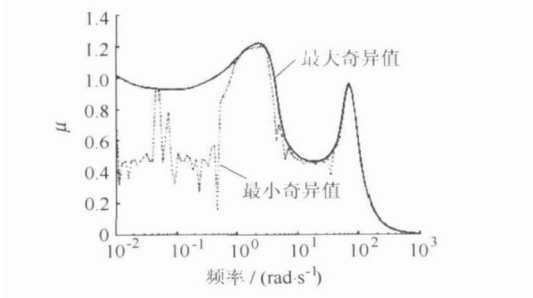

图 11 μ分析曲线 (H = 5 km, Ma= 0.6)

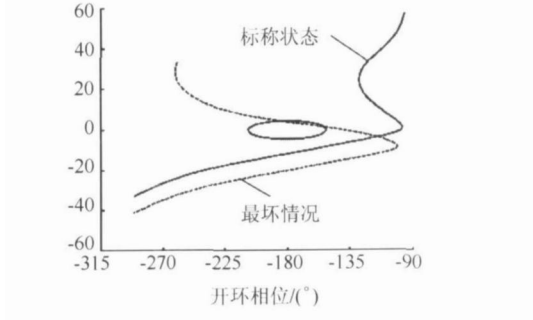

图 12 *Nichols* 曲线 (H = 5 km, Ma= 0.6)

(下转第 179页)

$$t = \frac{sA(t)}{Q(c(t))} \qquad (12)$$

由此可见采用起竖时间作为响应量的响应面模型更为合理, 计算量也更小, 而且表 2中的结果也表明优化效果更加良好.

5 结 束 语

本文针对起竖系统的设计进行了分析, 得出优化设计的目标. 采用均匀试验设计方案确定样本点, 而后基于仿真试验数据, 建立了某起竖系统的多项式响应面模型. 把线性加权求解多目标优化问题的方法与多项式响应面方法进行了比较, 通过构造的评价函数值进行对比, 说明了针对该起竖系统的优化设计, 响应面方法要优于传统的多目标优化方法.

参考文献 (**References**)

[1] 黄先祥, 高钦和, 郭晓松. 大型装置起竖过程的动力学建模研究[J]. 系统仿真学报, 2002, 14(3): 271-273
Huang Xianxiang, Gao Qinhe, Guo Xiaosong. Dynamic modeling of erected process for large mechanism[J]. Journal of System Simulation, 2002, 14(3): 271-273(in Chinese)

[2] Golovidov O, Kodiyalam S, Marineau P. Flexible implementation of approximation concepts in an MDO framework[R]. AIAA-98-4959, 1998

[3] Timothy W S, Timothy M M, John J K. Kriging model for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization[J]. AIAA Journal, 2001, 39(12): 2233-2241

[4] Kodiyalam S, Yang R J, Gu L. High-performance computing and surrogate modeling for rapid visualization with multidisciplinary optimization[J]. AIAA Journal, 2004, 42(11): 2347-2354

[5] 王小妮, 余雄庆. 大展弦比联结翼结构重量估算[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, 31(12): 1289-1292
Wang Xiaoni, Yu Xiongqing. Predictions of structural weight for high aspect ratio joined-wings[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005, 31(12): 1289-1292 (in Chinese)

[6] Kodiyalam S, Lin J, Wujek B. Design of experiments based response surface models for design optimization[R]. AIAA-98-2030, 1998

[7] 方开泰, 马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京: 北京科学出版社, 2001
Fang Kaitai, Ma Changxing. Orthogonal and uniform design of experiment[M]. Beijing: Science Press, 2001(in Chinese)

[8] 高钦和, 黄先祥. 多级缸起竖系统运动过程的建模与仿真[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(7): 1563-1565
Gao Qinhe, Huang Xianxiang. Dynamic modelling and simulation of erecting system with multi-stage cylinder[J]. Journal of System Simulation, 2005, 17(7): 1563-1565(in Chinese)

(责任编辑: 卢　硕)

(上接第 **144**页)

可以看出, 这种情况下 $\mu > 1$, 表示在不确定参数摄动下系统不满足准则要求; 相应的 Nichols 曲线也穿越了表征准则的椭圆区域, 两者的结果仍然是一致的. 如果确实存在这种摄动的可能, 则控制律设计需要进一步优化.

需要指出的是, 如果将表征飞行状态的变量, 如高度、马赫数等也看为一种参数不确定性, 建立飞机对象和控制器的线性分式变换表达, 利用 μ 分析方法对准则进行评估, 则可以预见, 得到的结果可以完全覆盖整个飞行包线, 这也是下一步应进行的工作.

3 结 束 语

控制律的评估与确认是一项重要的工作, 本文针对目前应用的网格法的不足, 给出了一种基于 μ 分析的方法. 该方法利用线性分式变换建立含不确定摄动的飞机对象模型, 采用线性稳定裕度准则对设计的飞行控制律进行了评估与确认. 根据该方法, 可以方便地将控制律评估与确认这一鲁棒性能分析问题转化为鲁棒稳定性分析问题. 分析和仿真结果表明, 基于 μ 分析的方法能克服传统网格法的缺点, 网格间的点可以得到评估与确认, 同时不存在网格法的“维数灾”问题, 是一种很有潜力的先进分析与评估方法.

参考文献 (**References**)

[1] Fielding C, Varga A, Bennani S, et al. Advanced techniques for clearance of flight control laws[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002

[2] Magni J F, Bennani S, Terlouw J. Robust flight control: a design challenge[M]. London: Springer-Verlag, 1997

[3] Bates D G, Kureemun R, Mannchen T. Improved clearance of a flight control law using μ-analysis techniques[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(6): 869-884

[4] Deodhare G, Patel V V. A “modern” look at gain and phase margins: an H_∞/μ approach[C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 1998: 325-335

[5] Balas G J, Doyle J C. μ-analysis and synthesis toolbox user's guide (version 3.06)[M]. Natick, MA: MUSYN Inc and the MathWorks Inc, 2001

(责任编辑: 张　嵘)