包辛格效应对板材拉弯回弹的影响

杜 颂

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院，北京 100083)

摘 要：为从理论上研究包辛格效应对板材拉弯回弹的影响，利用随动强化本构方程，采用数值方法，确定拉弯的应力分布，由此计算回弹，并与按等向强化本构方程计算的结果加以比较，根据应力分布的特点，分析包氏效应对拉弯回弹的作用. 研究结果表明，对于先拉后弯，包氏效应有利于降低回弹，但由于预拉伸量较小，或反向加载区域较小，其影响不大；对于先弯后拉，包氏效应不利于减小回弹，但由于应变中性层曲率半径与内弯矩的变化相互制约，其影响也不大.

关 键 词：包辛格效应；回弹；随动强化；板材弯曲

中图分类号：TG 386

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)02-0206-04

Influence of Bauschinger effect on springback in sheet metal stretch bending

Du Song

(School of Mechanical Engineering and Automation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: To theoretically investigate the influence of Bauschinger effect on springback in sheet metal stretch bending, the constitution relation of a kinematic hardening was used to determine the stress distributions of stretch bending by numerical calculation, so that the springback was calculated. They were compared with the results calculated according to the constitution relation of an isotropic hardening. The function of Bauschinger effect on springback during stretch bending was analyzed in accordance with the distinguishing feature of those distributions. The results of investigation show that in bending after stretch Bauschinger effect is beneficial to decreasing the springback and its influence is little, for small is either pre-stretching or the zone which loads in the opposite direction are acting on; and that in stretching after bend it is detrimental to reducing the springback, but its influence is not evident, for alteration to the inner bending moment and the curvature radius of strain neutral surface is restricted mutually.

Key words: Bauschinger effect; springback; kinematic hardening; sheet metal bending

拉弯常用于飞行器制造业. 采用拉弯成形曲率半径较大的板制弯曲件，可以降低回弹，显著提高成形精度. 文献[1]通过实验研究了钢板和铝板反复弯曲时包辛格(Bauschinger)效应对回弹的影响，认为其作用因材料而异. 同样，在拉弯过程中，部分变形区的材料总会受到正反向载荷的作用，如果后续应力状态超过初始屈服面，材料则发生软化，回弹相应改变. 利用能够反映包氏效应的本构关系，分析拉弯应力分布，并与按等向强化条件计算的结果加以比较，从理论上研究包氏效应对拉弯回弹有何作用，是十分重要的.

随动强化理论认为，在加载过程中，后续屈服面可由初始屈服面在应力空间刚性移动得出，位移的大小与方向由变形体元的累积塑性应变决定. 随动强化模型实际上考虑了包氏效应的存在，即认为材料在拉伸方向强化，而在压缩方向同等

收稿日期：2006-04-04

作者简介：杜 颂(1954—)，男，黑龙江哈尔滨人，副研究员，dycyh@buaa.edu.cn.

地软化[2-3].本文依据板材拉弯成形时其截面始终保持平面的基本假设,应用随动强化理论,计算宽板拉弯应力,进而研究包氏效应对应力分布和回弹的影响.

1　拉弯应力分布计算

宽板拉弯的成形状态如图 1 所示.为了采用数值方法计算应力分布,将变形区划分成若干单元,用下标 j 表示最终成形的单元层次,差分平衡方程可写为

$$\sigma_{r,j+1}=\sigma_{r,j}+\frac{1}{2}\left[\frac{(\sigma_\theta-\sigma_r)_{j+1}}{r_{j+1}}+\frac{(\sigma_\theta-\sigma_r)_j}{r_j}\right](r_{j+1}-r_j) \tag{1}$$

式中,σ_θ 为切向应力;σ_r 为径向应力;r 为任一弯曲层的曲率半径.

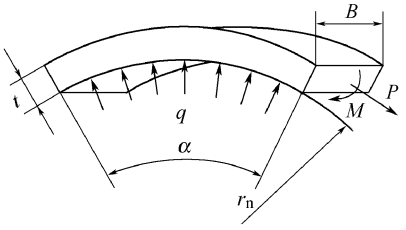


图 1　宽板拉弯成形

宽板拉弯时,宽向应力 σ_B 不独立变化,由平面应变条件可知 $\sigma_B=(\sigma_\theta+\sigma_r)/2$.由线性随动强化本构方程计算加载区的塑性应变增量为[3]

$$\begin{bmatrix}\mathrm{d}\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}}\\ \mathrm{d}\varepsilon_r^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}=\frac{\mathrm{d}\lambda}{2}\begin{bmatrix}\sigma_\theta-\sigma_r-2c\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}}\\ \sigma_r-\sigma_\theta-2c\varepsilon_r^{\mathrm{p}}\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathrm{d}\lambda=\frac{3}{4c\sigma_{\mathrm{s}}^2}\cdot\begin{bmatrix}\sigma_\theta-\sigma_r-2c\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}} & \sigma_r-\sigma_\theta-2c\varepsilon_r^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{d}\sigma_\theta\\ \mathrm{d}\sigma_r\end{bmatrix}$$

$$c=\frac{2}{3}E_{\mathrm{p}}$$

式中,$\mathrm{d}\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}}$,$\mathrm{d}\varepsilon_r^{\mathrm{p}}$ 为切向及径向塑性应变增量;$d\sigma_\theta$,$\mathrm{d}\sigma_r$ 为切向及径向应力增量;$\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}}$,$\varepsilon_r^{\mathrm{p}}$ 为切向及径向塑性应变;σ_{s} 为材料的屈服应力;E_{p} 为塑性模量,$E_{\mathrm{p}}=EE_{\mathrm{t}}/(E-E_{\mathrm{t}})$,其中,$E$ 为弹性模量;E_{t} 为线性强化系数.

在平面应变状态下,Mises 完全随动后续屈服面为 $\sigma_{\mathrm{s}}^2=\frac{3}{4}(\sigma_\theta-\sigma_r-2c\varepsilon_\theta^{\mathrm{p}})^2$,考虑到加载区的弹性变形,总的应变增量为

$$\begin{bmatrix}\mathrm{d}\varepsilon_\theta\\ \mathrm{d}\varepsilon_r\end{bmatrix}=\left(\frac{1-\mu^2}{E}\begin{bmatrix}1 & -\frac{\mu}{1-\mu}\\ -\frac{\mu}{1-\mu} & 1\end{bmatrix}+\frac{1}{2c}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\mathrm{d}\sigma_\theta\\ \mathrm{d}\sigma_r\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中 μ 为泊松比.

在塑性变形区,按加载路径由式(3)积分,代入初始应力及应变,得

$$\sigma_\theta=a\sigma_r+b \tag{4}$$

式中,a,b 是与加载路径、切向应变及材料参数相关的系数.在弹性变形区,弹性本构关系也可写成式(4)形式.在各加载路径下,计算系数 a,b 的公式见表 1、表 2.

表 1　正向加载的系数 a,b 计算公式

初始变形	当前变形	
	弹性	塑性
弹性	$a=\frac{\mu}{1-\mu}$ $b=\frac{E}{1-\mu^2}\varepsilon_\theta$	$a=\frac{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1+\mu)\mu}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$ $b=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}E_{\mathrm{p}}\varepsilon_\theta+\sigma_{\mathrm{s}}\right)}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$
塑性		$a=\frac{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1+\mu)\mu}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$ $b=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}E_{\mathrm{p}}\varepsilon_\theta+\sigma_{\mathrm{s}}\right)}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$

表 2　反向加载的系数 a,b 计算公式

初始变形	当前变形	
	弹性	塑性
弹性	$a=\frac{\mu}{1-\mu}$ $b=\frac{E}{1-\mu^2}\varepsilon_\theta$	$a=\frac{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1+\mu)\mu}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$ $b=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}E_{\mathrm{p}}\varepsilon_\theta\pm\sigma_{\mathrm{s}}\right)}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$
塑性	$a=\frac{\mu}{1-\mu}$ $b=\frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_\theta-\varepsilon_{\theta,0})+\sigma_{\theta,0}-\frac{\mu}{1-\mu}\sigma_{r,0}$	$a=\frac{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1+\mu)\mu}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$ $b=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}E_{\mathrm{p}}\varepsilon_\theta\pm\sigma_{\mathrm{s}}\right)}{1+\frac{4E_{\mathrm{p}}}{3E}(1-\mu^2)}$

注:1) $\sigma_{\theta,0}$,$\sigma_{r,0}$ 为初始切向及径向应力,$\varepsilon_{\theta,0}$ 为初始切向应变;2) 先拉后弯时 σ_{s} 前取"−",先弯后拉时 σ_{s} 前取"+".

先拉后弯时,在弯曲件内边缘作用一均布载荷 q(图 1),由平衡条件,得

$$q=-\frac{P}{r_{\mathrm{n}}B}$$

式中，P 为拉力；r_{n} 为弯曲件内边缘的曲率半径；B 为板材宽度.

当 $r_j=r_{\mathrm{n}}$ 时，$\sigma_{r,j}=q$，当前切向应变 $\varepsilon_{\theta,j}$ 及预拉伸应变 $\varepsilon_{\theta,0}$ 分别为

$$\varepsilon_{\theta,j}=\ln\frac{r_{\mathrm{n}}}{r_\varepsilon}$$

$$\varepsilon_{\theta,0}=\ln(1+\delta)$$

式中，δ 为延伸率；r_ε 为拉弯应变中性层的曲率半径.

由材料参数、板材尺寸及 δ 值算出预拉伸应力，根据初始及当前变形状态，由表1或表2算出 a_j 和 b_j 值，代入式(4)，得

$$\sigma_{\theta,j}=a_j\sigma_{r,j}+b_j$$

给定 r_{j+1}，计算当前切向应变为

$$\varepsilon_{\theta,j+1}=\ln\frac{r_{j+1}}{r_\varepsilon}$$

依据弹性本构关系，判定计算单元的初始及当前变形状态，由表1或表2求出 a_{j+1}，b_{j+1} 值，代入式(4)，得

$$\sigma_{\theta,j+1}=a_{j+1}\sigma_{r,j+1}+b_{j+1} \tag{5}$$

式(1)与式(5)联立求解，得

$$\sigma_{r,j+1}=\frac{\sigma_{r,j}+\frac{1}{2}\left[\frac{b_{j+1}}{r_{j+1}}+\frac{(\sigma_\theta-\sigma_r)_j}{r_j}\right]\left(r_{j+1}-r_j\right)}{1-\frac{1}{2}\left(a_{j+1}-1\right)\left(1-\frac{r_j}{r_{j+1}}\right)} \tag{6}$$

将 $\sigma_{r,j+1}$ 代入式(5)，算出 $\sigma_{\theta,j+1}$，然后用 r_{j+1} 处的计算结果作为下一个单元的边界条件，依次求解，当所有单元的体积之和等于板材原始体积时(忽略弹性变形区的体积变化)，检查拉力 P 与切向应力 σ_θ 是否满足式(7).

$$P\approx\frac{B}{2}\sum_{j=1}^{N}\left(\sigma_{\theta,j+1}+\sigma_{\theta,j}\right)\left(r_{j+1}-r_j\right) \tag{7}$$

式中 N 为计算层数.

如果式(7)不成立，则修正 r_ε，并由弯曲件的内边缘重新进行计算. 经过反复修正，达到规定的要求时，r_ε 即为实际应变中性层曲率半径. 如果 $r_\varepsilon<r_{\mathrm{n}}$，应变中性层位于板外. 非实体应变中性层没有实际物理意义，仅有几何意义，其长度仍是计算切向应变的基准.

在计算过程中，如果 $\sigma_{\theta,j+1}$ 由负变正，则调整 r_{j+1} 值，重新计算 $\sigma_{\theta,j+1}$，并检查 $|\sigma_{\theta,j+1}|$ 的大小，当 $|\sigma_{\theta,j+1}|$ 小于规定值时，r_{j+1} 即为应力中性层曲率半径.

先弯后拉时，内边缘的均布压力为

$$q=-\frac{P}{r_{\mathrm{n}}B\left(1+f\tan\frac{\alpha}{4}\right)}$$

式中，f 为摩檫系数；α 为弯曲角.

当 $r_j=r_{\mathrm{n}}$ 时，$\sigma_{r,j}=q$，当前切向应变 $\varepsilon_{\theta,j}$ 及预弯曲的切向应变 $\varepsilon_{\theta,0}$ 分别为

$$\varepsilon_{\theta,j}=\ln\frac{r_{\mathrm{n}}}{r_\varepsilon}\qquad\varepsilon_{\theta,0}=\ln\frac{r_{\mathrm{n}}}{R}$$

式中 R 为预弯曲的应变中性层曲率半径.

给定 r_{j+1}，当前切向应变为

$$\varepsilon_{\theta,j+1}=\ln\frac{r_{j+1}}{r_\varepsilon}$$

由体积不变条件可知，相对应的预弯曲切向应变为

$$\varepsilon_{\theta,0}=\ln\frac{\sqrt{\left(r_{j+1}^2-r_{\mathrm{n}}^2\right)R/r_\varepsilon+r_{\mathrm{n}}^2}}{R}$$

为计算先弯后拉的应力分布，首先算出预弯曲的应力，判定各单元的初始及当前变形状态，由表1或表2算出 a，b 值，再由式(6)求出 σ_r，最后由式(4)计算 σ_θ. 确定应变中性层曲率半径的方法同前，不再赘述.

2 回弹计算

为简化回弹计算，一般忽略绝对值较小的径向应力[4]，用相对应变将卸除的切向应力表示为

$$\Delta\sigma_\theta=\frac{E\eta}{1-\mu^2}\left(\frac{1}{r'_\varepsilon}-\frac{1}{r_\varepsilon}\right) \tag{8}$$

式中，r'_ε 为回弹后的应变中性层曲率半径；η 为任一弯曲层的坐标，η 轴的原点位于应变中性层.

设 $r_\varepsilon=R/(1+\lambda)$，其中，$\lambda$ 为正常数. 由式(8)按截面形心计算卸除的内弯矩 M，可求出回弹后的应变中性层曲率半径为

$$r'_\varepsilon=\frac{R}{1+\lambda-\frac{MR(1-\mu^2)}{EI}} \tag{9}$$

式中 I 为实际截面的惯性矩.

回弹后的内边缘曲率半径为

$$r'_{\mathrm{n}}=r_{\mathrm{n}}+r'_\varepsilon-\frac{R}{1+\lambda}$$

卸除拉力时，弯曲角的变化量为

$$\Delta\alpha_P=\frac{P\alpha(1-\mu^2)}{EF}$$

式中 F 为实际截面积.

除去拉力后，应变中性层的长度等于 $(\alpha-\Delta\alpha_P)R/(1+\lambda)$. 卸除弯矩时，弯曲角又减小了 $\Delta\alpha_M$，应变中性层的长度变为 $(\alpha-\Delta\alpha_P-\Delta\alpha_M)r'_\varepsilon$. 二者长度应保持不变，由此可得

$$\Delta\alpha_M=\left[1-\frac{P(1-\mu^2)}{EF}\right]\left[1-\frac{R}{r'_\varepsilon(1+\lambda)}\right]\alpha$$

回弹后的弯曲角 $\alpha'=\alpha-\Delta\alpha_P-\Delta\alpha_M$,即

$$\alpha'=\left[1-\frac{P(1-\mu^2)}{EF}\right]\left[1-\frac{MR(1-\mu^2)}{EI(1+\lambda)}\right]\alpha \tag{10}$$

3　包氏效应对拉弯回弹的影响

选取板材厚度 $t_0=3$ mm,宽度 $B=50$ mm,弯曲半径 $r_n=70$ mm,弯曲角 $\alpha=60°$,摩擦系数 $f=0$,设拉力参数为 P/P_s,其中,$P_s=B\,t_0\sigma_s$,材料参数见表 3. 分别按线性随动强化及等向强化条件计算拉弯应力,由其分布规律,分析包氏效应对回弹的影响.

表 3　材料参数

材料牌号	σ_s/MPa	E/MPa	E_t/MPa	μ
LY12M	104	71 000	615.6	0.32
08	196	210 000	103.7	0.25
1Cr18Ni9Ti	357	210 000	1 601.8	0.25

注:由单向拉伸实验数据拟合确定 E_t.

3.1　先拉后弯的应力分布特点

1) 变形区分为拉压两区.

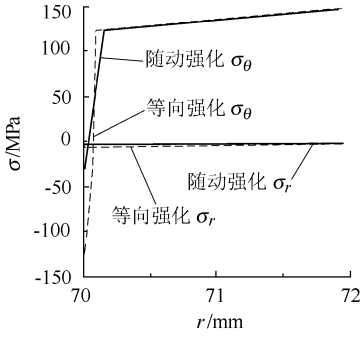
当拉力较小时,应力中性层将变形区划分为拉压两区. 在压区,即反向加载区,分别按随动及等向强化条件计算$|\sigma_\theta|$,两者比较,由前者确定的$|\sigma_\theta|$小,内弯矩和回弹也小,但由于此时预拉伸量较小,材料反向软化程度不高,按两者计算的回弹相差不大.

当拉力较大时,变形区仍分为拉压两区,但反向加载区变小. 在压区,虽然按随动强化条件计算的$|\sigma_\theta|$明显低于满足等向强化条件的计算结果,但此时压区面积很小,按两者计算的回弹比较接近(图 2a).

2) 变形区为单一拉区.

当拉力很大时,或 σ_s/E_t 较大,且拉力较小时,变形区为单一拉区,但可划分为正向加载区与反向卸载区,因此理论上包氏效应对回弹没有影响.

在拉伸状态下弯曲板材时,一种情况是,由于拉力很大,在径向应力 σ_r 的作用下,卸载区的材料难以沿切向产生后续塑性变形,σ_θ 仍为正值,只是稍微减小,而加载区的 σ_θ 相应增加,藉以保持板材的截面平衡(图 2b);另一种情况则是,在正向加载区,由于 σ_s/E_t 值较大,材料极易产生后续塑性变形,σ_θ 相应增大,而在反向卸载区,因径向变形阻力的作用,材料无法进一步塑性变形,σ_θ 只是略微降低.

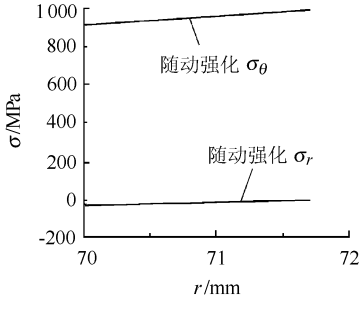


材料 LY12M,$P/P_s=1.155$

随动强化 $r'_n=72.12$ mm,$\alpha'=58.13°$

等向强化 $r'_n=72.73$ mm,$\alpha'=57.64°$

a　拉压两区



材料 1Cr18Ni9Ti,$P/P_s=2.059$

随动强化 $r'_n=70.64$ mm,$\alpha'=59.03°$

b　单一拉区

图 2　先拉后弯的应力分布曲线

3.2　先弯后拉的应力分布特点

1) 反向加载区为弹性状态.

当拉力较小时,预弯曲的压缩变形区先卸载,再反向加载. 因为此区域处于弹性状态,所以不会产生包氏效应. 在整个变形区,σ_θ 均为拉应力,尽管分布不均匀,但与纯弯曲相比,内弯矩相对减小,回弹降低(图 3a).

2) 反向加载区为塑性状态.

在绝大部分反向加载区,按 2 种强化条件计算的 σ_θ 相互比较,依随动强化条件计算的较小,而在正向加载区,则完全相反,如图 3b 所示. 显然,满足随动强化条件的切向应力所形成的内弯矩相对较大,但由于应变中性层曲率半径减小,即 λ 值增大,由式(9)、式(10)可知,λ 值与内弯矩同时增加,导致包氏效应对回弹的影响不大.

当反向加载区的后续变形从弹性状态过渡到塑性状态时,切向应力的分布具有上述 2 个特点.

(下转第 247 页)