三连杆平面欠驱动机械臂系统的最优运动规划

刘盛平 陆 震

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院，北京 100083)

吴立成

(清华大学 计算机科学与技术系智能技术与系统国家重点实验室，北京 100084)

摘 要：研究了在两固定端点之间运动的三连杆平面欠驱动机械臂的最优运动规划问题.该机械臂有两个受驱动的移动关节，而第三个关节是一个既无驱动器又无制动器的被动关节.施加在自由运动连杆上的动力学约束是一个二阶非完整约束.通过坐标和输入变换，系统的状态和输入变量被表示为子状态变量的高阶导数形式；通过这些新的子状态变量，将一个受约束的动力学优化问题变成一个无约束的优化问题.利用变分法原理，推导出满足优化问题的必要条件.给出了 PPR 型平面欠驱动机械臂最优运动规划的数值算例.

关 键 词：机器人；欠驱动；平面机械臂；非完整系统；运动规划

中图分类号：TP 242

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2007)01-0105-05

Optimal motion planning of a three-link planar under-actuated manipulator system

Liu Shengping Lu Zhen

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Wu Licheng

(State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: An optimal motion planning scheme for a three-link planar under-actuated manipulator moving between two stationary states was considered. The manipulator has two prismatic joints that are actuated, while the third joint of the manipulator is a revolute passive joint which has neither an actuator nor a holding brake. The dynamic constraint on the free link is shown to be second-order nonholonomic. The states and inputs of the system were expressed in terms of higher order derivatives of a subset of states by using coordinate and input transformations. The explicit expressions for the states and inputs were used to change a constrained dynamic optimization problem into an unconstrained one. The necessary conditions for optimality were derived by calculus of variations. The scheme was applied to a planar PPR under-actuated manipulator and numerical results were reported.

Key words: robot; under-actuated; planar manipulator; nonholonomic system; motion planning

近年来，与欠驱动有关的机械系统的控制研究越来越受到人们的重视.这类特殊系统的控制输入数目小于该系统本身自由度的数目.驱动器的减少使得欠驱动机械系统具有能耗降低，重量减轻以及成本低的特点，这对于新型机器人的研究具有重大的意义.另外，对欠驱动系统的研究也

收稿日期：2005-12-31

基金项目：国家自然科学基金资助项目(50375007，50405002)

作者简介：刘盛平(1978—)，男，四川荣县人，博士生，liushengping@asee.buaa.edu.cn.

必将极大地扩大非线性控制理论的研究领域.

到目前为止,还没有通用的理论来研究欠驱动机器人的运动规划和控制.现有的针对欠驱动机械臂的研究主要包括平衡流形控制、PTP(Point-To-Point)控制、轨迹跟踪控制等.De Luca[1-2]等研究了第一个关节受驱动,而第二个关节为被动的2R、PR机械臂的稳定性问题.Arai[3]利用构造轨迹方法证明了3R型平面欠驱动机器机械臂是完全可控的,并且通过非线性反馈控制来稳定被构造轨迹,试验结果也证明了该构造方法的有效性.Imura[4]等研究了PPR型平面欠驱动机械臂的PTP控制,利用输入坐标变换将系统的动力学方程变成一个链式系统形式,并且设计了一个控制器使系统稳定地从任何一个初始位置移动到任意给定位置.Mahindrakar[5]等利用新方法同样研究了PPR型平面欠驱动机械臂的PTP控制.在国内,欠驱动机器人的研究不是很多,何广平[6]等对欠驱动冗余度空间机器人的控制做了一些工作.

对任何一个机械臂系统,在两固定端点运动时,满足一定性能指标的运动规划具有实际意义.如时间最短、能量耗费最小的运动规划.最优运动规划一般是采用拉格朗日乘子将约束方程添加到指标函数里面,并利用变分法得出系统最优运动的必要条件,但是由于拉格朗日乘子的引入,使得解的计算量偏大,并且在缺少乘子边界条件的时候,要获得最优解尤其比较困难.

针对上述问题,本文通过坐标和输入变换,将系统的状态和输入变量表示为子状态变量的高阶导数形式.这样可以将一个受约束的动力学优化问题变成一个无约束的优化问题.这就消除了优化问题中对拉格朗日乘子的需要.

1 动力学模型

研究如图1所示的在水平面运动的PPR型平面欠驱动机械臂.该机械臂的第一个和第二个关节是受驱动的相互正交的移动关节,第三个关节是自由移动的转动关节.设 $\boldsymbol{q}=(x,y,\theta)^{\mathrm{T}}$ 表示系统的关节位置矢量,$\boldsymbol{u}=(f_1,f_2)^{\mathrm{T}}$ 表示2个移动关节的控制输入矢量,m_1,m_2,m_3 分别表示3个连杆的质量,I_3 为第三个连杆对其质心的转动惯量,d 为第三个连杆质心到关节3的距离.

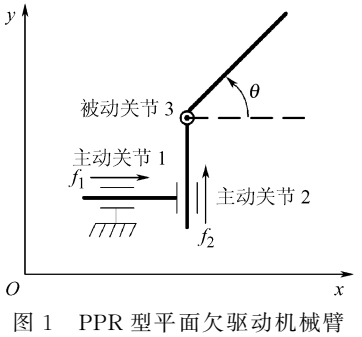

图1 PPR型平面欠驱动机械臂

根据拉格朗日方程,得PPR型平面欠驱动机械臂的动力学方程为

$$\left.\begin{aligned} &M_{123}\ddot{x}-m_3d\dot{\theta}^2\cos\theta-m_3d\ddot{\theta}\sin\theta=f_1\\ &M_{23}\ddot{y}-m_3d\dot{\theta}^2\sin\theta+m_3d\ddot{\theta}\cos\theta=f_2\\ &-m_3d\ddot{x}\sin\theta+m_3d\ddot{y}\cos\theta+I\ddot{\theta}=0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中,$M_{123}=m_1+m_2+m_3$,$M_{23}=m_2+m_3$,$I=I_3+m_3d^2$.

式(1)中消去 $\ddot{\theta}$,利用下面的控制输入变换

$$\left.\begin{aligned} f_1=&\left(M_{123}-\frac{m_3^2d^2}{I}\sin^2\theta\right)V_x+\\ &\frac{m_3^2d^2}{2I}V_y\sin 2\theta-m_3d\dot{\theta}^2\cos\theta\\ f_2=&\left(M_{23}-\frac{m_3^2d^2}{I}\cos^2\theta\right)V_y+\\ &\frac{m_3^2d^2}{2I}V_x\sin 2\theta-m_3d\dot{\theta}^2\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

以及

$$\left.\begin{aligned} V_x&=U_1\cos\theta+U_2\sin\theta\\ V_y&=U_1\sin\theta-U_2\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中,U_1,U_2 为新的输入.式(1)变为

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}&=U_1\cos\theta+U_2\sin\theta\\ \ddot{y}&=U_1\sin\theta-U_2\cos\theta\\ \ddot{\theta}&=\lambda U_2 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中 $\lambda=m_3d/I$.

通过下面的坐标变换

$$\left.\begin{aligned} x&=x_f-\frac{1}{\lambda}\cos\theta\\ y&=y_f-\frac{1}{\lambda}\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

并将式(5)两边求导两次代入式(4),得

$$\left.\begin{aligned} U_1&=\ddot{x}_f\cos\theta+\ddot{y}_f\sin\theta+\frac{1}{\lambda}\dot{\theta}^2\\ U_2&=\ddot{x}_f\sin\theta-\ddot{y}_f\cos\theta+\frac{1}{\lambda}\ddot{\theta} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

将 $\ddot{\theta}=\lambda U_2$ 代入式(6)第二项,得

$$\tan\theta=\frac{\ddot{y}_f}{\ddot{x}_f} \tag{7}$$

式(7)对时间求一次导数并利用三角恒等式 $\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$,得

$$\dot{\theta}=\frac{\dddot{y}_f\ddot{x}_f-\ddot{y}_f\dddot{x}_f}{\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2} \tag{8}$$

上式对时间再求一次导数得

$$\ddot{\theta}=\frac{1}{(\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2)^2}\left(\dddot{x}_f^3 y_f^{(4)}-\ddot{x}_f^2\dddot{y}_f x_f^{(4)}+y_f^{(4)}\ddot{x}_f\ddot{y}_f^2-\dddot{y}_f^3 x_f^{(4)}-2\ddot{x}_f^2\dddot{x}_f\dddot{y}_f-2\ddot{x}_f\ddot{y}_f(\dddot{y}_f)^2+2\ddot{x}_f\dddot{y}_f(\dddot{x}_f)^2+2\ddot{y}_f^2\dddot{x}_f\dddot{y}_f\right) \tag{9}$$

利用式(7),得

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{\ddot{x}_f}{\sqrt{\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2}}\\ \sin\theta&=\frac{\ddot{y}_f}{\sqrt{\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2}}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

将式(9)、式(10)代入式(5),得

$$\left.\begin{aligned}U_1&=\sqrt{\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2}+\frac{1}{\lambda}\left(\frac{\dddot{y}_f\ddot{x}_f-\ddot{y}_f\dddot{x}_f}{\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2}\right)^2\\ U_2&=\frac{1}{\lambda}\ddot{\theta}=\frac{1}{\lambda(\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2)^2}\left(\dddot{x}_f^3 y_f^{(4)}-\ddot{x}_f^2\dddot{y}_f x_f^{(4)}+y_f^{(4)}\ddot{x}_f\ddot{y}_f^2-\dddot{y}_f^3 x_f^{(4)}-2\ddot{x}_f^2\dddot{x}_f\dddot{y}_f-2\ddot{x}_f\dddot{y}_f(\dddot{y}_f)^2+2\ddot{x}_f\dddot{y}_f(\dddot{x}_f)^2+2\ddot{y}_f^2\dddot{x}_f\dddot{y}_f\right)\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

这样,关节位置矢量 $\boldsymbol{q}=[x\quad y\quad \theta]^{\mathrm{T}}$ 及新的输入 U_1 和 U_2 就表示成 x_f,y_f 及其导数的形式.

2　最优运动规划

最优运动规划的目的是求出使机械系统在状态 $\bar{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{s}}=(x_{\mathrm{s}},y_{\mathrm{s}},\theta_{\mathrm{s}},\dot{x}_{\mathrm{s}},\dot{y}_{\mathrm{s}},\dot{\theta}_{\mathrm{s}})^{\mathrm{T}}(t=t_{\mathrm{s}})$ 与状态 $\bar{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{g}}=(x_{\mathrm{g}},y_{\mathrm{g}},\theta_{\mathrm{g}},\dot{x}_{\mathrm{g}},\dot{y}_{\mathrm{g}},\dot{\theta}_{\mathrm{g}})^{\mathrm{T}}(t=t_{\mathrm{g}})$ 之间运动时,最小化下面指标函数的轨迹

$$J=\int_{t_{\mathrm{s}}}^{t_{\mathrm{g}}}(U_1^2+U_2^2)\mathrm{d}t \tag{12}$$

2.1　拉格朗日乘子法

用拉格朗日乘子法,构成如下 Hmilton 函数:

$$H=(U_1^2+U_2^2)+\boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{U},t) \tag{13}$$

其中,$\boldsymbol{\gamma}$ 为乘子变量;$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{U},t)$;$\boldsymbol{U}=(U_1,U_2)^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{x}=(x,\dot{x},y,\dot{y},\theta,\dot{\theta})^{\mathrm{T}}$ 为式(4)改写的系统状态方程.使得性能指标式(12)最小的条件为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}&=\frac{\partial H}{\partial\boldsymbol{\gamma}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{U},t)\\ \boldsymbol{\gamma}(t)&=-\frac{\partial H}{\partial\boldsymbol{x}}\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}(t_{\mathrm{s}})&=\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{x}(t_{\mathrm{g}})&=\boldsymbol{x}_{\mathrm{g}}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\frac{\partial H}{\partial\boldsymbol{U}}=0 \tag{16}$$

式(14)~式(16)分别为正则方程、边界条件及极值条件.

由于乘子变量 $\boldsymbol{\gamma}$,使得求最优解时,不仅计算量增大,而且其边界条件未知时,要求出最优解非常困难.下面采用第一节的方法求解.

2.2　问题的最优化条件

由于输入量 U_1,U_2 是 x_f,y_f 的导数的函数,所以指标函数 J 可以写成

$$J=\int_{t_{\mathrm{s}}}^{t_{\mathrm{g}}}F(\ddot{\boldsymbol{q}}_f,\dddot{\boldsymbol{q}}_f,\boldsymbol{q}_f^{(4)})\mathrm{d}t \tag{17}$$

其中,$\boldsymbol{q}_f=(x_f,y_f)^{\mathrm{T}}$,$\ddot{\boldsymbol{q}}_f,\dddot{\boldsymbol{q}}_f,\boldsymbol{q}_f^{(4)}$ 是 $\boldsymbol{q}_f$ 关于时间的 2 阶、3 阶、4 阶导数,由此把一个受约束的动力学问题变成无约束的动力学问题.

根据变分法原理,对式(17)两端变分,得

$$\begin{aligned}\delta J=&\int_{t_{\mathrm{s}}}^{t_{\mathrm{g}}}\delta\boldsymbol{q}_f^{\mathrm{T}}\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial F}{\partial\ddot{\boldsymbol{q}}_f}-\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}t^3}\frac{\partial F}{\partial\dddot{\boldsymbol{q}}_f}+\frac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}t^4}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}}\right)\mathrm{d}t+\\ &\left(\delta\boldsymbol{q}_f^{\mathrm{T}}\quad\delta\dot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}\quad\delta\ddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}\quad\delta\dddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}\right)\cdot\\ &\left[\begin{array}{c}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\ddot{\boldsymbol{q}}_f}+\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial F}{\partial\dddot{\boldsymbol{q}}_f}-\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}t^3}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}}\\ \frac{\partial F}{\partial\ddot{\boldsymbol{q}}_f}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\dddot{\boldsymbol{q}}_f}+\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}}\\ \frac{\partial F}{\partial\dddot{\boldsymbol{q}}_f}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}}\\ \frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}}\end{array}\right]_{t_{\mathrm{s}}}^{t_{\mathrm{g}}}\end{aligned} \tag{18}$$

其中 $\delta\boldsymbol{q}_f=\begin{pmatrix}\delta x_f & \delta y_f\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

根据变分原理,使指标函数为最小值的必要条件是 $\delta J=0$,从式(18)的积分部分可得

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\frac{\partial F}{\partial\ddot{\boldsymbol{q}}_f}-\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}t^3}\frac{\partial F}{\partial\dddot{\boldsymbol{q}}_f}+\frac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}t^4}\frac{\partial F}{\partial\boldsymbol{q}_f^{(4)}})=0 \tag{19}$$

上式是关于 x_f,y_f 的微分方程组,且在这个方程组中 x_f,y_f 的导数的最高阶是 8.除了必要条件式(19)外,变分表达式(18)还包含 4 个边界项且边界项的系数为 $\delta\boldsymbol{q}_f^{\mathrm{T}},\delta\dot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}},\delta\ddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}},\delta\dddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}$,由于 x_f,y_f 及 $\dot{x}_f,\dot{y}_f$ 在边界点($t=t_{\mathrm{s}},t=t_{\mathrm{g}}$)是给定的,所以 $\delta\boldsymbol{q}_f^{\mathrm{T}}=\delta\dot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}=0$,剩下的边界项系数 $\delta\ddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}},\delta\dddot{\boldsymbol{q}}_f^{\mathrm{T}}$ 则必须满足式(8),(9)在边界点($t=t_{\mathrm{s}},t=t_{\mathrm{g}}$)的变分形式.通过对式(8),(9)在($t=t_{\mathrm{s}},t=t_{\mathrm{g}}$)的变分,$\delta\ddot{y}_f,\delta\dddot{y}_f$ 可以由 $\delta\ddot{x}_f,\delta\dddot{x}_f$ 表示.这样 4 个边界条件转变为 2 个边界条件.

综上所述,最小化式(17)的解必须满足必要性条件式(19),8 个边界条件

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{q}_f(t_{\mathrm{s}})&=\boldsymbol{q}_{f_{t\mathrm{s}}}\\ \boldsymbol{q}_f(t_{\mathrm{g}})&=\boldsymbol{q}_{f_{t\mathrm{g}}}\\ \dot{\boldsymbol{q}}_f(t_{\mathrm{s}})&=\dot{\boldsymbol{q}}_{f_{t\mathrm{s}}}\dot{\boldsymbol{q}}_f(t_{\mathrm{g}})=\dot{\boldsymbol{q}}_{f_{t\mathrm{g}}}\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

4 个约束方程

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{x}_f\tan\theta-\ddot{y}_f=0\\ &t=t_{\mathrm{s}},t_{\mathrm{g}}\\ &\dot{\theta}(\ddot{x}_f^2+\ddot{y}_f^2)+\ddot{y}_f\dddot{x}_f-\dddot{y}_f\ddot{x}_f=0\\ &t=t_{\mathrm{s}},t_{\mathrm{g}}\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

以及式(18)的2个边界项.

3 数值解法

从2节可知,问题的最优解必须满足16个条件,解的形式可以由下面的多项式形式表示

$$\boldsymbol{q}_f(t)=\boldsymbol{\psi}_1+\boldsymbol{\psi}_2 \tag{22}$$

其中 $\boldsymbol{\psi}_1$ 是满足所有边界条件的解 $\boldsymbol{q}_f(t)$,且假设为下面的一个3阶的多项式形式

$$\boldsymbol{\psi}_1=\boldsymbol{k}_0+\boldsymbol{k}_1 t+\boldsymbol{k}_2 t(t_g-t)+\boldsymbol{k}_3 t^2(t_g-t) \tag{23}$$

其中 $\boldsymbol{k}_i=(a_i,b_i)^{\mathrm{T}}$ 为待定系数.

一般来说,$\boldsymbol{\psi}_1$ 是问题最优解的一个近似,所以需要在近似解中添加一个附加特解 $\boldsymbol{\psi}_2$ 来提高最优解的精确性,$\boldsymbol{\psi}_2$ 被表示为下面的多项式形式

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}_2=&\boldsymbol{k}_4 t^2(t_g-t)^2+\boldsymbol{k}_5 t^3(t_g-t)^2+\\&\boldsymbol{k}_6 t^3(t_g-t)^3+\boldsymbol{k}_7 t^4(t_g-t)^3\end{aligned} \tag{24}$$

利用给定的8个边界条件,近似解的系数通过下面的形式计算

$$\left.\begin{aligned}a_0&=x_f(0)\\a_1&=\frac{x_f(t_g)-a_0}{t_g}\\a_2&=\frac{\dot{x}_f(0)-a_1}{t_g}\\a_3&=\frac{a_1-a_2 t_g-\dot{x}_f(t_g)}{t_g^2}\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

同理,b_0,b_1,b_2,b_3 也可以类似表示.

这样解式(22)的所有未知系数是 a_4,a_5,a_6,a_7,因为通过4个约束方程,系数 b_4,b_5,b_6,b_7 可以由 a_4,a_5,a_6,a_7 表示.通过计算必要性条件式(19)及式(18)中的2个边界项,利用matlab软件中解非线性方程的"fsolve"函数,就可以计算出4个系数 a_4,a_5,a_6,a_7,进而求出 b_4,b_5,b_6,b_7.

4 仿真结果

仿真模型如图1所示,设PPR型平面欠驱动机械臂的3根连杆都是均质杆且质量分别为 $m_1=2\,\mathrm{kg}$,$m_2=2\,\mathrm{kg}$,$m_3=1\,\mathrm{kg}$,关节3到第三个连杆质心的距离 $d=0.75\,\mathrm{m}$,连杆3对其质心的转动惯量 $I_3=3/16\,\mathrm{kg\cdot m^2}$,运动规划时间为 $t_g=5\,\mathrm{s}$.系统运动初始及末端状态分别为 $\bar{\boldsymbol{q}}_g=(\sqrt{2},-3\sqrt{2}/2,\pi/4,-\sqrt{2}/2,-\sqrt{2}/2,-1)^{\mathrm{T}}$,$\bar{\boldsymbol{q}}_s=(0,0,-\pi/4,0,0,0)^{\mathrm{T}}$,通过计算式(25)及用matlab求出数值解的各项系数,求出最优数值解.图2及图3是系统最小化指标函数的关节的位置曲线及速度曲线.

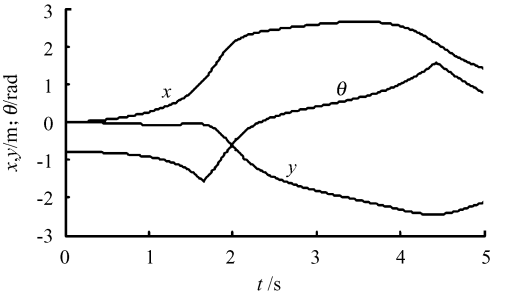

图2 最优运动规划的关节位移

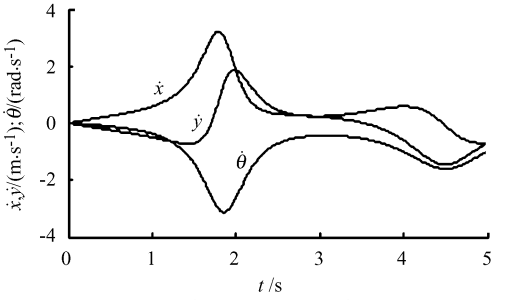

图3 最优运动规划的关节速度

5 结束语

本文研究了三连杆平面欠驱动机械臂系统在两固定点之间满足一定指标的运动规划.通过坐标和输入变换,系统的状态和输入被表示为子状态的高阶导数形式.将这种新的表示代入指标函数中,可将一个受约束的动力学优化问题变成一个无约束的优化问题,这种办法完全消除对拉格朗日乘子的需要,避免因为拉格朗日乘子在边界条件未知时,给求最优解带来的困难.最后将该方法应用于PPR型平面欠驱动机器人的最优运动规划中,并给出了计算机仿真结果,只是给定解是满足所有条件的7阶多项式.对于更加精确的解,需要更高阶的多项式来表示.但由于给定条件的限制,已不可能.此外,由于3R型的平面欠驱动机器人的动力学方程也可以通过变换写成与本文动力学方程类似的形式,故本文最优运动规划法也适用于3R型平面欠驱动机器人的运动规划.

参考文献(References)

[1] Luca A D, Mattone R, Oriolo G. Stabilization of an underactuated planar 2R manipulator[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2000, 24: 181-198

[2] Luca A D, Iannitti S, Oriolo G. Stabilization of a PR planar underactuated robot[C] //Proceeding of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation. Seoul: IEEE Press, 2001: 2090-2095

[3] Arai H, Tanie K, Shiroma N. Nonholonomic control of a

three－dof plarnar underactuated manipulator[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1998, 14(5): 681－695

[4] Imura J, Kobayashi K, Yoshikawa T. Nonholonomic control of 3 link planar manipulator with a free Joint[C] //Pro 35th IEEE Int Conf Decision Control. Kobe: IEEE Press, 1996:1435－1436

[5] Mahindrakar A D, Banavar R N, Reyhanoglu M. Discontinuous feedback control of a 3 link planar PPR underactuated manipulator[C]// Proceeding of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando: IEEE Press, 2001: 2424－2429

[6] 何广平,陆震,王凤翔. 欠驱动冗余度空间机器人优化控制[J]. 控制理论与应用,2004,21(2):305－310
He Guangping, Lu Zhen, Wang Fengxiang. Optimal control of under-actuated redundant space-robot system[J]. Control Theory & Application, 2004,21(2):305－310 (in Chinese)

(责任编辑:娄　嘉)

(上接第 93 页)

3　结 束 语

本文提出了一种采用空间矢量和单周控制相结合的三相 APF,较文献[4]仅需增加一些简单的硬件即可实现. 采用该控制方法的三相 APF 具有控制结构简单、成本低、性能高、损耗小和可靠性高等优点,是改善电能质量和节省能源的理想方案. 这种有源电力滤波器可以应用在民宅、工厂、轮船、飞机等多种场合用来改善供电质量.

参考文献 (References)

[1] Qiao Chongming, Smedley K M. Three-phase bipolar mode active power filter[J]. IEEE Trans on Industry Applications, 2002,38(1):149－158

[2] Wang Yong, Shen Songhua. Research on one-cycle control for switching converters[C]//Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation(WCICA). Piscataway:IEEE,2004,1:74－77

[3] Qiao Chongming, Smedley K M. Three-phase active power filter with unified constant-frequency integration control [C]//Zhao Zhengming, Jiang Xiaohua, Huang Lipei. IPEMC 2000, Proceedings of the Third International Power Electronics and Motion Control Conference. Beijing: International Academic Publishers: World Publishing Corporaltion, 2000: 15－18

[4] Qiao Chongming, Smedley K M, Maddaleno F. A single-phase active power filter with one-cycle control under unipolar operation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Ⅰ: Regular Papers, 2004, 51(8):1623－1630

[5] Liu Zhiqiang, Lü Hongli, Wang Yong. Based on space-vector pulse-width modulated reversible rectifier[C]//Wang Fengxiang, Tang Renyuan. ICEMS 2001, Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems. Beijing: International Academic Publishers: World Publishing Corporaltion, 2001:518－521

(责任编辑:文丽芳)