导弹命中精度整体推断方法

傅惠民

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 提出一种导弹命中精度小子样评定方法,该方法通过导弹仿真结果与靶场试验数据有机结合,能够将多种不同发射条件下的脱靶量试验数据作为一个整体进行统计推断,给出脱靶量均值、方差和落入概率的整体估计和置信区间估计. 与传统方法相比,导弹命中精度整体推断方法具有信息量大,精度高的特点,解决了一种发射条件下只有一个脱靶量试验数据时导弹射击准确度、射击密集度和落入概率评定的难题,可以给出检验点以及整个杀伤区域内的命中概率,为导弹鉴定及其作战效能评估提供科学依据.

关 键 词: 命中精度; 脱靶量; 密集度; 落入概率; 整体估计; 小子样; 仿真

中图分类号: V 448.15

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)10-1141-05

Integral inference method for missile hit accuracy

Fu Huimin

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: An integral inference method for missile hit accuracy is presented. Combining the simulation results of missile hit accuracy and the miss distance experiment data, the method can totally infer the miss distance experiment data of missile in various launching conditions. Furthermore, it can establish the mean, the variance and the hit probability estimators, and give their confidence limits and intervals in each launching condition. Compared with traditional methods, this method not only has higher precision, but also solves the problem of missile fire accuracy, dispersion and hit probability assessment with only one miss distance experiment datum in a launching condition.

Key words: hit accuracy; miss distance; dispersion; hit probability; integral estimate; small sample; simulation

命中精度是导弹的重要战术性能指标,包括射击准确度和射击密集度,它们分别取决于导弹制导的系统误差和随机误差. 由于导弹本身的昂贵和靶场试验费用巨大,如何对导弹命中精度进行高精度小子样评定,是当前亟待解决的一个难题. 文献[1]建立了贵重产品极小子样可靠性评定方法,文献[2-3]提出多元正态分布整体推断方法,可以对多变量多指标的产品进行极小子样可靠性评定. 在此基础上,本文进一步建立一种导弹命中精度整体推断方法,该方法能够将同一型号导弹在不同发射条件下的试验数据作为一个整体进行统计分析,实现多母体联合推断,在增大信息量、提高评定精度方面具有非常显著的效果. 例如,某型号导弹在 9 种不同发射条件下进行实弹射击试验,每种发射条件下只发射 1 枚导弹,共 9 枚导弹,得到 9 个脱靶量数据. 由于不同发射条件下的脱靶量数据来自不同母体,所以按传统方法需将它们分开进行统计分析,也就是说,每次统计分析时都只有 1 个脱靶量数据,信息量很少. 整体推断方法则可将不同发射条件下的 9 个脱靶量数据作为一个整体进行统计分析,所获信息量相当于传统方法的 9 倍. 而传统方法要达到同样的信息量和评定精度,每种发射条件下将需要 9 个脱靶量数据,9 种发射条件共需 81 个脱靶量数据.

收稿日期: 2006-05-22

作者简介: 傅惠民(1956-),男,浙江遂昌人, fuhuimin@263.net.

1 制导系统误差为零的情况

1.1 脱靶量试验数据整体变换

定理1 设(Y_{ij},Z_{ij})为第i种发射条件下得到的第j发导弹的脱靶量试验数据,$i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n_i$,其中当$i=1,2,\cdots,q$时,$n_i=1$;当$i=q+1,q+2,\cdots,m$时,$n_i\geqslant 2$. 并且$Y_{ij}$和$Z_{ij}$之间相互独立,有

$$Y_{ij}\sim N(0,\sigma_{yi}^2)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{1}$$

$$Z_{ij}\sim N(0,\sigma_{zi}^2)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{2}$$

令

$$Y_{ij}^*=Y_{ij}/l_{yi}\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{3}$$

$$Z_{ij}^*=Z_{ij}/l_{zi}\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{4}$$

其中

$$l_{yi}=\sigma_{yi}/\sigma_{yk}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{5}$$

$$l_{zi}=\sigma_{zi}/\sigma_{zk}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{6}$$

则Y_{ij}^*和$Z_{ij}^*(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n_i)$分别为来自正态母体$N(0,\sigma_{yk}^2)$和$N(0,\sigma_{zk}^2)$的一个子样,即

$$Y_{ij}^*\sim N(0,\sigma_{yk}^2)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{7}$$

$$Z_{ij}^*\sim N(0,\sigma_{zk}^2)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{8}$$

亦即通过式(3)和式(4),可将各种不同发射条件下的脱靶量试验数据变换到第k种发射条件下,形成第k种发射条件下的一个子样. 工程实际中l_{yi}和$l_{zi}(i=1,2,\cdots,m)$可由仿真得到,即令

$$l_{yi}=\sigma'_{yi}/\sigma'_{yk}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{9}$$

$$l_{zi}=\sigma'_{zi}/\sigma'_{zk}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{10}$$

式中,σ'_{yi}和σ'_{zi}分别为σ_{yi}和σ_{zi}的仿真结果,式(9)和式(10)的正确性可由文献[3]中方法检验。

定理2 设$R_{ij}=\sqrt{Y_{ij}^2+Z_{ij}^2}$为第$i$种发射条件下得到的第$j$发导弹的脱靶量试验数据,其中$Y_{ij}$和$Z_{ij}$相互独立且遵循零均值正态分布,其方差$\sigma_{yi}^2=\sigma_{zi}^2=\sigma_i^2$,$i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n_i$,当$i=1,2,\cdots,q$时,$n_i=1$;当$i=q+1,q+2,\cdots,m$时,$n_i\geqslant 2$. 此时,$R_{ij}$和$R_{ij}^2$分别遵循瑞利分布$R(\sigma_i)$和指数分布$EP(1/(2\sigma_i^2))$,即

$$R_{ij}\sim R(\sigma_i)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{11}$$

$$R_{ij}^2\sim EP(1/(2\sigma_i^2))\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{12}$$

令

$$R_{ij}^*=R_{ij}/l_i\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{13}$$

式中

$$l_i=\sigma_i/\sigma_k\quad i=1,2,\cdots,m \tag{14}$$

则R_{ij}^*和$R_{ij}^{*2}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n_i)$分别为来自瑞利分布$R(\sigma_k)$和指数分布$EP(1/(2\sigma_k^2))$的一个子样,即

$$R_{ij}^*\sim R(\sigma_k)\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{15}$$

$$R_{ij}^{*2}\sim EP(1/(2\sigma_k^2))\quad i=1,2,\cdots,m\quad j=1,2,\cdots,n_i \tag{16}$$

亦即通过式(13),可将各种不同发射条件下的脱靶量试验数据变换到第k种发射条件下,形成第k种发射条件下的一个子样. 工程实际中$l_i(i=1,2,\cdots,m)$可由仿真得到,即令

$$l_i=\sigma'_i/\sigma'_k\quad i=1,2,\cdots,m \tag{17}$$

式中,σ'_i为σ_i的仿真结果. 可以证明,当l_i的仿真结果正确时,有

$$\chi_R^2=\frac{2}{C}\left(n\ln U_R^2-\sum_{i=1}^m n_i\ln U_{Ri}^2\right)\sim\chi^2(m-1) \tag{18}$$

式中

$$U_{Ri}^2=\frac{1}{2n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{R_{ij}}{\sigma'_i}\right)^2$$

$$U_R^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^m n_i U_{Ri}^2$$

$$n=\sum_{i=1}^m n_i$$

并且

$$C=1+\frac{1}{6(m-1)}\left(\sum_{i=1}^m\frac{1}{n_i}-\frac{1}{n}\right) \tag{19}$$

因此在显著性水平α下,l_i仿真结果的拒绝域为

$$\chi_R^2\geqslant\chi_\alpha^2(m-1) \tag{20}$$

进一步还可以证明,当仿真结果σ'_i正确时,有

$$2nU_R^2\sim\chi^2(2n) \tag{21}$$

故在显著性水平α下,仿真结果σ'_i的拒绝域为

$$U_R^2\geqslant\frac{\chi_{\alpha/2}^2(2n)}{2n}\quad 或\quad U_R^2\leqslant\frac{\chi_{1-\alpha/2}^2(2n)}{2n} \tag{22}$$

1.2 方差整体估计

1.2.1 一般情况

可以证明,第k种发射条件下方差σ_{yk}^2和σ_{zk}^2的无偏估计量分别为

$$S_{yk}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{yi}^2}Y_{ij}^2 \tag{23}$$

$$S_{zk}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{zi}^2}Z_{ij}^2 \tag{24}$$

且

$$\upsilon S_{yk}^2/\sigma_{yk}^2\sim\chi^2(\upsilon) \tag{25}$$

$$\upsilon S_{zk}^2/\sigma_{zk}^2\sim\chi^2(\upsilon) \tag{26}$$

式中 $\upsilon=n$. 由此可知,方差 σ_{yk}^2 和 σ_{zk}^2 的置信水平为 $\gamma=1-\alpha$ 的置信区间分别为

$$\frac{\upsilon S_{yk}^2}{\chi_{\alpha/2}^2(\upsilon)}\leqslant\sigma_{yk}^2\leqslant\frac{\upsilon S_{yk}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(\upsilon)} \tag{27}$$

$$\frac{\upsilon S_{zk}^2}{\chi_{\alpha/2}^2(\upsilon)}\leqslant\sigma_{zk}^2\leqslant\frac{\upsilon S_{zk}^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(\upsilon)} \tag{28}$$

1.2.2　两方差相等的情况

若已知 y 方向和 z 方向的方差相等,即 $\sigma_{yk}^2=\sigma_{zk}^2=\sigma_k^2$,则方差 σ_k^2 的无偏估计量为

$$S_k^2=\frac{1}{2}(S_{yk}^2+S_{zk}^2) \tag{29}$$

或

$$S_k^2=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{R_{ij}^2}{l_i^2} \tag{30}$$

且

$$2\upsilon S_k^2/\sigma_k^2\sim\chi^2(2\upsilon) \tag{31}$$

由此可知,方差 σ_k^2 的置信水平 $\gamma=1-\alpha$ 的单侧置信上、下限分别为

$$S_{Uk}^2=2\upsilon S_k^2/\chi_{1-\alpha}^2(2\upsilon) \tag{32}$$

$$S_{Lk}^2=2\upsilon S_k^2/\chi_{\alpha}^2(2\upsilon) \tag{33}$$

1.2.3　两方向方差成比例的情况

当 $\sigma_{zk}^2=\sigma_{yk}^2/l_{yzk}^2=\sigma_k^2$ 时,则方差 σ_k^2 的无偏估计量为

$$S_k^2=\frac{1}{2}(S_{yk}^2/l_{yzk}^2+S_{zk}^2) \tag{34}$$

式(31)~式(33)仍然成立. 其中 l_{yzk} 可由仿真得到,即令 $l_{yzk}=\sigma'_{yk}/\sigma'_{zk}$.

1.3　系统误差远小于随机误差时方差整体估计

对于系统误差 μ_{yi} 或 μ_{zi} 不为零,但远小于随机误差的情况,也可将 (Y_{ij},Z_{ij}) 近似作为零均值正态变量处理. 此时,第 k 个状态下方差 σ_{yk}^2 或 σ_{zk}^2 的估计量分别由式(35)或式(36)计算得到:

$$S_{yk}^2=\frac{1}{n-m+q-1}\left[\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{1}{l_{yi}}Y_{i1}-\bar{Y}\right)^2+\sum_{i=q+1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{yi}^2}(Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2\right] \tag{35}$$

$$S_{zk}^2=\frac{1}{n-m+q-1}\left[\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{1}{l_{zi}}Z_{i1}-\bar{Z}\right)^2+\sum_{i=q+1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{zi}^2}\left(Z_{ij}-\bar{Z}_i\right)^2\right] \tag{36}$$

式中　$\bar{Y}=\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\frac{Y_{i1}}{l_{yi}}$　　$\bar{Y}_i=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}Y_{ij}$

$$\bar{Z}=\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\frac{Z_{i1}}{l_{zi}}\qquad\bar{Z}_i=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}Z_{ij}$$

此时,式(25)和式(26)近似成立,其中 $\upsilon=n-m+q-1$. 方差的置信区间和置信限仍由式(27)、式(28)和式(32)、式(33)给出,但其中 χ^2 分布自由度需作相应调整. σ_k^2 的估计量也可由下式计算:

$$S_k^2=\frac{2}{(4-\pi)(n-m+q-1)}\times\left[\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{1}{l_i}R_{i1}-\bar{R}\right)^2+\sum_{i=q+1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_i^2}(R_{ij}-\bar{R}_i)^2\right] \tag{37}$$

式中　$\bar{R}=\frac{1}{q}\sum_{i=1}^{q}\frac{R_{i1}}{l_i}$　　$\bar{R}_i=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}R_{ij}$

1.4　落入概率整体估计

1.4.1　一般情况

第 k 种发射条件下导弹落在某一杀伤区域 Ω 内的概率 P_k 的估计量由式(38)给出:

$$\hat{P}_k=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi S_{yk}S_{zk}}\exp\left\{-\left(\frac{y^2}{2S_{yk}^2}+\frac{z^2}{2S_{zk}^2}\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{38}$$

可以证明,当 $\sigma_{yk}^2=\sigma_{zk}^2=\sigma_k^2$,且 Ω 为包含零点(0,0)的凸区域时,落入概率 P_k 的估计量为

$$\hat{P}_k=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi S_k^2}\exp\left(-\frac{y^2+z^2}{2S_k^2}\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{39}$$

其置信水平 $\gamma=1-\alpha$ 的单侧置信上、下限分别为

$$P_{Uk}=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi S_{Lk}^2}\exp\left(-\frac{y^2+z^2}{2S_{Lk}^2}\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{40}$$

$$P_{Lk}=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi S_{Uk}^2}\exp\left(-\frac{y^2+z^2}{2S_{Uk}^2}\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{41}$$

当 $\sigma_{zk}^2=\sigma_{yk}^2/l_{yzk}^2=\sigma_k^2$,且 Ω 为包含零点(0,0)的凸区域时,落入概率 P_k 的估计量为

$$\hat{P}_k=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi l_{yzk}S_k^2}\exp\left\{-\frac{1}{2S_k^2}\left(\frac{y^2}{l_{yzk}^2}+z^2\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{42}$$

其置信水平 $\gamma=1-\alpha$ 的单侧置信上、下限分别为

$$P_{Uk}=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi l_{yzk}S_{Lk}^2}\exp\left\{-\frac{1}{2S_{Lk}^2}\left(\frac{y^2}{l_{yzk}^2}+z^2\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{43}$$

$$P_{Lk}=\iint_{\Omega}\frac{1}{2\pi l_{yzk}S_{Uk}^2}\exp\left\{-\frac{1}{2S_{Uk}^2}\left(\frac{y^2}{l_{yzk}^2}+z^2\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{44}$$

1.4.2　落入区域为长方形的情况

当 $\sigma_{yk}^2=\sigma_{zk}^2=\sigma_k^2$,并且落入区域为包含零点(0,0)的长方形 $\Omega=[a\leqslant x\leqslant b;c\leqslant y\leqslant d]$ 时,有

$$\hat{P}_k = \left[\Phi\left(\frac{b}{S_k}\right) - \Phi\left(\frac{a}{S_k}\right)\right]\left[\Phi\left(\frac{d}{S_k}\right) - \Phi\left(\frac{c}{S_k}\right)\right] \tag{45}$$

落入概率 P_k 的置信水平 $\gamma=1-\alpha$ 的单侧置信上、下限分别为

$$P_{Uk} = \left[\Phi\left(\frac{b}{S_{Lk}}\right) - \Phi\left(\frac{a}{S_{Lk}}\right)\right]\left[\Phi\left(\frac{d}{S_{Lk}}\right) - \Phi\left(\frac{c}{S_{Lk}}\right)\right] \tag{46}$$

$$P_{Lk} = \left[\Phi\left(\frac{b}{S_{Uk}}\right) - \Phi\left(\frac{a}{S_{Uk}}\right)\right]\left[\Phi\left(\frac{d}{S_{Uk}}\right) - \Phi\left(\frac{c}{S_{Uk}}\right)\right] \tag{47}$$

1.4.3 落入区域为圆的情况

当 $\sigma_{yk}^2=\sigma_{zk}^2=\sigma_k^2$，并且落入区域为圆 $\Omega=\{(y,z)\mid y^2+z^2\leqslant R^2\}$ 时，落入概率 P_k 的估计量由式(48)给出：

$$\hat{P}_k = 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2S_k^2}\right) \tag{48}$$

落入概率 P_k 的置信水平 $\gamma=1-\alpha$ 的单侧置信上、下限分别为

$$P_{Uk} = 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2S_{Lk}^2}\right) \tag{49}$$

$$P_{Lk} = 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2S_{Uk}^2}\right) \tag{50}$$

对于系统误差 μ_{yi} 或 μ_{zi} 不为零，但远小于随机误差的情况，计算表明，当 μ_{yi}/σ_{yi} 和 μ_{zi}/σ_{zi} 小于20%，而落入概率 P_k 大于80%时，仍采用式(38)～式(50)计算落入概率 P_k 的估计量和置信限，其误差很小.

2 制导系统误差不为零的情况

2.1 系统误差全不为零时命中精度的整体推断

对于系统误差 μ_{yi} 和 μ_{zi} 全不为零，且又不远小于随机误差的情况，可采用下述方法进行整体推断.

定理3 设 (Y_{ij},Z_{ij}) 为第 i 种发射条件下得到的第 j 发导弹的脱靶量试验数据，$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n_i$，其中当 $i=1,2,\cdots,q$ 时，$n_i=1$；当 $i=q+1,q+2,\cdots,m$ 时，$n_i\geqslant 2$. 并且 Y_{ij} 和 Z_{ij} 之间相互独立，有

$$Y_{ij} \sim N(\mu_{yi},\sigma_{yi}^2)$$
$$i=1,2,\cdots,m \qquad j=1,2,\cdots,n_i \tag{51}$$

$$Z_{ij} \sim N(\mu_{zi},\sigma_{zi}^2)$$
$$i=1,2,\cdots,m \qquad j=1,2,\cdots,n_i \tag{52}$$

则可以证明，第 k 种发射条件下均值 μ_{yk} 和 μ_{zk} 的无偏估计量分别为

$$\bar{Y}_k = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} r_{yi}Y_{ij}/l_{yi}^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i r_{yi}^2/l_{yi}^2} \tag{53}$$

$$\bar{Z}_k = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} r_{zi}Z_{ij}/l_{zi}^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i r_{zi}^2/l_{zi}^2} \tag{54}$$

第 k 种发射条件下方差 σ_{yk}^2 和 σ_{zk}^2 的无偏估计量分别为

$$S_{yk}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{yi}^2}(Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 \tag{55}$$

$$S_{zk}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\frac{1}{l_{zi}^2}(Z_{ij}-\bar{Z}_i)^2 \tag{56}$$

式中，$\bar{Y}_i=r_{yi}\bar{Y}_k$；$\bar{Z}_i=r_{zi}\bar{Z}_k$，也可直接由式(53)和式(54)计算. 并且

$$r_{yi}=\mu_{yi}/\mu_{yk} \qquad i=1,2,\cdots,m \tag{57}$$

$$r_{zi}=\mu_{zi}/\mu_{zk} \qquad i=1,2,\cdots,m \tag{58}$$

l_{yi} 和 l_{zi} $(i=1,2,\cdots,m)$ 仍由式(5)、式(6)或式(9)、式(10)给出. 工程实际中 r_{yi} 和 r_{zi} $(i=1,2,\cdots,m)$ 可由仿真得到，即令

$$r_{yi}=\mu'_{yi}/\mu'_{yk} \qquad i=1,2,\cdots,m \tag{59}$$

$$r_{zi}=\mu'_{zi}/\mu'_{zk} \qquad i=1,2,\cdots,m \tag{60}$$

式中，μ'_{yi} 和 μ'_{zi} 分别为 μ_{yi} 和 μ_{zi} 的仿真结果，式(59)和式(60)的正确性可由文献[4]方法检验.

进一步可以证明：

$$\bar{Y}_k \sim N\left(\mu_{yk},\sigma_{yk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{yi}^2/l_{yi}^2\right)^{-1}\right) \tag{61}$$

$$\bar{Z}_k \sim N\left(\mu_{zk},\sigma_{zk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{zi}^2/l_{zi}^2\right)^{-1}\right) \tag{62}$$

第 k 种发射条件下均值 μ_{yk} 和 μ_{zk} 的置信水平为 $\gamma=1-\alpha$ 的置信区间分别为

$$\bar{Y}_k - t_{\alpha/2}(n-1)S_{yk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{yi}^2/l_{yi}^2\right)^{-1/2} \leqslant \mu_{yk} \leqslant \bar{Y}_k + t_{\alpha/2}(n-1)S_{yk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{yi}^2/l_{yi}^2\right)^{-1/2} \tag{63}$$

$$\bar{Z}_k - t_{\alpha/2}(n-1)S_{zk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{zi}^2/l_{zi}^2\right)^{-1/2} \leqslant \mu_{zk} \leqslant \bar{Z}_k + t_{\alpha/2}(n-1)S_{zk}^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i r_{zi}^2/l_{zi}^2\right)^{-1/2} \tag{64}$$

并且 S_{yk}^2 和 S_{zk}^2 分别满足式(25)和式(26)，其中 $\upsilon=n-1$. 当 $\sigma_{yk}^2=\sigma_{zk}^2=\sigma_k^2$ 时，方差 σ_k^2 的无偏估计量 S_k^2 仍由式(29)给出；当 $\sigma_{zk}^2=\sigma_{yk}^2/l_{yzk}^2=\sigma_k^2$ 时，则 S_k^2 由式(34)计算. 且 S_k^2 满足式(31). 第 k 种发射条件下方差 σ_{yk}^2，σ_{zk}^2 及 σ_k^2 的置信区间和置信

限仍由式(27)、式(28)和式(32)、式(33)给出.

第 k 种发射条件下导弹落在某一杀伤区域 Ω 内的概率 P_k 的估计量由式(65)给出:

$$\hat{P}_k = \iint_{\Omega} \frac{1}{2\pi S_{yk} S_{zk}} \cdot \exp\left\{ -\left(\frac{(y-\bar{Y}_k)^2}{2S_{yk}^2} + \frac{(z-\bar{Z}_k)^2}{2S_{zk}^2} \right) \right\} \mathrm{d}y\mathrm{d}z \quad (65)$$

2.2　部分系统误差不为零时命中精度整体推断

对于系统误差 μ_{yi} 和 μ_{zi} ($i=1,2,\cdots,m$) 一部分为零,另一部分不为零的情况,可以将它们分开进行处理. 对于均值,若已知第 k 种发射条件下系统误差为零,则取均值 μ_{yk} 和 μ_{zk} 为零;若第 k 种发射条件下均值不为零,则可以采用 2.1 小节方法对系统误差不为零的脱靶量数据进行处理,求得均值 μ_{yk} 和 μ_{zk} 的估计量 $\bar{Y}_k$ 和 $\bar{Z}_k$. 对于方差,可以首先采用第 1 节和 2.1 小节方法分别对系统误差为零和不为零的脱靶量数据进行处理,得到第 k 种发射条件下方差 σ_{yk}^2 和 σ_{zk}^2 的估计量 S_{0yk}^2, S_{1yk}^2 和 S_{0zk}^2, S_{1zk}^2,其自由度为 $\upsilon_{0yk}, \upsilon_{1yk}$ 和 $\upsilon_{0zk}, \upsilon_{1zk}$,然后再对它们进行数据融合,得到第 k 种发射条件下方差 σ_{yk}^2 和 σ_{zk}^2 的估计量为

$$S_{yk}^2 = \frac{\upsilon_{0yk} S_{0yk}^2 + \upsilon_{1yk} S_{1yk}^2}{\upsilon_{0yk} + \upsilon_{1yk}} \quad (66)$$

$$S_{zk}^2 = \frac{\upsilon_{0zk} S_{0zk}^2 + \upsilon_{1zk} S_{1zk}^2}{\upsilon_{0zk} + \upsilon_{1zk}} \quad (67)$$

并且 S_{yk}^2 和 S_{zk}^2 分别满足式(25)和式(26),其中 $\upsilon = \upsilon_{0yk} + \upsilon_{1yk}$ 和 $\upsilon = \upsilon_{0zk} + \upsilon_{1zk}$.

3　结　论

1)根据定理 1 ~ 定理 3,可将不同发射条件下的脱靶量试验数据统一变换到同一发射条件下进行统计分析,使该发射条件下试验数据成倍增加. 因此,在用弹量相同情况下,本文方法能显著提高导弹射击准确度、密集度和落入概率的评定精度;在评定精度相同条件下,则可节省试验用弹.

2)在各种发射条件下都只有一个脱靶量试验数据时,整体推断方法也能够对导弹射击密集度和落入概率进行评定.

3)建立了导弹脱靶量均值、方差和落入概率的整体估计和置信区间估计公式.

4)本文方法能够通过仿真充分开发利用导弹的模型信息、历史信息、研制各阶段的试验信息等各种验前信息,并将仿真结果与定型试验数据有机结合对导弹命中精度进行综合评定.

5)文中第 1、2 两节给出了靶平面坐标为(y, z)的导弹命中精度整体推断方法,对于靶平面坐标为(x,z)的情况,只要将第 1、2 两节中所有的 y,y 和 Y 分别换成 x,x 和 X 即可.

6)由于在导弹研制过程中,对制导的系统误差进行了不断的修正,所以导弹定型时其系统误差通常远小于随机误差.

7)根据文献[2-5]中方法能够对仿真结果进行小子样检验和修正,并且可以对仿真结果进行因子分析,以确定哪些影响因素已被正确仿真,哪些影响因素尚未被正确模拟,从而指导仿真软件的编制.

8)根据本文给出的导弹脱靶量均值、方差和落入概率的置信限,可以对导弹射击准确度、射击密集度和落入概率进行检验.

9)本文方法可将所有发射条件下的脱靶量数据作为一个整体进行统计分析,也可只对相近发射条件下的脱靶量数据进行整体推断.

10)整体推断方法也可用于制导精度评定.

参考文献 (References)

[1] 傅惠民. 极小子样可靠性评定方法[J]. 机械强度, 2005, 27(3): 335-338
Fu Huimin. Method for reliability assessment with very small sample[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(3): 335-338 (in Chinese)

[2] 傅惠民. 多元正态分布整体推断方法[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 905-909
Fu Huimin. Integral inference method for multivariate normal distributions[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(6): 905-909 (in Chinese)

[3] 傅惠民. 分散性和落入概率整体推断方法[J]. 机械强度, 2006, 28(2): 183-186
Fu Huimin. Integral inference method for scatter and probability [J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(2): 183-186 (in Chinese)

[4] 傅惠民. 异方差分析方法[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 196-201
Fu Huimin. Method for heteroscedastic analysis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(2): 196-201 (in Chinese)

[5] 傅惠民. 仿真结果统计检验方法[J]. 机械强度, 2005, 27(5): 598-603
Fu Huimin. Statistical test method for simulation results[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(5): 598-603 (in Chinese)