一种新的膜结构消声器理论模型

孙晓峰 王晓宇

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 膜结构消声器是用来实现控制管道内的低频噪声. 然而,现有的理论模型仅仅对管中的平面波有效. 从广义 Lighthill 方程出发,应用 Green 函数方法及房间声学的基本理论,建立了任意截面管道内声传播模型,在此基础上重点讨论了圆管内膜结构消声器对声波的降噪作用. 该方法避开了复杂的特征值求解以及对奇异性的讨论,是一种有效的计算方法. 此外,膜结构背腔的尺寸及膜片本身的参数设计至关重要,否则很难在低频范围内得到较宽的降噪频带.

关 键 词: 膜结构消声器; 噪声控制; 特征值

中图分类号: V 231.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)10-1152-05

New theoretical model for drumlike silencer

Sun Xiaofeng Wang Xiaoyu

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A new technique called drumlike silencer was used to reduce sound propagations in ducts. However, the corresponding theoretical model is only valid for a plane wave in ducts without flow. A general model for describing the effect of the drumlike silencer in ducts based on generalized Lighthill equation and Green's function theory was put forward. Compared to the existing work, the present model includes the effect of flow Mach number, higher order modes and duct structure parameters on the sound propagation. The relevant numerical results show that the control of higher order modes in a flow duct will be much more difficult than that of plane waves. Therefore, how to carefully make use of drumlike silencer to suppress the sound propagation with more complicated noise sources is worthy to be further investigated. It is also believed the present model may play some role in the optimum design of drumlike silencer. Besides, the cavity size and the parameter of the drumlike silencer are very impossible to obtain a width bank in low frequency.

Key words: drumlike silencer; noise control; eigenvalue

低频噪声控制一直是人们关心的热点问题之一,Huang(1999)[1]中给出了最简单的膜片式吸声器的模型,这是一种新型的消声器,它适合于低频声波的降噪. 在 2002 年 Huang 发展了膜片后包含背腔的模型[2],并与其试验结果进行了对比,膜结构消声器更接近实际,其在低频范围内有很宽的降噪频带. 然而,Huang 的模型是基于平板平面波、无流动的假设,而该结构对于管道内存在流动时是否具有同样好的降噪效果,以及管道内的传播波不仅仅是平面波,还可能产生低阶模态波,这些问题还需要进一步探讨和研究.

本文从广义 Lighthill 方程出发,应用广义 Green 函数方法求出了较为通用的管道内声传播形式,并依据房间声学的基本观点给出了背腔内声传播的 Green 函数. 结合等价分布源方法[3]和积分变换的方法[1]避开软壁面特征值的计算和对奇异性的讨论. 该方法不仅以任意截面管道形状为出发点,包含了流动影响、声波模态影响等因

收稿日期: 2006-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50136010,10472009)

作者简介: 孙晓峰(1962-),男,安徽安庆人, sunxf@buaa.edu.cn.

素,也包含了 Huang 在相关模型讨论中的全部功能. 因此,本文进一步讨论了膜片和管道参数对消声效果的影响,以及当管道内部包含周向或径向的入射模态时,膜结构消声器的降噪特性.

1　基本理论

膜结构消声器是通过膜片及其背腔对声波产生反射作用从而达到降噪效果的,它属于抗性消声器,并不提供声波的耗散机制,因此管道内总的声能量不会减少,但由于壁面阻抗的非一致性,声波会产生反射,使其向下游传播的波声能量减少,从而达到降噪的目的.

如图 1 所示,管道内存在均匀流动 Ma,声速度 c_0,流体密度 ρ_0,膜片及背腔长度 l. 管道内壁均为刚性时存在入射波 $\tilde{p}_{\mathrm{i}}^{-}$,当壁面存在膜片及背腔时,入射波激起膜片振动,该振动可以视为一个单极子源,它向主管道和背腔辐射声波,称之为散射波 $\tilde{p}_{\mathrm{s}}$,定义 $\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{+}$ 为背腔内的散射声波,$\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{-}$ 为主管道内的散射声波. 在主管道内散射波和入射波之和即为管道内存在的总声波. 假设小扰动量具有时间相关性:$\tilde{A}=A\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$,在软壁面边界处建立弹性体振动方程

$$m_x i\omega\,\tilde{V}-\frac{T}{i\omega}\frac{\partial^2\tilde{V}}{\partial x^2}+\left(\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{+}-\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{-}-\tilde{p}_{\mathrm{i}}^{-}\right)=0 \quad (1)$$

式中,$\tilde{V}$为膜片振动速度;m_x 为单位面积膜片质量;T 为单位长度膜片张力. 该方程可以看出,$\tilde{p}_{\mathrm{i}}^{-}$ 是给定的入射已知参数,而 $\tilde{V}$,$\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{+}$ 和 $\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{-}$ 均为未知参数,因此,为求解该振动方程需要建立 $\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{+}$,$\tilde{p}_{\mathrm{s}}^{-}$ 与 $\tilde{V}$之间的联系.

根据广义 Lighthill 方程可以推导出固体边界对流体诱发声音的影响[4]:

$$\tilde{p}_{\mathrm{s}}(x,t)=-\int_{-T}^{T}\int_{s(\tau)}\rho_0\,\tilde{V}\frac{D_0 G}{D\tau}\mathrm{d}s(y)\,\mathrm{d}\tau \quad (2)$$

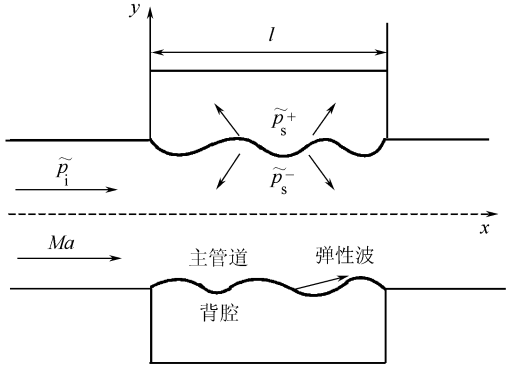


图 1　膜结构消声器示意图

式中,$\frac{D_0}{D_\tau}=\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}$;$U=Ma\cdot c_0$;$G$ 表示管道内的 Green 函数. 由式(2)中可以看出,为得到散射声场,首先要求出圆管内的 Green 函数.

对于主管道内,刚性壁面、无限长管道内的 Green 函数可表示为[4]

$$G=\frac{-i}{4\pi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\boldsymbol{\Phi}_{mn}(y,z)\boldsymbol{\Phi}_{mn}^{*}(y',z)}{\Gamma_{mn}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\kappa_{nm}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t-\tau)+\mathrm{i}\gamma_{mn}^{\pm}(x-x')}\mathrm{d}\omega \quad (3)$$

式中,κ_{nm}为管道截面的特征值;$\boldsymbol{\Phi}_{mn}(y,z)$ 为特征函数;Γ_{mn}为特征函数的交值

$$\kappa_{nm}=\begin{cases}\sqrt{k_0^2-\beta^2k_{mn}^2} & k_0^2>\beta^2k_{mn}^2\\ -i\sqrt{\beta^2k_{mn}^2-k_0^2} & k_0^2<\beta^2k_{mn}^2\end{cases} \quad (4)$$

$$\beta^2=\sqrt{1-M^2} \quad (5)$$

$$\gamma_{mn}^{\pm}=\begin{cases}\dfrac{Mk_0}{\beta^2}+\dfrac{\kappa_{nm}}{\beta^2} & \text{向上游传播}\\ \dfrac{Mk_0}{\beta^2}-\dfrac{\kappa_{nm}}{\beta^2} & \text{向下游传播}\end{cases} \quad (6)$$

对于背腔内,依据房间声学的基本理论,刚性壁面管道内的 Green 函数可表示为

$$G=\frac{1}{2\pi}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\varphi(y,z)\cos\dfrac{k\pi x}{l}}{\Gamma_i}\cdot\varphi^{*}(y',z')\cos\frac{k\pi x'}{l}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(t-\tau)}}{k_0^2-k_i^2}\mathrm{d}\omega \quad (7)$$

式中,$k_i^2=k'^2_{mn}+\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2$;$k'_{mn}$为背腔内管道截面的特征值;$\varphi(y,z)$为特征函数;$\Gamma_i=\Gamma'_{mn}\Gamma_k$($\Gamma_k=l/2$ $(k\neq0)$,$\Gamma_k=l(k=0)$,Γ'_{mn}为背腔内特征函数的正交值).

将式(3)、式(7)代入式(2)中,并注意到背腔内流动速度为 0,可得

$$p_{\mathrm{s}}^{-}=\frac{\rho_0}{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\boldsymbol{\Phi}_{mn}(y,z)}{\Gamma_{mn}}\int_{s(\tau)}V'_n\cdot\frac{(\omega+U\gamma_{mn}^{\pm})}{\kappa_{nm}}\boldsymbol{\Phi}_{mn}^{*}(y',z')\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{mn}^{\pm}(x-x')}\mathrm{d}s(\boldsymbol{r}') \quad (8)$$

$$p_{\mathrm{s}}^{+}=i\rho_0\omega\sum_{m}\sum_{n}\sum_{k}\frac{\varphi(y,z)\cos\dfrac{k\pi x}{l}}{\Gamma_i(k_0^2-k_i^2)}\cdot\int_{s(\tau)}V_n\varphi^{*}(y',z')\cos\frac{k\pi x'}{l}\mathrm{d}s(\boldsymbol{r}') \quad (9)$$

式(8)、式(9)之间的振动速度存在质点位移连续条件,同时,对法向振动速度做正弦展开,有

$$V'_n=\left(1+\frac{U}{i\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)V_n=$$

$$\left(1+\frac{U}{i\omega}\frac{\partial}{\partial x}\right)\sum_{j=1}^{\infty}V_j\sin\frac{j\pi x}{l} \tag{10}$$

至此,建立了散射声波与膜片法向振动速度之间的关系式,可见方程式(1)成为一个可解的积分方程,未知数为 V_n. 该方程的求解方法很多,然而,为避开求解过程中的奇异性,使问题简化,采用波数展开方法,也可称之为积分变换方法. 对方程式(1)做正弦变换:

$$\frac{2}{l}\int_0^l(p_s^- - p_s^+)\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z + i\left[m_x\omega-\frac{T}{\omega}\left(\frac{q\pi}{l}\right)^2\right]V_q\delta_{qj}=-\frac{2}{l}\int_0^l p_i^-\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z \tag{11}$$

令

$$\left.\begin{aligned}\frac{2}{l}\int_0^l p_s^-\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z&=\sum_j z_{qj}^- V_j\\ \frac{2}{l}\int_0^l p_s^+\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z&=\sum_j z_{qj}^+ V_j\\ \frac{2}{l}\int_0^l p_i^-\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z&=I_q\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

原方程可变化为

$$\sum_j\left(z_{qj}^- - z_{qj}^+\right)V_j + i\left[m_x\omega-\frac{T}{\omega}\left(\frac{q\pi}{l}\right)^2\right]V_q\delta_{qj}=-I_q \tag{13}$$

其中

$$z_{qj}^- = \frac{\rho_0}{l}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_{mn}(y,z)}{\Gamma_{mn}}\frac{(\omega+U\gamma_{mn}^{\pm})}{\kappa_{nm}}\cdot\int_0^l\int_{s(\tau)}\Phi_{mn}^*(y',z')\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{nm}^{\pm}(x-x')}\cdot\left(1+\frac{U}{i\omega}\frac{\partial}{\partial x'}\right)\cdot\sin\frac{j\pi x'}{l}\mathrm{d}s(\boldsymbol{r})\sin\frac{q\pi x}{l}\mathrm{d}x \tag{14}$$

$$z_{qj}^+ = \frac{2i\rho_0\omega}{l}\sum_m\sum_n\sum_q\frac{\varphi(y,z)}{\Gamma_i\left(k_0^2-k_i^2\right)}\cdot\int_0^l\cos\frac{k\pi x}{l}\int_{s(\tau)}\varphi^*(y',z')\cos\frac{k\pi x'}{l}\cdot\sin\frac{j\pi z'}{l}\mathrm{d}s(\boldsymbol{r}')\sin\frac{q\pi z}{l}\mathrm{d}z \tag{15}$$

式(13)为代数方程组,未知量为膜片振动速度的正弦展开系数,求解该代数方程组得到解向量 V_j,并代入式(10)和式(8)中,即可求得主管道内的散射声场,按式(16)定义插入损失 T_L 为降噪的评价标准:

$$T_L = 10\times\lg\left(\frac{E_i}{E}\right) \tag{16}$$

式中,E 表示下游($x>l$)传播波的总声能量;E_i 为入射波的声能量.

2 计算结果及分析

2.1 验证结果

为验证该模型的正确性,在讨论结构参数、主流流动及入射波模态影响之前,首先给出平板下的计算结果,并与 Huang 在2002年给出的结果[2]进行对比.

对于无限大平板,给出的一般表达式中,截面特征函数退化为余弦函数:

$$\Phi_m(y)=\sqrt{\varepsilon_m}\cos\left(m\pi\frac{y}{h}\right)$$

$\varepsilon_m=2(m\neq0)$,$\varepsilon_m=1(m=0)$,h 为平板间距. 同时,给出入射波表达形式:

$$p_i = p_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{mn}^- z}$$

可见,入射波为平面波($m=0,n=1$). 由图2可以看出,该模型计算结果与文献中给出的计算基本一致,证明该算法是可靠的.

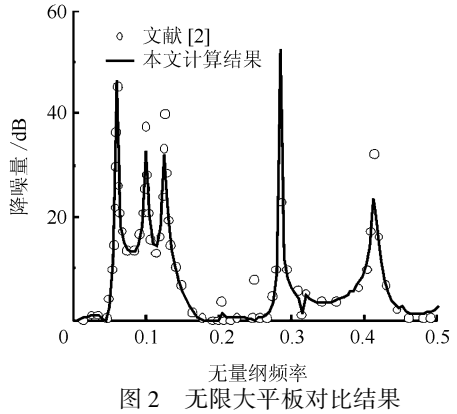


图2 无限大平板对比结果

2.2 结构参数影响

为了与航空发动机及水下泵喷推进器更紧密地联系起来,给出圆管的计算结果,及结构参数的讨论. 对于圆管,管道特征函数变为

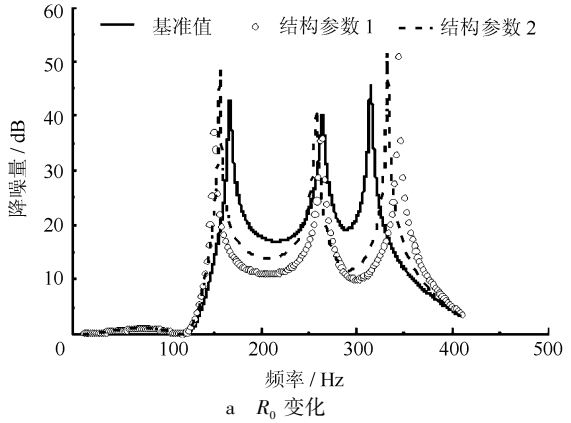
$$\Phi_m(r,\varphi)=J_m(k_{mn}r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\varphi}$$

同样,给定平面波入射:$p_i=p_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_{mn}^- z}$. 管道参数列于表1中.

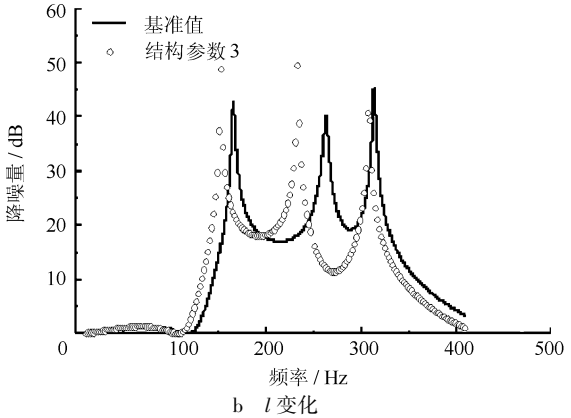
表1 管道截面参数

参数	圆管半径 R_0/m	背腔外径 R_c/m	膜片张力 T/(N·m^{-1})	膜片质量 m_x/(kg·m^{-2})	膜片长度 l/m
参数基准值	0.10	0.183	10291.77	0.208 25	0.65
结构参数1	0.11	0.183	10291.77	0.208 25	0.65
结构参数2	0.10	0.175	10291.77	0.208 25	0.65
结构参数3	0.10	0.183	10291.77	0.208 25	0.68
结构参数4	0.10	0.183	9262.60	0.208 25	0.65
结构参数5	0.10	0.183	10291.77	0.187 00	0.65

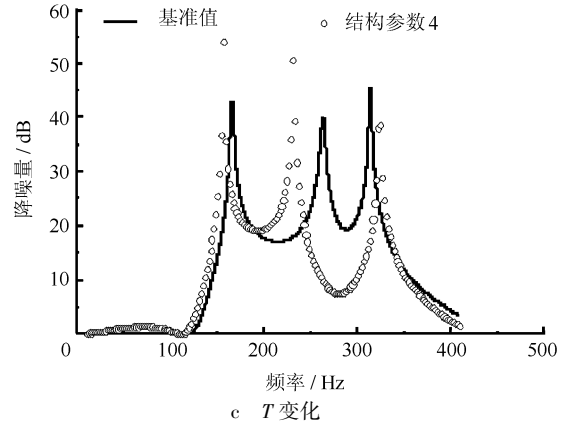
如图3a所示,在圆管中膜结构吸声器同样具有良好的低频特性. 但需要说明的是在圆管的计算中,管道半径与背腔外径的比值(也可以叫做



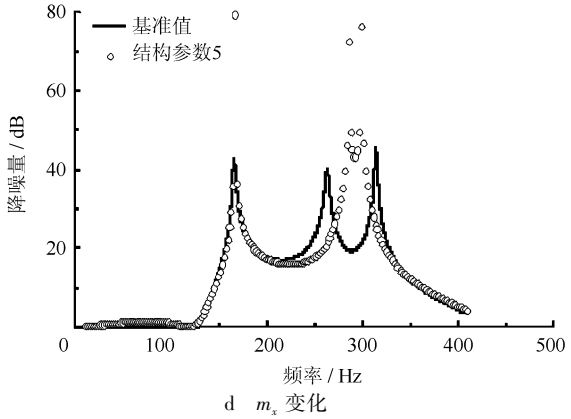
a　R_0 变化



b　l 变化



c　T 变化



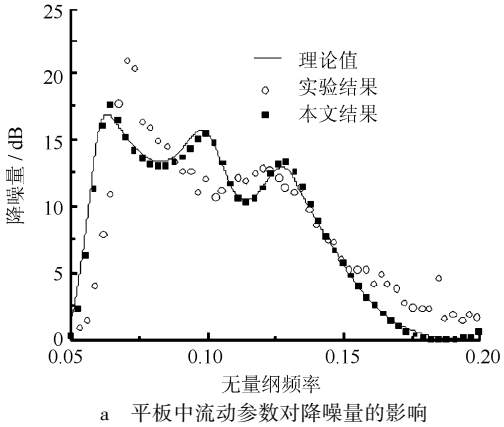
d　m_x 变化

图 3　结构参数变化对膜结构消声器降噪量的影响

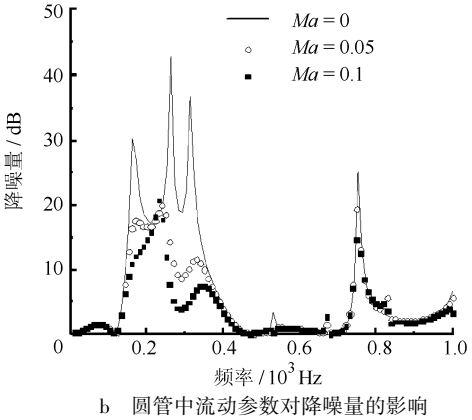
轮毂比)是一个非常重要的参数,若该参数没有精心的设计则很难在低频范围内形成 3 个峰值,并使峰值间降噪频谱的最低点保持在 10 dB 以上,图中给出了管道半径和背腔深度变化时频谱的效果图,可以看出,降噪频谱受管道半径影响很大,圆管半径增大时会使降噪频谱变宽,但相应的也会使两峰值间的低谷降低,而对于膜结构的腔深,由于声波在背腔内也有径向波存在,因此,该参数也会对峰值产生较大影响,一般说来,圆管半径减小时与背腔外径增大时对峰值频率的影响是等效的.

2.3　流动马赫数影响

考虑马赫数影响时,本文结果与 Huang2006 的试验与理论结果作了比较,见图 4a. 计算参数为,$h=0.1$ m,$l=0.5$ m,$m_x=0.15925$(kg·m^{-2}),$T=8213.38$(N·m^{-1}),$Ma=0.045$. 从计算结果来看,该模型在包含流动时计算是可靠有效的,且与实验结果偏差不大.



a　平板中流动参数对降噪量的影响



b　圆管中流动参数对降噪量的影响

图 4　流动参数变化对膜结构消声器降噪量的影响

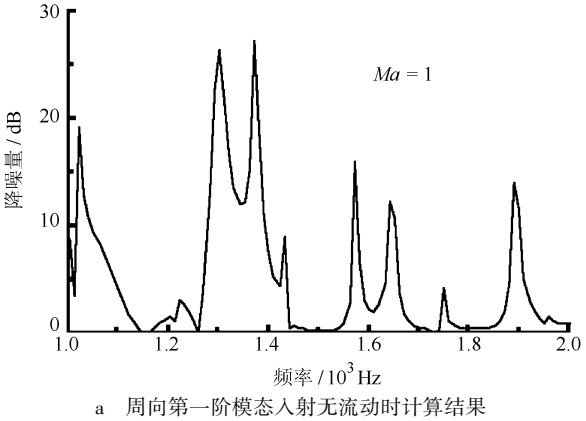
如图 4b 所示,随着流动的增加,膜片的降噪效果愈来愈差,这主要是由于随着流动的增加,系统的刚性增大,等价辐射阻抗中系数矩阵的非对称性加强,即非主模态系数显著增加,膜片及背腔的作用相应减小,当非主模态项与主模态项同一

量级时,降噪量近乎为零. 这时,即使膜片及背腔参数改变也很难提高其共振峰值,因此,可以说流动对该类纯抗性消声器的影响是负面的. 由此可见,对于高流动马赫数的低频降噪问题,膜结构消声器是不合适的.

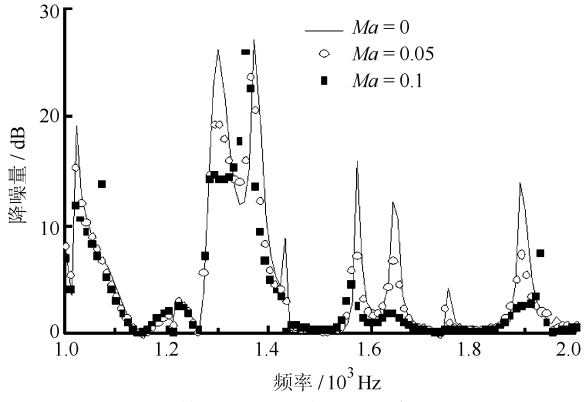
2.4 入射波模态影响

为了便于计算,本文只讨论周向第一阶($m=1$)模态的计算结果,表 2 中给出管道及膜态的计算参数,由图 5a 可以看出,对于高阶周向模态,在相对低频的范围内,仍可出现一定的降噪频带.

由图 5b 可以看出,在高阶模态入射波情况,马赫数的影响也是负面的,但与平面波相比,马赫数的影响较小,特别的,随着马赫数的增加,第 2 个峰值只能产生小量偏移,但第 1 个峰值会迅速地降低. 此外,还需说明的是,由于高阶模态存在截至频率,相应的计算频率提高,因此声波在背腔内产生的横向振动波也就越多,共振峰值也就越多.



a 周向第一阶模态入射无流动时计算结果



b 周向第一阶模态入射时流动参数影响

图 5 入射波模态对膜结构消声器降噪量的影响

表 2 高阶模态入射时管道截面参数

参数	R_0/m	R_c/m	T/(N·m^{-1})	m_x/(kg·m^{-2})	l/m
参数基准值	0.1	0.14	10291.77	0.20825	0.65

3 结 论

本文从广义 Lighthill 方程出发,应用 Green 函数方法及房间声学的基本理论,发展了一个可以包含更多因素影响的膜结构消声器新的理论模型,特别是重点讨论了膜结构消声器在圆管内对声波的反射作用. 根据计算对比结果来看,该方法是准确有效的,并在此基础上研究管道参数等对降噪特性的影响.

1) 结构参数对共振机制产生很大影响,特别是管道半径及背腔外半径的选择尤为重要,膜片长度对 3 个共振峰值都有较大影响,说明 3 个峰值均与横向振动有关. 而膜片单位张力和单位质量主要影响后 2 个峰值,其影响效果是相反的,这可由膜片振动方程看出.

2) 膜结构消声器只针对系统提供了一个很大的抗. 对于主流区域流动马赫数增加时,该结构对声波的反射作用迅速下降,可见,对于较高流动的噪声控制,膜片是不适用的.

3) 无论是航空发动机、泵喷推进器还是其他管道内的噪声控制,管道内部都有可能存在高阶模态波,因此,膜结构对高阶模态波的反射作用也是至关重要的. 由计算结果来看,膜结构的降噪效果还是很好的,值得注意的是,在高阶模态波入射时,流动的影响减弱,它可以用于低马赫数的流动管道内.

参考文献 (References)

[1] Huang Lixi. A theoretical study of duct noise control by flexible panels[J]. JASA, 1999, 106(4):1801-1809

[2] Huang Lixi. Modal analysis of a drumlike silencer[J]. JASA, 2002,112(5):2014-2025

[3] Namba M, Fukushige K. Application of the equivalent surface source method to the acoustics of duct systems with non-uniform wall impedance[J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 73(1),125-146

[4] 孙晓峰, 周盛. 气动声学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994

Sun Xiaofeng, Zhou Sheng. Aeroacoustics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1994(in Chinese)