# 砂土硬化特征的描述及其试验验证

姚仰平 周安楠 侯 伟

(北京航空航天大学 土木工程系, 北京 100083)

**摘 要**: 采用不同路径下砂土的三轴拉伸和三轴压缩试验结果,分别选用塑性体积应变、塑性剪应变、清华模型硬化参数、塑性功和统一硬化参数 $H$ 作为硬化参数,在以上硬化参数和应力比空间里探讨了砂土的硬化规律和应力路径相关性. 基于修正剑桥模型的屈服函数,采用塑性体积应变、塑性功和 $H$ 作为硬化参数,推导了分别对应的本构模型. 通过饱和塔克拉玛干沙漠砂的三轴试验结果,表明了 $H$ 在描述砂土应力应变特性上的适用性.

**关 键 词**: 砂土; 硬化; 应力路径; 本构模型

**中图分类号**: TU 431

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)10-1186-07

## Description of hardening characteristics of sand and its confirmation

Yao Yangping Zhou Annan Hou Wei

(Dept. of Civil Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract**: According to the test data of sand with different stress paths in the triaxial compression and triaxial extension condition, plastic volumetric strain, plastic shear strain, hardening parameter of Tsinghua model, plastic work and unified hardening parameter $H$ were chosen as hardening parameter respectively, and then the hardening rules as well as the independence on the stress paths of above hardening parameters were discussed. Based on the yield function of modified cam-clay model, constitutive models which used plastic volumetric strain, plastic work and unified hardening parameter $H$ respectively as hardening parameter were proposed. The validity of unified hardening parameter $H$ on describing the stress-strain properties of sands was confirmed by the triaxial test data of saturated sand from Taklamakan desert.

**Key words**: sand; hardening; stress path; constitutive model

在土的弹塑性理论中,硬化和硬化规律是一个非常重要的概念. 只有确定反映硬化规律的硬化参数,才能建立弹塑性本构关系,进行应力应变关系计算,因此,硬化规律或者说硬化参数在土的应力应变关系计算中有着十分重要的地位. 与经典弹塑性力学不同,土的弹塑性理论认为从当前屈服面沿任意的加载路径硬化到下一个屈服面的过程中,总有某一个量其变化的值是相等的,即可以通过这个量来确定任意应力路径下硬化发展的程度,因此将这个量定义为硬化参数. 而在经典的弹塑性理论中,常常将土力学中的塑性因子定义为硬化函数[1]. 通过硬化参数的定义,可以看出确定或者选取硬化参数的关键在于和应力路径无关,这一性质被称为硬化参数的应力路径无关性[2],主要包括以下 2 个方面:①从同一个应力点出发沿着不同的应力路径加载到同一屈服面上的不同点,其硬化参数是等值的;②从同一应力点出发沿着不同应力路径加载到另一屈服面上的同一点,其硬化参数也是等值的. 因为构造或选取硬化参数是建立土的弹塑性模型必不可少的一个环节,所以国内外著名的本构模型都有自身很有特色的硬化参数. 比如,在岩土工程界最享有声誉的剑桥模型[3](Cam-Clay Model)和修正剑桥模型[4](Modified Cam-Clay Model)选用塑性体应变 $\varepsilon_v^p$ 作

**收稿日期**: 2006-06-08

**基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(50479001, 10672010)

**作者简介**: 姚仰平(1960-),男,陕西西安人,教授, ypyao@263.com.

为硬化参数;拉德-邓肯模型[5](Lade-Duncan Model)则选用塑性功 $W_p$ 作为硬化参数;黄文熙等提出的清华模型[6](Tsinghua Model)则构造了一个以塑性剪应变和塑性体应变组成的复合函数来充当硬化参数. 这些硬化参数的选取和构造有其初衷和针对性,但是,也都存在一些不足之处,所以,在土力学的相关研究中,如何合适地选取或构造硬化参数一直都是各国学者研究的重点和前沿.

## 1　变换应力空间及其变换应力张量

为了将主应力空间中的空间滑动面(SMP)准则的曲边三角锥面转换为变换应力空间中的广义 Mises 准则的圆锥面,姚仰平等提出基于 SMP 准则的变换应力空间和对应的变换应力张量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}$[7-10]. 在变换应力空间下,可以在不增加任何参数的情况下更好地反映出土的三维特性. 变换应力张量公式在实际应力空间 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 和变换应力空间 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij}$ 之间建立了一对一的映射关系:

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{ij} = p\boldsymbol{\delta}_{ij} + \frac{q^*}{q^s}\left(\boldsymbol{\sigma}^s_{ij} - p^s\boldsymbol{\delta}_{ij}\right) \tag{1}$$

其中

$$q^* = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_3 - 9I_3)} - 1}$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3$$

$$p = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}_{ii}$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}_{ij} - p\boldsymbol{\delta}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_{ij} - p\boldsymbol{\delta}_{ij})}$$

$$p^s = \frac{1}{3}\boldsymbol{\sigma}^s_{ii}$$

$$q^s = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}^s_{ij} - p^s\boldsymbol{\delta}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}^s_{ij} - p^s\boldsymbol{\delta}_{ij})}$$

$$\boldsymbol{\sigma}^s_{ij} = (I^s_1\boldsymbol{\sigma}_{ik} + I^s_3\boldsymbol{\delta}_{ik})(\boldsymbol{\sigma}_{kj} + I^s_2\boldsymbol{\delta}_{kj})$$

$$I^s_1 = \sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3}$$

$$I^s_3 = \sqrt{\sigma_1\sigma_2\sigma_3}$$

$$I^s_2 = \sqrt{\sigma_1\sigma_2} + \sqrt{\sigma_2\sigma_3} + \sqrt{\sigma_3\sigma_1}$$

$$i = 1,2,3 \qquad j = 1,2,3 \qquad k = 1,2,3$$

## 2　常见硬化参数的试验对比

硬化参数一般被构造成某个塑性应变或几个塑性应变的组合. 对于正常固结粘土,大量的试验已经证实,$\varepsilon^p_v$ 可以作为硬化参数. 而对于砂土,塑性体积应变则不能体现出应力路径的无关性. 图 1 是日本 Toyoura 砂在三轴试验下采用的不同应力路径[2, 11],目的在于检验对于砂土、$\varepsilon^p_v$、塑性剪应变 $\varepsilon^p_d$,清华模型硬化参数 $h$ 和塑性功 $W_p$ 是否适合充当硬化参数. 本文在硬化参数和应力比 $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_3$ 坐标系下整理实验数据,目的在于体现出不同应力比条件下,同样的球应力增量对于硬化参数增量的影响.

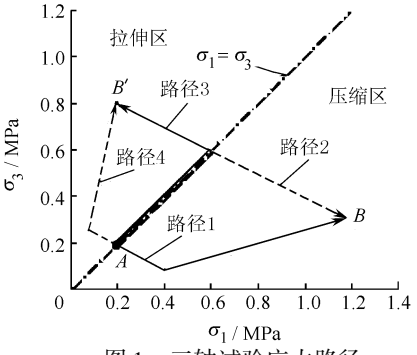
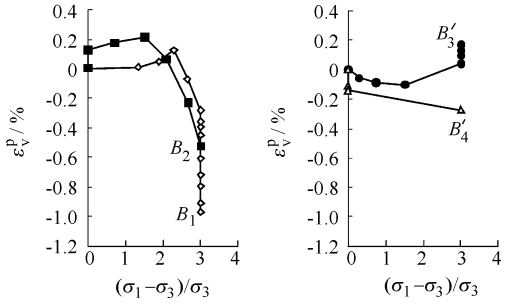



图 1　三轴试验应力路径

按照路径 1($A\rightarrow B_1$)和路径 2($A\rightarrow B_2$)进行三轴压缩试验,按照路径 3($A\rightarrow B'_3$)和路径 4($A\rightarrow B'_4$)进行三轴拉伸试验,其中,$A$ 代表起始应力点,$B$ 代表三轴压缩最终应力点,$B'$代表三轴拉伸最终应力点,下标表示所选取的应力路径. 如果选取 $\varepsilon^p_v$ 作为硬化参数,因为起始应力点 $A$ 和终结应力点 $B$ 或 $B'$不变,那么沿着不同路径的三轴压缩和三轴拉伸试验应该分别得到相同的塑性体积应变,即 $B_1$ 和 $B_2$ 重合,$B'_3$ 和 $B'_4$ 重合. 而试验结果如图 2 所示,沿着不同路径的塑性体积应变明显不同.

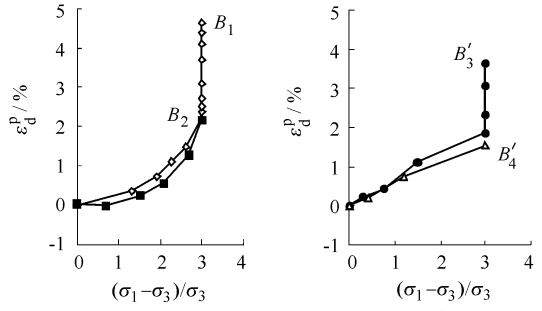
$\varepsilon^p_d$ 也是硬化参数的可能选择之一,对于以上不同的应力路径 $A\rightarrow B_1$,$A\rightarrow B_2$,$A\rightarrow B'_3$ 和 $A\rightarrow B'_4$,其对应的 $\varepsilon^p_d$ 也可以通过实验的办法测定,如图 3 所示,表明 $\varepsilon^p_d$ 也不满足硬化参数的应力路径无关性要求.

塑性剪应变和塑性体积应变的某种函数组合也常常被构造作为硬化参数,比如在清华模型中




a　压缩区　　b　拉伸区

图 2　不同应力路径下的 $\varepsilon^p_v$



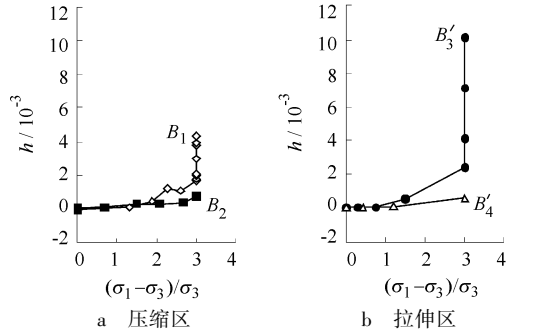

a 压缩区 b 拉伸区

图 3 不同应力路径下的 $\varepsilon_d^p$

所采用的硬化参数,如式(2)所示.

$$h = (m_1 + m_2\varepsilon_v^p + m_3\varepsilon_d^p)^{m_4} \tag{2}$$

式中,$m_1$,$m_2$,$m_3$ 和 $m_4$ 为试验参数. 对于 Toyoura 砂文献[12]建议采用以下参数,$m_1 = 0.334$,$m_2 = 170.5$,$m_3 = 80$ 和 $m_4 = 2$. 对于以上不同的应力路径 $A\rightarrow B_1$,$A\rightarrow B_2$,$A\rightarrow B_3'$和 $A\rightarrow B_4'$,其对应的 $h$ 也可以通过实验测定的 $\varepsilon_d^p$ 和 $\varepsilon_v^p$ 换算得到,如图 4 所示,表明清华模型硬化参数不能很好地满足应力路径的无关性.

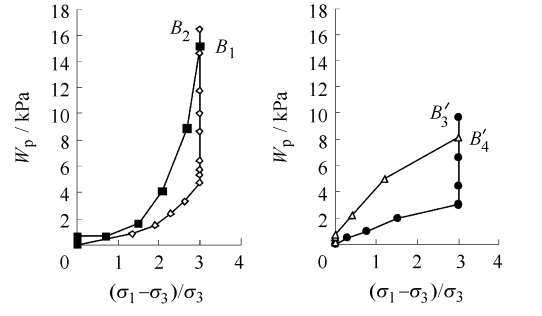



a 压缩区 b 拉伸区

图 4 不同应力路径下的 $h$

$W_p$ 也经常被选定作为硬化参数,对于以上不同的应力路径 $A\rightarrow B_1$,$A\rightarrow B_2$,$A\rightarrow B_3'$和 $A\rightarrow B_4'$,其对应的 $W_p$ 也可以通过实验测定的$\varepsilon_d^p$ 和$\varepsilon_v^p$ 换算得到,如图 5 所示.

从试验结果可以看出,如果选用 $W_p$ 作为硬化参数,基本上可以满足应力路径的无关性. 但




a 压缩区 b 拉伸区

图 5 不同应力路径下的 $W_p$

是,选用 $W_p$ 作为硬化参数在概念上存在不足之处. 大量的试验结果说明,土体在剪应力和球应力共同作用下会达到所谓的临界状态,即体应变不变化而出现塑性流动,而此时的塑性功将是无限大,也就意味着土体无限硬化,这一结果和塑性流动是相违背的.

## 3 统一硬化参数的构造

Zytynski 提出在 $\eta$-$\varepsilon_v^p$ 坐标下绘制了 Hettler 和 Vardoulakis 所做的砂土的试验结果[13],如图 6 所示,并用式(3)很好地拟合了试验结果.

$$\left[\frac{1}{\eta}\frac{M_f - \eta}{M - \eta}\right]\frac{d\varepsilon_v^p}{d\eta} = A \tag{3}$$

式中,应力比 $\eta = q/p$;$M$ 是砂土的特征点,即塑性体应变增量有压缩转变为膨胀的临界点;$M_f$ 是峰值应力比,对于粘性土如剑桥粘土有 $M = M_f$;对于砂土,一般 $M \neq M_f$,$A$ 为常数. $M$ 和 $M_f$ 的物理含义可以用图 7 表示.

也就是说,在塑性体应变前乘以一个与应力比、峰值应力比和特征点相关的系数,以反映砂土的硬化特性,即硬化参数可以构造成如式(4)所示:

$$\int dH = \int f(M, M_f, \eta)\, d\varepsilon_v^p \tag{4}$$

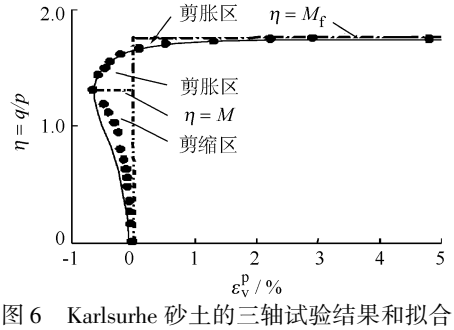



图 6 Karlsurhe 砂土的三轴试验结果和拟合曲线

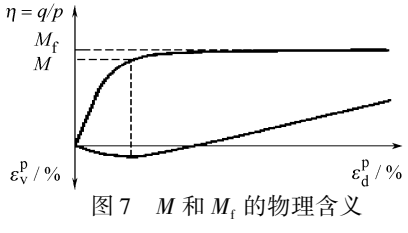



图 7 $M$ 和 $M_f$ 的物理含义

姚仰平等建议采用以下的硬化参数[2, 14]

$$H = \int dH = \int \frac{M^4(M_f^4 - \eta^4)}{M_f^4(M^4 - \eta^4)} d\varepsilon_v^p \tag{5}$$

新构造的 $H$ 和以上的试验规律有着相同的特征:①当 $\eta = 0$ 时,$d\varepsilon_v^p = dH$. ②当 $0 < \eta < M$ 时,$d\varepsilon_v^p > 0$,剪缩区域,如图 6 所示. ③当 $\eta = M$ 时,$d\varepsilon_v^p =$

*0*,即达到特征点,由剪缩区域过渡到剪胀区域,如图 6 所示. ④当 $M<\eta<M_f$ 时,$d\varepsilon_v^p<0$,剪胀区域,如图 6 所示. 当土体达到临界状态时,即用 $d\varepsilon_v^p=0$ 且 $d\varepsilon_d^p=\infty$,$H$ 不再表现为硬化特征,即 $dH=0$.

对于一般应力状态,即非三轴压缩应力状态,只需将式(5)中的应力量按式(1)转换成相应的变换应力空间中的应力量即可.

对于以上构造的函数 $H$,必须满足应力路径的无关性才能被选取为硬化参数. 仍然采用图 1 所示的应力路径 $A\rightarrow B_1$,$A\rightarrow B_2$,$A\rightarrow B_3'$和 $A\rightarrow B_4'$,可以通过实测的$\varepsilon_v^p$ 换算出相对应的 $H$,如图 8 所示.

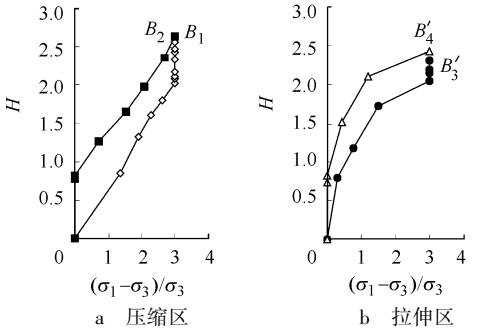



图 8　不同应力路径下的 $H$

从试验结果可以看出,新构造出的硬化参数满足应力路径无关性,即 $B_1$ 和 $B_2$ 基本重合,$B_3'$和 $B_4'$基本重合. 因为对于粘土 $M=M_f$,所以 $H=\varepsilon_v^p$,也即对于粘土硬化参数 $H$ 退化成$\varepsilon_v^p$,因此,$H$ 被命名为统一硬化参数.

## 4　基于同一模型的硬化规律分析

修正剑桥模型[4](Modified Cam-Clay Model)是在世界上最为广泛应用的土的弹塑性模型,可以较好地反映粘性土的应力应变特性,但是在反映砂土特性方面,尤其是砂土的剪胀性方面表现的并不理想.

构造的硬化参数是否合理,关键在于将其应用于模型,是否能够反映出土的基本应力应变特性. 以下就分别选用$\varepsilon_v^p$,$W_p$ 和 $H$ 作为修正剑桥模型的硬化参数,以比较其优缺点. 因为修正剑桥模型的基本思想是以等向应力状态预测一般应力状态,若以塑性剪应变作为硬化参数,则无法在等向应力状态下确定硬化参数的值. 清华模型硬化参数必须和清华模型的屈服面一一对应,不能应用于剑桥模型的体系中,故对塑性剪应变和清华模型硬化参数不再进行分析对比.

### 4.1　等向应力条件下的应力-应变关系

等向应力条件下的应力-应变关系是剑桥类弹塑性本构模型的基础. 对于正常固结粘土,弹塑性体积应变($\varepsilon_v^e$,$\varepsilon_v^p$)和球应力的对数值 $\ln p$ 之间存在线性关系,然而,对于砂土,在等向固结情况下,以上提到的线性关系不再成立. 1989 年,Nakai 提出[11]:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_v^e &= C^e\{(p/p_r)^m-(p_0/p_r)^m\}\\ \varepsilon_v^{ep} &= C^{ep}\{(p/p_r)^m-(p_0/p_r)^m\}\\ \varepsilon_v^p &= (C^{ep}-C^e)\{(p/p_r)^m-(p_0/p_r)^m\}\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

式中,$p_0$ 为初始球应力;$p_r$ 为参考压力,一般可以取 98 kPa;$C^{ep}$为弹塑性压缩指数;$C^e$ 为弹性压缩指数;$m$ 为土性常数,一般可以取 0.3.

### 4.2　屈服函数和本构方程

屈服函数采用修正剑桥模型的椭圆形屈服面(见图 9),如下所示:

$$f=p+\frac{q^2}{M^2p}-p_x=0\quad(7)$$

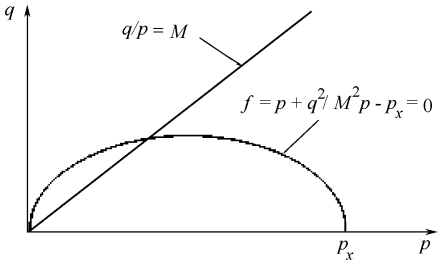



图 9　修正剑桥模型的屈服面形状

总应变增量可以表示为弹性应变增量和塑性应变增量之和,如下所示:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}=d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e+d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p\quad(8)$$

弹性应变增量可以采用下式计算:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e=\frac{1+v}{E}d\boldsymbol{\sigma}_{ij}-\frac{3v}{E}dp\boldsymbol{\delta}_{ij}\quad(9)$$

其中

$$E=\frac{3(1-2v)p_r^m}{mC^e p^{m-1}}$$

根据相关联流动法则,塑性应变增量可以表示为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^p=\Lambda\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{ij}}\quad(10)$$

式中,$\Lambda$ 是塑性因子,因硬化参数的不同而不同.

如果采用不同的硬化参数,屈服函数的具体形式也会有区别,以下就硬化参数分别为 $\varepsilon_v^p$,$W_p$ 和 $H$ 推导出不同的本构方程,对比计算其在预测砂土应力-应变关系上的异同. 另外推导全部基于三轴压缩应力状态,对于一般应力状态,只需将应力量按式(1)转换成相应的变换应力空间中的应力量即可.

#### 4.2.1　选用 $\varepsilon_v^p$ 作为硬化参数

选用 $\varepsilon_v^p$ 作为硬化参数即认为在同一个屈服面上 $\varepsilon_v^p$ 保持不变. 根据 Nakai 提出的等向固结的应力-应变关系[11],屈服面与 $p$ 轴的交点 $p_x$ 可以表示为

$$p_x = p_r \left\{ \frac{\varepsilon_v^p}{C^{ep} - C^e} + \left( \frac{p_0}{p_r} \right)^m \right\}^{1/m} \tag{11}$$

将式(11)代入式(7)可得

$$f_{vp} = \frac{1}{K_0} \left\{ \left[ \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right]^m - 1 \right\} - \varepsilon_v^p = 0 \tag{12}$$

其中

$$K_0 = \left( \frac{p_r}{p_0} \right)^m \frac{1}{C^{ep} - C^e}$$

联立式(10)和式(12):

$$\Lambda = - \left( \frac{\partial f_{vp}}{\partial p} \mathrm{d}p + \frac{\partial f_{vp}}{\partial q} \mathrm{d}p \right) \left( \frac{\partial f_{vp}}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial f_{vp}}{\partial p} \right)^{-1} \tag{13}$$

其中

$$\frac{\partial f_{vp}}{\partial p} = \frac{m}{K_0} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^{m-1} \left( \frac{1}{p_0} - \frac{q^2}{M^2 p^2 p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_{vp}}{\partial q} = \frac{m}{K_0} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^{m-1} \left( \frac{2q}{M^2 p p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_{vp}}{\partial \varepsilon_v^p} = -1$$

将以 $\varepsilon_v^p$ 作为硬化参数的模型命名为 VP 模型.

4.2.2 选用 $W_p$ 作为硬化参数

在一般应力条件下,$W_p$ 可以表示为

$$W_p = \int (p \mathrm{d}\varepsilon_v^p + q \mathrm{d}\varepsilon_d^p) \tag{14}$$

选用 $W_p$ 作为硬化参数即认为在同一个屈服面上 $W_p$ 保持不变. 因此等向压缩状态下的 $W_p$ 和一般应力条件下的 $W_p$ 相等. 对于等向压缩状态,$W_p$ 可以表示为

$$W_p = \int p \mathrm{d}\varepsilon_v^p = K_1 (p_x^{m+1} - p_0^{m+1}) \tag{15}$$

其中

$$K_1 = \frac{m(C^{ep} - C^e)}{(m+1) p_r^m}$$

将式(15)代入式(7)可得

$$f_w = \frac{1}{K_2} \left[ \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^{m+1} - 1 \right] - W_p = 0 \tag{16}$$

其中

$$K_2 = \frac{(m+1) p_r^m}{m(C^{ep} - C^e)\, p_0^{m+1}}$$

联立式(10)和式(16)得

$$\Lambda = - \left( \frac{\partial f_w}{\partial p} \mathrm{d}p + \frac{\partial f_w}{\partial q} \mathrm{d}q \right) \cdot \left( p \frac{\partial f_w}{\partial W_p} \frac{\partial f_w}{\partial p} + q \frac{\partial f_w}{\partial W_p} \frac{\partial f_w}{\partial q} \right)^{-1} \tag{17}$$

其中

$$\frac{\partial f_w}{\partial p} = \frac{m+1}{K_2} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^m \left( \frac{1}{p_0} - \frac{q^2}{M^2 p^2 p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial q} = \frac{m+1}{K_2} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^m \left( \frac{2q}{M^2 p p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial W_p} = -1$$

将以 $W_p$ 作为硬化参数的模型命名为 WP 模型.

4.2.3 选用 $H$ 作为硬化参数

选用 $H$ 作为硬化参数即认为在同一个屈服面上 $H$ 保持不变. 因此等向压缩状态下的 $H$ 和一般应力条件下的 $H$ 相等. 对于等向压缩状态,$H$ 可以表示为

$$H = \varepsilon_v^p = (C^{ep} - C^e) [(p_x/p_r)^m - (p_0/p_r)^m] \tag{18}$$

将式(18)代入式(7)可得

$$f_H = \frac{1}{K_0} \left[ \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^m - 1 \right] - H = 0 \tag{19}$$

联立式(10)和式(19)得

$$\Lambda = - \frac{M_f^4}{M^4} \frac{M^4 - \eta^4}{M_f^4 - \eta^4} \cdot \left( \frac{\partial f_H}{\partial p} \mathrm{d}p + \frac{\partial f_H}{\partial q} \mathrm{d}q \right) \left( \frac{\partial f_H}{\partial H} \frac{\partial f_H}{\partial p} \right)^{-1} \tag{20}$$

其中

$$\frac{\partial f_H}{\partial p} = \frac{m}{K_0} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^{m-1} \left( \frac{1}{p_0} - \frac{q^2}{M^2 p^2 p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_H}{\partial q} = \frac{m}{K_0} \left( \frac{p}{p_0} + \frac{q^2}{M^2 p p_0} \right)^{m-1} \left( \frac{2q}{M^2 p p_0} \right)$$

$$\frac{\partial f_H}{\partial H} = -1$$

将以 $H$ 作为硬化参数的模型命名为 H 模型.

## 5 不同硬化参数模型试验验证对比

VP 模型、WP 模型和 H 模型除了采用不同的硬化参数之外,其余部分均完全相同. 以上 4 个本构方程在预测试验结果方面所体现出的差异即体现出硬化参数选取的优劣. 模型参数取自饱和塔克拉玛干沙漠砂[14],如图 10 所示,其中 $M$ =

1.27, $M_f$ = 1.76, $C^{ep}$ = 1.22, $C^e$ = 0.6, $v$ = 0.

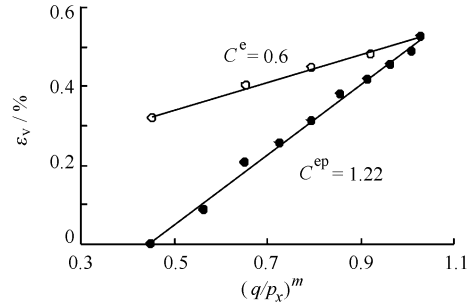
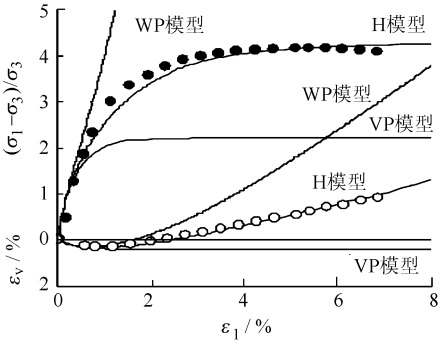
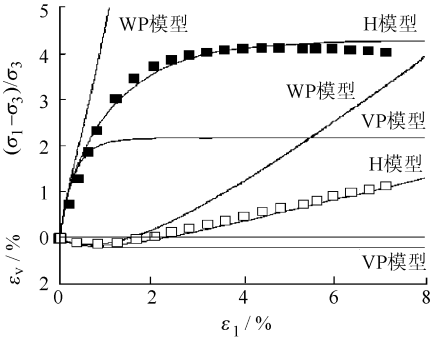



图 10　等向压缩条件下沙漠砂的试验结果拟合

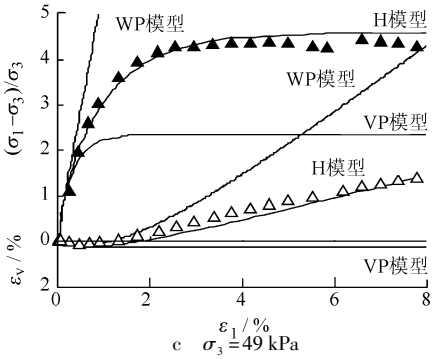
饱和塔克拉玛干沙漠砂在不同围压下的试验结果(见图 11)表明,以$\varepsilon_v^p$ 作为硬化参数的 VP 模型可以大概地反映砂土在临界状态下的塑性流动,但预测的并不理想;更重要的是,VP 模型不能反映出砂土的剪胀性.




a　$\sigma_3$ = 147 kPa




b　$\sigma_3$ = 98 kPa




c　$\sigma_3$ = 49 kPa

图 11　3 种围压下饱和塔克拉玛干沙漠砂的试验结果和预测

选用 $W_p$ 作为硬化参数的 WP 模型虽然可以反映砂土剪胀性的大概规律,但是预测的结果却不理想;另外 WP 模型不能反映砂土在临界状态下的塑性流动. 以 $H$ 作为硬化参数的 H 模型模拟了砂土的临界状态和剪胀性 2 个基本特性,可以较好地预测出砂土的应力-应变关系. 以上的试验结果证实了 $H$ 作为硬化参数适用性.

## 6　结　论

硬化参数的选取或构造必须满足应力路径无关性,而一般常用的硬化参数($\varepsilon_v^p$, $\varepsilon_d^p$, $\varepsilon_v^p$ 和$\varepsilon_d^p$ 的某种组合,如清华模型中的 $h$)均不能很好地满足这一要求,而 $H$ 体现出良好的应力路径无关性. 另一方面,硬化参数要能体现出砂土的基本力学特性,比如剪胀性和临界状态,$W_p$ 作为硬化参数虽然基本满足应力路径无关性和剪胀性,但是不能反映出砂土的临界状态特性. 将 $H$ 应用到修正剑桥模型中去可以较好地反映出砂土的剪胀性和临界状态特性.

### 参考文献(References)

[1] 王仁, 熊祝华, 黄文彬. 塑性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1982:153-161
Wang Ren, Xiong Zhuhua, Huang Wenbin. Foundation of plasticity[M]. Beijing: Science Press, 1982: 153-161 (in Chinese)

[2] Yao Y P, Luo T, Sun D A, et al. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2):240-246

[3] Roscoe K H, Schofield A N, Thurairajah A. Yielding of clay in states wetter than critical[J]. Geotechnique, 1963, 13 (3): 211-240

[4] Roscoe K H, Burland J B. Engineering plasticity[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535-609

[5] Lade P V, Duncan J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surface[J]. Int J Solids and Struct, 1977, 13(11): 1019-1035

[6] 李广信. 土的三维本构关系的探讨与模型验证[D]. 北京: 清华大学水利系,1985
Li Guangxin. A study of three-dimensional constitutive relationship of soils and an examination of various models[D]. Beijing: Hydraulic Engineering Department, Tsinghua University, 1985 (in Chinese)

[7] Matsuoka H, Yao Y P, Sun D A. The cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. Soils and Foundations, 1999, 39 (1):81-95

[8] Yao Y P, Sun D A. Application of lade's criterion to cam-clay model[J]. ASCE J Engrg Mech, 2000, 126(1): 112-119

[9] Yao Y P, Sun D A. Application of lade's criterion to cam-clay model (closure) [J]. ASCE J Engrg Mech, 2001, 127(6): 631-633

[10] Yao Y P, Lu D C, Zhou A N, et al. Generalized non-linear

strength theory and transformed stress space[J]. Science in China, Ser E: Engineering & Materials Science, 2004, 47(6):691-709

[11] Nakai T. An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stress path dependency in the three-dimensional stress[J]. Soils and Foundations, 1989, 29(1):119-137

[12] 邹博, 姚仰平, 路德春. 变换应力三维化方法在清华模型中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(23): 4303-4307
Zou Bo, Yao Yangping, Lu Dechun. Tsinghua model revised by SMP criterion[J]. Chinese J Rock Mech and Engrg, 2005, 24(23): 4303-4307(in Chinese)

[13] Wroth C P, Houlsby G T. Soil mechanics-property characterization and analysis procedures[C]//Proc 11th Int Conf Soil Mech and Found Engrg. San Francisco, Calif: ISSMFE, 1985: 1-55

[14] 姚仰平, 罗汀. 新的变换应力空间及其应用[C]// 第七届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集. 大连: 大连理工大学出版社, 2001: 16-22
Yao Yangping, Luo Ting. New transformed stress space and its application[C]// Proc of 7th Numerical Calculation and Analysis on Geomechanics. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2001: 16-22(in Chinese)

(上接第 1167 页)

[6] Bang H C, Oh C S. Predictive control for the attitude maneuver of a flexible spacecraft [J]. Aerospace Science and Technology, 2004, 8:443-452

[7] Hegrenaes O, Gravdahl J T, Tondel P. Spacecraft attitude control using explicit model predictive control [J]. Automatica, 2005, 41: 2107-2114

[8] 鲍巍, 杨明, 王子才. 基于模糊控制的拦截弹姿态控制器设计方法研究[J]. 航天控制, 2005, 23(1):51-57
Bao Wei, Yang Ming, Wang Zicai. Research on the method for designing interceptor fuzzy controller [J]. Aerospace Control, 2005, 23(1):51-57(in Chinese)

[9] 乔溪荣, 李宝绶. 模糊神经网络控制器及其在航天器姿态控制系统中的应用研究[J]. 航天控制, 1998, 1:12-18
Qiao Xirong, Li Baoshou. A fuzzy neural network controller and its application study for the spacecraft attitude control system [J]. Aerospace Control, 1998, 1:12-18(in Chinese)

[10] 陈虹, 刘志远, 解小华. 非线性模型预测控制的现状与问题[J]. 控制与决策, 2001, 16(4):385-391
Chen Hong, Liu Zhiyuan, Xie Xiaohua. Nonlinear model predictive control: the state and open problems [J]. Control and Decision, 2001, 16(4):385-391(in Chinese)

[11] 诸静. 智能预测控制及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000:21-22
Zhu Jing. Intelligent predictive control and application[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2000: 21-22(in Chinese)

[12] Campbell Murray, Hoane Jr A Joseph, Hsu Feng-Hsiung. Deep blue [J]. Artificial Intelligence, 2002, 134:57-83

[13] Xia Yuou, Hooka Hikaru. Application of tree search to the swinging control of a pendulum [J]. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, 1992, 22(5):1193-1198

[14] Lincoln B, Bernhardsson B. LQR optimization of linear system switching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10):1701-1705