寡头垄断企业战略投资期权博弈模型

邱菀华 余冬平

(北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083) (中央财经大学 国防经济与管理研究院, 北京 100081)

摘 要: 研究了寡头垄断企业战略投资决策行为,系统分析了不完全竞争环境下最优实物期权执行战略均衡规则. 研究表明:负的外部性下存在抢先/序贯和同时投资 3 类均衡,而正的外部性下只存在同时投资均衡;企业价值和最优投资临界值都随市场不确定性增大而增大;竞争互动加速了企业投资,甚至当企业数目趋于无穷大的时候,其投资临界值位于垄断与马歇尔投资临界值之间.

关 键 词: 投资决策; 实物期权; 期权博弈; 寡头垄断

中图分类号: F 830.59

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)10-1220-06

Option games model of firm's investment strategy in oligopoly

Qiu Wanhua

(School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Yu Dongping

(Institute of National Defense Economy and Management, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China)

Abstract: The firm's investment strategy was examined in oligopoly and the firm's optimal equilibrium exercise strategy of real options was analyzed systemically under incomplete competition. The research shows that there are three equilibriums, such as preemption, sequence and simultaneous investment, when existing negative externalities, However, there is just simultaneous investment equilibrium, when positive externalities. The firm's value and optimal investment threshold increase with the raise of market uncertainty. Competitive interaction accelerates investment, furthermore the threshold is between monopolistic investment threshold and Marshallian investment tlhreshold, even though the firm number is infinite.

Key words: investment decision; real options; option games; oligopoly

期权博弈作为一种全新的思维和方法,已成为当前不确定和竞争环境下企业战略投资决策领域研究的热点,特别是最近 5 年来得到了快速发展. 现有的研究多为 2 家企业情形,如文献[1-6];而研究多家企业的则较少,如文献[7-8]. Bouis 等[9]在文献[1-2]基础上考察了 3 家企业的情形,Kijima[10]建立了多家企业新市场战略进入决策模型. 但 Kijima 的研究有许多错误,包括企业价值函数和投资临界值推导,以及均衡投资策略的分析. 他的结论主要建立在 Leahy[11]的观点之上,即最优竞争均衡策略不考虑潜在投资者进入决策的影响,每家企业决策采取的都是一种孤立的近视投资行为. 而事实上,对于多家竞争企业,必须考虑它们之间策略互动的影响,每家企业不仅要在等待和抢先进入的战略价值之间取得权衡,而且要在当前投资、下次投资和最后投资所获得的价值之间取得权衡,最终寻求一种最大的均衡收益. 因此,Kijima[10]与 Bouis 等[9]的研究会出现了明显相悖的结论.

本文将文献[1-2,4,6,9]的模型扩展到具有多家企业的寡头垄断市场情形. 首先在给出企业价值函数严格推导的基础上,分别考虑正和负的

收稿日期: 2006-05-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70372011); 高校博士点专项科研基金资助项目(20030006009)

作者简介: 邱菀华(1946-),女,江西临川人,教授,cnwhqiu@ yahoo. com.

投资外部性 2 种情况,对企业最优均衡投资策略进行深入地研究,比较分析了各投资临界值间的特点,探讨了各参数变化对最优投资临界值及均衡的形成所产生的影响,并结合具体数值释例来说明本文模型的具体应用. 本文的研究可以对企业战略投资项目的估价和管理决策的实践,提供一个理论指导和数量分析支持平台.

1　模　型

1.1　基本假设

在连续时间内,考虑市场上 $n \in N$ 家企业具有同一新的项目投资机会. 企业均为对称、理性和风险中性,目标是实现收益的最大化. 投资是不可逆的且初始投资成本均为 I. 企业的收益流是不确定的,它受到一个随机市场需求冲击的影响,以变量 $Y=(Y(t):t\geqslant 0)$ 来描述,它服从几何布朗运动:

$$\mathrm{d}Y(t)=\mu Y(t)\mathrm{d}t+\sigma Y(t)\mathrm{d}\omega(t) \tag{1}$$

式中,$\mu\in(0,r)$,$\sigma>0$ 分别为瞬时漂移率和波动率;$r>0$ 为无风险利率;$\mathrm{d}\omega(t)$ 为标准维纳过程增量.

企业的收益流不仅依赖于 Y,而且取决于企业的战略行动. 设有 $k\leqslant n$ 家企业已经进入市场,则每家企业在时刻 $t(\geqslant 0)$ 的瞬时收益流表示为

$$\pi_t(Y)=Y(t)D(k) \tag{2}$$

式中,$D(k)$ 为收益流确定性乘子参数.

当投资具有负的外部性,且先投资具有先动优势时:

$$D(1)>D(2)>\cdots>D(n) \tag{3}$$

当投资具有正的外部性,且后投资具有后动优势时:

$$D(1)<D(2)<\cdots<D(n) \tag{4}$$

1.2　企业价值函数

1.2.1　最后 1 家企业的价值函数

设有$(n-1)$家企业已经投资,还剩最后 1 家企业尚未投资,此时为垄断市场情形. 在当前时刻 $t>T^*_{n-1}$(T^*_{n-1}为第$(n-1)$家企业最优投资时机)第 n 家企业的价值可表示为

$$V_n(Y)=E_t\left\{\int_{T_n^*}^{\infty}\mathrm{e}^{-r(s-t)}Y(s)D(n)\mathrm{d}s-\mathrm{e}^{-r(T_n^*-t)}I\right\} \tag{5}$$

式中,$T_n^*=\inf(t\geqslant 0\mid Y\geqslant Y_n^*)$;最优投资临界值 Y_n^* 为

$$Y_n^*=\frac{\beta}{\beta-1}\cdot\frac{r-\mu}{D(n)}\cdot I \tag{6}$$

式中,$\beta=\frac{1}{2}-\frac{\mu}{\sigma^2}+\sqrt{\left(\frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{2r}{\sigma^2}}>1$. 于是,最后 1 家企业的价值函数表达式为

$$V_n(Y)=\begin{cases}\left(\dfrac{Y}{Y_n^*}\right)^{\beta}\left(\dfrac{Y_n^*D(n)}{r-\mu}-I\right) & Y<Y_n^*\\ \dfrac{YD(n)}{r-\mu}-I & Y\geqslant Y_n^*\end{cases} \tag{7}$$

1.2.2　倒数第 2 家企业的价值函数

设有$(n-2)$家企业已经投资,仅剩最后 2 家企业还未投资,此时为双头垄断市场情形. 在当前时刻 $t>T^*_{n-2}$作为双头垄断市场的领先者即倒数第 2 家企业的价值可表示为

$$V_{n-1}(Y)=E_t\left\{\int_{T_{n-1}^*}^{T_n^*}\mathrm{e}^{-r(s-t)}Y(s)D(n-1)\mathrm{d}s-\mathrm{e}^{-r(T_{n-1}^*-t)}I\right\}+E_t\int_{T_n^*}^{\infty}\mathrm{e}^{-r(s-t)}Y(s)D(n)\mathrm{d}s \tag{8}$$

式中,$T_{n-1}^*=\inf(t\geqslant 0\mid Y\geqslant Y_{n-1}^*)<T_n^*$;$Y_{n-1}^*$为相应的投资临界值,满足下列方程:

$$\frac{Y_{n-1}^*D(n-1)}{r-\mu}-I=\left(\frac{Y_{n-1}^*}{Y_n^*}\right)^{\beta}\left(\frac{Y_n^*D(n-1)}{r-\mu}-I\right) \tag{9}$$

于是,倒数第 2 家企业的价值函数表达式为

$$V_{n-1}(Y)=\begin{cases}\left(\dfrac{Y}{Y_{n-1}^*}\right)^{\beta}\left(\dfrac{Y_{n-1}^*D(n-1)}{r-\mu}-I\right)-\left(\dfrac{Y}{Y_n^*}\right)^{\beta}\cdot\dfrac{Y_n^*(D(n-1)-D(n))}{r-\mu} & Y<Y_{n-1}^*\\ \dfrac{YD(n-1)}{r-\mu}-I-\left(\dfrac{Y}{Y_n^*}\right)^{\beta}\cdot\dfrac{Y_n^*(D(n-1)-D(n))}{r-\mu} & Y_{n-1}^*\leqslant Y<Y_n^*\\ \dfrac{YD(n)}{r-\mu}-I & Y\geqslant Y_n^*\end{cases} \tag{10}$$

1.2.3　一般情形下企业的价值函数

设有$(k-1)$家企业已经投资,此时为一般寡头垄断市场情形. 在当前时刻 $t>T^*_{k-1}$第 k 家企业价值可表示为

$$V_k(Y)=E_t\left\{\int_{T_k^*}^{T_{k+1}^*}\mathrm{e}^{-r(s-t)}Y(s)D(k)\mathrm{d}s-\mathrm{e}^{-r(T_k^*-t)}I\right\}+E_t\left\{\sum_{j=k+1}^{n-1}\int_{T_j^*}^{T_{j+1}^*}\mathrm{e}^{-r(s-t)}Y(s)D(j)\mathrm{d}s\right\}+$$

$$E_t\left\{\int_{T_n^*}^{\infty} e^{-r(s-t)}Y(s)D(n)\,ds\right\} \tag{11}$$

式中，$T_k^*=\inf(t\geqslant 0\mid Y\geqslant Y_k^*)<T_{k+1}^*$；$Y_k^*$ 为相应投资临界值，满足下列方程：

$$\frac{Y_k^*D(k)}{r-\mu}-I=\left(\frac{Y_k^*}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(\frac{Y_{k+1}^*D(k)}{r-\mu}-I\right) \tag{12}$$

则第 k 家企业的价值函数表达式为

$$V_k(Y)=\begin{cases}\left(\dfrac{Y}{Y_k^*}\right)^{\beta}\left(\dfrac{Y_k^*D(k)}{r-\mu}-I\right)-\displaystyle\sum_{j=k+1}^{n}\left(\dfrac{Y}{Y_j^*}\right)^{\beta}\cdot\dfrac{Y_j^*(D(j-1)-D(j))}{r-\mu} & Y<Y_k^*\\ \dfrac{YD(k)}{r-\mu}-I-\displaystyle\sum_{j=k+1}^{n}\left(\dfrac{Y}{Y_j^*}\right)^{\beta}\cdot\dfrac{Y_j^*(D(j-1)-D(j))}{r-\mu} & Y_k^*\leqslant Y<Y_{k+1}^*\end{cases} \tag{13}$$

1.3 企业最优投资临界值

1.3.1 负的外部性

以 $W_k(Y)$ $(k\leqslant n)$ 表示第 k 家企业投资之前的期望价值，即式(13)第1行. 当 $k=n-1$ 时，为双头垄断情形，根据文献[4]的结论，第 $(n-1)$ 家企业投资之前的期望价值应该等于第 n 家企业的价值，即 $W_{n-1}(Y)=V_n(Y)$. 另由文献[12]的“租金均衡原理”知一定存在唯一抢先投资临界值 Y_{n-1}^* 满足式

$$Y_{n-1}^*=\inf\{Y\in(0,Y_n^*)\mid V_{n-1}(Y)=W_{n-1}(Y)\} \tag{14}$$

于是，有式(9)成立. 同理，对于任意的 k 有式(12)成立，但 Y_k^* 存在必须满足下列一定条件.

定理1 方程式(12)中投资临界值 Y_k^* 存在，当且仅当

$$Y_{k+1}^*>Y_k^{\mathrm{M}} \tag{15}$$

成立. 式中，$Y_k^{\mathrm{M}}=\dfrac{\beta}{\beta-1}\cdot\dfrac{r-\mu}{D(k)}\cdot I$ 为第 k 家企业处于垄断情形的投资临界值.

证明 由式(12)定义：

$$\varphi_k(Y)=\frac{YD(k)}{r-\mu}-I+\left(\frac{Y}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(I-\frac{Y_{k+1}^*D(k)}{r-\mu}\right)$$

$\varphi_k(Y_k^*)=0$，Y_k^* 为其最小正的零值点. 要证 $Y_k^*<Y_{k+1}^*$，即证 $\varphi_k(0)<0$，$\varphi_k(Y_{k+1}^*)=0$，$\varphi_k'(Y_{k+1}^*)<0$，$\varphi_k''(Y)<0(\forall Y\geqslant 0)$ 成立即可. 显然，$\varphi_k(0)=-I<0$，$\varphi_k(Y_{k+1}^*)=0$，$\varphi_k'(Y_{k+1}^*)=\dfrac{\beta I}{Y_{k+1}^*}-\dfrac{(\beta-1)D(k)}{r-\mu}$，要使 $\varphi_k'(Y_{k+1}^*)<0$，当且仅当 $Y_{k+1}^*>Y_k^{\mathrm{M}}$ 成立. 因 $Y_{k+1}^*>\dfrac{r-\mu}{D(k)}\cdot I$，于是 $\varphi_k''(Y)=\beta(\beta-1)Y^{\beta-2}(Y_{k+1}^*)^{-\beta}\left(I-\dfrac{Y_{k+1}^*D(k)}{r-\mu}\right)<0$. **证毕**

由此，式(12)表示了 Y_k^* 是第 k 家企业现在投资和等待下次投资的无差别点. 根据式(6)、式(9)和式(12)依次往前推算即可求出所有企业的最优投资临界值，但每步推算必须结合式(15). 若 Y_k^* 不存在，即式(15)不成立时，有 $Y_k^*=Y_{k+1}^*$.

1.3.2 正的外部性

由于正的外部性，如存在“网络利益”，更多企业进入市场将会有更大的收益流 $YD(n)$. 因此，在后动优势的驱动下，每家企业都倾向于延迟投资，直到 Y_n^* 到达同时投资对所有企业都是最优的策略，这实际上是一个消耗战博弈过程. 其中子博弈精练纳什均衡的最优投资临界值 Y_n^* 为

$$Y_n^*=\frac{\beta}{\beta-1}\cdot\frac{r-\mu}{D(n)}\cdot I \tag{16}$$

最优投资时机为 $T_n^*=\inf(t\geqslant 0\mid Y\geqslant Y_n^*)$. 式(16)虽然与式(6)相同，但式中 $D(n)$ 的具体含义不同.

2 均衡条件分析

企业投资角色是由内生所决定的，博弈均衡的状态取决于 $V_k(Y)$ 与 $W_k(Y)$ 的相对大小、最优投资临界值的存在，以及不同的投资外部性. 由于正的外部性下只存在同时均衡，因此本节只分析负的外部性下的均衡条件. 负的外部性下可能会出现抢先、序贯和同时投资3类均衡，如图1和图2所示.

需要指出的是，本文抢先均衡是指只要 Y_k^* 存在第 k 家企业即可进行抢先投资；序贯均衡是指对于所有企业 Y_k^* $(k\in(1,2,\cdots,n))$ 都存在时，

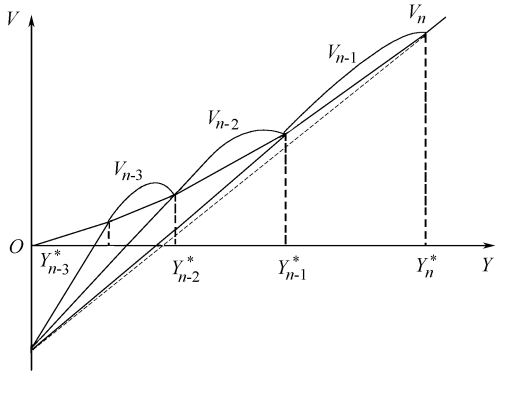


图1 抢先/序贯均衡时的企业价值曲线

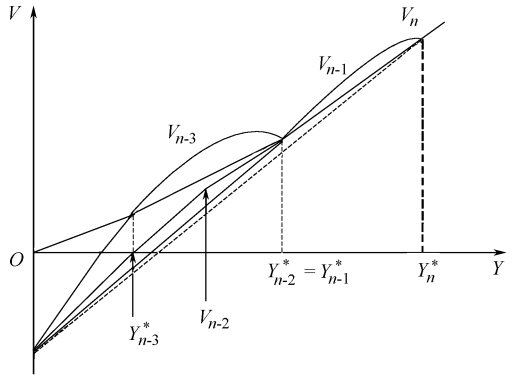


图 2　同时均衡时的企业价值曲线

它们会依次进行投资;同时均衡是指只要 Y_k^* 不存在,第 k 家企业会与第$(k+1)$家企业同时在Y_{k+1}^*投资. 由此,可以直接从定理 1 得到定理 2 和推论 1.

定理 2　若条件(15)满足,第 k 家企业抢先/序贯投资;否者,第 k 与第$(k+1)$家企业同时投资.

推论 1　若 $\varphi_{k+1}(Y_k^{\mathrm{M}})<0$,则第 k 家企业抢先投资;若 $\varphi_{k+1}(Y_k^{\mathrm{M}})\geqslant 0$,则第 k 与第$(k+1)$家企业同时投资. 特别地,当 $k=n-2$ 时,若 $D(n-1)<D^*(n-1)(\beta)$,则第 k 家企业抢先投资;若$D(n-1)\geqslant D^*(n-1)(\beta)$,则第 k 与第$(k+1)$家企业同时进行投资. 其中

$$\varphi_{k+1}(Y)=\frac{YD(k+1)}{r-\mu}-I+\left(\frac{Y}{Y_{k+2}^*}\right)^{\beta}\left(I-\frac{Y_{k+2}^*D(k+1)}{r-\mu}\right) \tag{17}$$

$$D^*(n-1)(\beta)=\frac{\beta-1}{\beta}\cdot\frac{(D(n-2))^{\beta}-(D(n))^{\beta}}{(D(n-2))^{\beta-1}-(D(n))^{\beta-1}} \tag{18}$$

证明　从定理 1 知,Y_k^* 存在当且仅当$Y_{k+1}^*>Y_k^{\mathrm{M}}$ 成立,且 $\varphi_{k+1}(Y)$是凹函数,在区域$(0,Y_{k+1}^*)$为负,在区域(Y_{k+1}^*,Y_{k+2}^*)为正. 此外,$Y_k^{\mathrm{M}}<Y_{k+1}^{\mathrm{M}}<Y_{k+2}^*$(不失一般性,假设$Y_{k+2}^*$存在). 由此,条件$Y_{k+1}^*>Y_k^{\mathrm{M}}$成立,即有 $\varphi_{k+1}(Y_k^{\mathrm{M}})<0$. 当 $k=n-2$ 时,将 Y_k^{M} 代入 $\varphi_{k+1}(Y)<0$ 即可得证.　**证毕**

3　均衡投资策略

负的投资外部性下,根据定理 2 与初始市场需求冲击 $Y(0)=y$ 的大小,即有下列规则 1 和规则 2.

规则 1　负的外部性下抢先/序贯均衡最优投资策略

①当 $y\in(0,Y_1^*)$ 时,所有企业均等待. ②当 $y\in[Y_1^*,Y_2^*)$ 时,一家企业立即抢先投资,其他$(n-1)$家企业分别在$Y_2^*,Y_3^*,\cdots,Y_n^*$ 依次抢先投资. ③当 $y\in[Y_k^*,Y_{k+1}^*)$ 时,k 家企业立即同时投资,其他$(n-k)$家企业分别在$Y_{k+1}^*,Y_{k+2}^*,\cdots,Y_n^*$ 依次抢先投资. ④当 $y\in[Y_n^*,\infty)$ 时,所有的企业立即同时投资.

规则 2　负的外部性下抢先/序贯与同时投资的混合策略

若 $y\in[Y_{k-1}^*,Y_{k+1}^*)$,$Y_{k-1}^*,Y_{k+1}^*$都存在时,$(k-1)$家企业立即同时投资,而第 k 家企业会等待Y_{k+1}^*到达时与第$(k+1)$家企业同时投资,而其他$(n-k-1)$家企业分别会在$Y_{k+2}^*,\cdots,Y_n^*$ 抢先/序贯或同时投资. 其他 y 所在区域可以依次类推.

同理,正的投资外部性下,可以得到规则 3.

规则 3　正的外部性下同时均衡最优投资策略

1)当 $y\in(0,Y_n^*)$,所有企业均衡等待;

2)当 $y\in[Y_n^*,\infty)$ 时,所有的企业立即同时去投资.

4　比较静态分析

4.1　投资临界值之间的关系

定理 3　对于任意的 $k\in\{1,2,\cdots,n-1\}$,只要Y_k^* 存在,即有$Y_k^{\mathrm{N}}<Y_k^*<Y_k^{\mathrm{M}}$,其中$Y_k^{\mathrm{N}},Y_k^{\mathrm{M}}$ 分别为马歇尔和垄断投资临界值:

$$Y_k^{\mathrm{N}}=\frac{r-\mu}{D(k)}\cdot I$$

$$Y_k^{\mathrm{M}}=\frac{\beta}{\beta-1}\cdot\frac{r-\mu}{D(k)}\cdot I \tag{19}$$

证明　由式(17)可知 $\varphi_k(Y)$是凹函数,在区域$(0,Y_k^*)$为负,在区域(Y_k^*,Y_{k+1}^*)为正. 因Y_k^* 存在,有 $Y_{k+1}^*>Y_k^{\mathrm{M}}$,又 $\varphi_k(Y_{k+1}^*)=0$,所以只需证 $\varphi_k(Y_k^{\mathrm{N}})<0,\varphi_k(Y_k^{\mathrm{M}})>0$ 即可. 于是,可以得到

$$\varphi_k(Y_k^{\mathrm{N}})=\left(\frac{Y_k^{\mathrm{N}}}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(I-\frac{Y_{k+1}^*D(k)}{r-\mu}\right)<\left(\frac{Y_k^{\mathrm{N}}}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(I-\frac{Y_k^{\mathrm{M}}D(k)}{r-\mu}\right)=-\left(\frac{Y_k^{\mathrm{N}}}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\frac{I}{\beta-1}<0$$

$$\varphi_k(Y_k^{\mathrm{M}})=I\left\{\frac{1}{\beta-1}-\left(\frac{Y_k^{\mathrm{M}}}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\cdot\left(\frac{\beta}{\beta-1}\frac{Y_{k+1}^*}{Y_k^{\mathrm{M}}}-1\right)\right\}$$

定义函数:$f_k(a)=(\beta-1)I^{-1}\varphi(Y_k^{\mathrm{M}})$,$a=Y_k^{\mathrm{M}}/Y_{k+1}^*\in(0,1)$,$f_k(a)=1-\beta a^{\beta-1}+(\beta-1)a^{\beta}$. 由此,要证 $\varphi_k(Y_k^{\mathrm{M}})>0$,即证 $a\in(0,1)$ 时 $f_k(a)>0$. 因 $f_k(1)=0$,$f_k'(a)=\beta(\beta-1)a^{\beta-2}(a-1)<0$,定理立即得证.　**证毕**

根据定理3,对于任意的 $k\in\{1,2,\cdots,n-1\}$, Y_k^* 都存在时,立即得到

$$Y_1^{\mathrm{N}}<Y_1^*<Y_1^{\mathrm{M}}<Y_2^*<Y_2^{\mathrm{M}}<Y_3^*<\cdots<Y_{n-1}^{\mathrm{M}}<Y_n^*=Y_n^{\mathrm{M}} \tag{20}$$

上式说明了战略互动的存在加速了企业投资,并且要早于最优垄断投资临界值点.

4.2 不确定性对最优投资临界值及均衡的影响

定理4 企业最优投资临界值 Y_k^* 是需求不确定性 σ 的增函数,即不确定性越大,企业越倾向于延迟投资.

证明 由式(19)求导数:

$$\frac{\partial Y_k^{\mathrm{M}}}{\partial\sigma}=-\frac{1}{(\beta-1)^2}\cdot\frac{r-\mu}{D(k)}\cdot I\cdot\frac{\partial\beta}{\partial\sigma}>0$$

,可知垄断投资临界值是 σ 的增函数. 另由式(17)知, Y_k^* 是方程式

$$\frac{YD(k)}{r-\mu}-I=\left(\frac{Y}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\frac{Y_{k+1}^*}{Y_k^{\mathrm{M}}}-1\right)I \qquad Y\in(0,Y_{k+1}^*) \tag{21}$$

的唯一解. 定义函数: $h(\beta)=\left(\frac{Y}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\xi_k-1\right)$, 其中 $\xi_k=\frac{Y_{k+1}^*}{Y_k^{\mathrm{M}}}$. 又由 $h'(\beta)=\left(\frac{Y}{Y_{k+1}^*}\right)^{\beta}\cdot\left[\left(\frac{\beta}{\beta-1}\xi_k-1\right)\log\frac{Y}{Y_{k+1}^*}-\frac{\xi_k}{(\beta-1)^2}\right]$, 而在 $Y=Y_k^*$, 有 $h'(\beta)<0$ 成立,式(21)右边减少,而左边与 β 无关,因此方程的解将随之减小. 又 β 是 σ 的减函数,因此,定理即可得证. **证毕**

对于不确定性 σ 对均衡的影响,只需分析定理1和推论1中均衡条件随 σ 的变化. 由定理4知, Y_k^{M} 和 Y_{k+1}^* 都随 σ 增大,鉴于分析 n 家企业的复杂性,本文只分析 $k=n-2$ 时的情形.

定理5 随着需求不确定性 σ 的增大,第 k $(=n-2)$ 家企业会逐渐倾向于由抢先/序贯投资转向与第 $(k+1)$ 家企业同时投资.

证明 由推论1知,只需证 $\frac{\partial D^*(n-1)(\beta)}{\partial\sigma}<0$ 即可. 令 $D^*(n-1)(\beta)=D(n-2)f(\beta)$, 其中, $f(\beta)=\frac{\beta-1}{\beta}\frac{1-y^{\beta}}{1-y^{\beta-1}}$, $y=\frac{D(n)}{D(n-2)}<1$. 而 $\frac{\partial f(\beta)}{\partial\beta}=\frac{\phi(\beta)}{\beta^2(1-y^{\beta-1})^2}$, 其中, $\phi(\beta)=(1-y^{\beta-1})\cdot(1-y^{\beta})+\beta(\beta-1)y^{\beta-1}(1-y)\log(y)$, 且 $\phi(1)=0$. $\frac{\partial\phi(\beta)}{\partial\beta}=y^{\beta-1}\log(y)\psi(\beta)$, 其中, $\psi(\beta)=2y^{\beta}+(1-y)\log(y)\beta^2+(1-y)(2-\log(y))\beta-2$, 且有 $\psi(1)=0$. 进一步可证得对于 $\beta\in(1,\infty)$ 时,有 $\left.\frac{\partial\psi(\beta)}{\partial\beta}\right|_{\beta=1}<0$, $\frac{\partial^2\psi(\beta)}{\partial\beta^2}<0$, $\psi(\beta)<0$. 于是就有 $\frac{\partial\phi(\beta)}{\partial\beta}>0$, $\phi(\beta)>0$, $\frac{\partial f(\beta)}{\partial\beta}>0$. 因而可以得到 $\frac{\partial D^*(n-1)(\beta)}{\partial\sigma}=D(n-2)\frac{\partial f(\beta)}{\partial\beta}\frac{\partial\beta}{\partial\sigma}<0$, 即 $D^*(n-1)(\beta)$ 的值随着 σ 增大而变小,第 k $(=n-2)$ 家企业的抢先投资临界值 Y_k^* 不存在可能性就越大,亦即它与第 $(k+1)$ 家企业同时投资的可能性越大. **证毕**

4.3 市场大小对最优投资临界值及均衡的影响

1) 当存在某一确定的 n 值使得 $D(k)=D$(当 $k\geqslant n$ 时).

此种情形,无论是正还是负的外部性下,只要 $k\geqslant n$,先动优势或后动优势都会消失,每家企业的收益流均为 YD,价值函数与第 n 家企业完全相同. 这时相当于无战略竞争的情形,企业不必担心被抢先投资的威胁,只要 $y\geqslant Y_n^*$,企业是先投资还是后投资都是较少有利可图的,立即同时投资才是它们各自最优的策略. 因此,在此种情形下企业最优投资临界值和均衡战略与第3节相同.

2) 当 $n\to\infty$ 且 $D(k)\to 0$ $(k\to\infty)$,即存在负的外部性时.

在负的外部性下, $D(k)$ 严格单调递减,市场永远存在着一个先动优势,所有企业均有被抢先的威胁. 但只要某一临界水平到达,他们都会立即同时去投资,而此时有有限家企业投资的概率为0. 这个临界水平即为同时投资均衡的最优投资临界值点 Y^*. 结合定理3及式(20)知, $Y_1^{\mathrm{N}}<Y^*<Y_{\infty}^{\mathrm{M}}$.

3) 当 $n\to\infty$ 且 $D(k)\to\infty$ $(k\to\infty)$,即存在正的外部性时.

在正的外部性下, $D(k)$ 严格单调递增,市场永远存在着一个后动优势,所以企业都期望其他企业投资后自己跟随进行投资. 但只要某一临界水平到达,它们都会立即同时去投资,这个临界水平即为同时投资均衡的最优投资临界值 Y^{**}. 结合式(16)便知, $Y_{\infty}^{\mathrm{N}}<Y^{**}<Y_1^{\mathrm{M}}$.

5 数值释例及模型比较

下面举一个战略替代产品市场的例子. 设市场上有 n 家同质企业生产同一产品,随着市场条件的变化,它们最终会形成一种古诺产量均衡. 企业产品的反需求曲线为 $P(t)=X(t)(Q(t))^{-\frac{1}{\gamma}}$, 且 $X(t)$ 服从几何布朗运动: $\mathrm{d}X(t)=\mu_X X(t)\,\mathrm{d}t+\sigma_X X(t)\,\mathrm{d}z$; $Q(t)$ 为总产量; $\gamma(>1)$ 为弹性参数. 此

外企业均有相同的单位生产成本 c 和初始投资成本 I,市场无风险利率为 r. 于是,企业 i 的利润为

$$\pi_i(t) = (P(t) - c)q_i(t) \tag{22}$$

通过求解,得到最优产量为

$$q_i^*(t) = \frac{1}{n}\left(\frac{c}{X(t)}\frac{n\gamma}{n\gamma - 1}\right)^{-\gamma}$$

代入式(22)即有

$$\pi_i(t) = Y(t)D(n) \tag{23}$$

式中　$D(n) = \frac{1}{n}\left(\frac{c}{n\gamma - 1}\right)^{1-\gamma} \cdot (n\gamma)^{-\gamma}$

$$Y(t) = (X(t))^{\gamma}$$

$$\mathrm{d}Y(t) = \mu Y(t)\mathrm{d}t + \sigma Y(t)\mathrm{d}z$$

$$\mu = \gamma\mu_X + 1/2\gamma(\gamma - 1)\sigma_X^2$$

$$\sigma = \gamma\sigma_X$$

基本参数为 $r = 0.05$, $\mu_X = 0.02$, $\sigma_X = 0.2$, $\gamma = 1.25$, $c = 2$, $I = 5$.

1) 直接计算:$\mu = 0.0313$, $\sigma = 0.25$, $D(1) = 0.4499$, $D(2) = 0.1480$, $D(3) = 0.0692$, $D(4) = 0.0398$, $D(5) = 0.0258$;

2) 由式(19)计算:$Y_1^{\mathrm{M}} = 0.9950$, $Y_2^{\mathrm{M}} = 3.0243$, $Y_3^{\mathrm{M}} = 6.4717$, $Y_4^{\mathrm{M}} = 11.2576$, $Y_5^{\mathrm{M}} = 17.3768$;

3) 根据式(6)、式(9)、式(12)和式(15)计算:不同的 n 家企业最优抢先投资临界值与古诺均衡产量,见表 1.

4) 依据规则 1,就可以得到不同 n 家企业的均衡最优投资策略.

由此,这个例子说明了本文模型应用的基本思路和具体步骤. 同时,由表 1 还可以看出,企业的最优古诺均衡产量不仅随着市场条件变化而变化,而且也会随着竞争企业的进入而随之做出相应的调整,这也符合企业投资与管理决策的实际.

另外,根据上面所有的分析,本节将本文模型与 Dixit 和 Pindyck[1], Nielsen[2], Huisman[4], Pawlina 和 Kort[6], Bouis 等[9], Grenadier[7] 的模型进行了比较,见表 2.

通过比较可以看出,本文模型包含了上述几类模型所有情形,考虑的问题也比较系统和完整,而且也贴近于企业投资决策的实际背景,因此,本文模型更具有代表性. 另一方面,上面的数值例子也说明了本文模型具有可操作性和适用性,能够在提供数量分析支持平台的同时,为企业的战略投资决策实践提供有益的指导和帮助.

表 1　家企业最优抢先投资临界值与古诺均衡产量

n	Y_1^*	$q^*(T_1^*)$	Y_2^*	$q^*(T_2^*)$	Y_3^*	$q^*(T_3^*)$	Y_4^*	$q^*(T_4^*)$	Y_5^*	$q^*(T_5^*)$
1	0.9950	0.0560								
2	0.4903	0.0276	3.0243	0.3357						
3	0.6421	0.0361	1.7494	0.1943	6.4717	0.6155				
4	0.5611	0.0316	2.2830	0.2534	4.2005	0.3995	11.2576	0.8953		
5	0.6062	0.0341	1.9325	0.2145	5.4077	0.5143	7.8789	0.6266	17.3768	1.1751

表 2　本文模型与几类模型的比较

模型	市场结构	考虑外部性	$D(n)$或$D_{N_iN_j}$	投资临界值	产量决策	均衡
D&P 模型[1]	2 家	负	外生给定	抢先和同时		抢先与同时均衡
N 模型[2]	2 家	正和负	外生给定	抢先和同时		抢先与同时均衡
H 模型[4]	2 家	负	外生给定	抢先和同时		抢先与同时均衡
P&K 模型[6]	2 家	负	外生给定	抢先、序贯与同时		抢先、序贯与同时均衡
B&H&K 模型[9]	3 家	负	外生给定	序贯与同时,但 D&P 模型[1]和 N 模型[2]相比,第 1 家企业投资要滞后,而第 2 家企业投资要提前		序贯与同时均衡
G 模型[7]	n 家	负	内生决定	唯一均衡投资临界值	唯一对称均衡产量	唯一对称纳什均衡
本文模型	n 家	正和负	内生决定	抢先、序贯与同时,具体投资临界值会因市场结构 n 不同而不同,参见表 1	均衡产量随市场需求与结构的变化及时地作出相应调整	抢先、序贯与同时及它们的混合均衡

(下转第 1230 页)