系留气球时域响应分析

张向强 顾逸东 姜鲁华

(中国科学院 光电研究院, 北京 100080)

摘 要: 为研究系留气球稳定性,建立了系留气球的三维非线性动力学模型. 缆绳采用有限差分法,球体采用经典的六自由度方程,其中气动力导数以静导数、动导数和附加质量表示. 以主节点运动为边界条件,以静态构型为初始条件,建立完整耦合动力学方程. 利用直接求解非线性偏微分方程的方法对该系统进行时域响应分析,考察了风速对纵向和横侧向稳定性的影响,并给出相应的响应曲线. 直接求解非线性耦合方程的成功,表明该数学模型及其解法是可行的.

关 键 词: 系留气球; 稳定性; 飞行力学; 非线性耦合模型

中图分类号: V 211

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)09-1015-04

Time-domain response analysis of a tethered aerostat

Zhang Xiangqiang Gu Yidong Jiang Luhua

(Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: To stability analysis of the tethered balloon, a three dimensional nonlinear mathematical model of tethered aerostat was assembled. The tether was modeled using finite difference approximation. The balloon was modeled using rigid-body dynamic model including the static derivative, dynamic derivative and added mass. The coupling equation was assembled with the boundary condition of attached node and the initial condition of static. The time-domain response analysis was given by solving the nonlinear partial differential equations directly. The longitudinal and lateral stability was investigated by inputting step wind. The response curves of time domain also were output. The success of solving the nonlinear proved that the mathematical model is feasible.

Key words: tethered aerostat; stability; flight mechanics; nonlinear mathematical model

与有动力和舵面的常规飞行器相比,系留气球失稳时导致系缆抖振、断裂和整体作长时间周期运动. 因此稳定性设计尤为重要. 该稳定性涉及几何非线性的系缆、有浮力的流线型球体和气流的耦合运动. 本文以某系留气球为模型,建立其耦合动力学方程,考察该模型在风场下的动力学行为.

系留气球稳定性研究分线性和非线性两个领域. 文献[1]首次研究了二维非线性动力学. 文献[2]研究了三维非线性动力学模型,其中系缆采用集中质量法. 文献[3]采用切片法来估算气动力. 文献[4]的三维动力学模型中,系缆采用偏微分方程.

在线性模型领域,文献[5]采用小扰动理论分析了系留气球的稳定性并与实验作比较,其模型忽略了系缆和球体的动力学耦合. 文献[6]采用线性理论研究了拴系体的稳定性. 文献[7]建立非线性动力学模型,但稳定性分析采用线性模型.

本文参照深海拖曳系统中经典的 Abolw[8] 和 Milinazzo[9] 方程,采用差分法建立可伸展系缆的三维动力学方程,球体采用六自由度动力学方程. 通过边界条件将系缆与球体方程耦合在一起. 最后直接求解非线性耦合方程,考察了风速对系留

收稿日期: 2005-11-30

作者简介: 张向强(1973-),男,山东陵县人,博士生, zxqabr@ hotmail. com.

气球稳定性的影响.

1 坐标系及变换

如图1所示,地面坐标系EFS,单位矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$. 原点为锚泊点,$\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 组成大地水平面,$\boldsymbol{k}$ 指向地心;主系缆当地坐标系CFS,单位矢量 $\boldsymbol{t},\boldsymbol{n},\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}$ 始终平行大地水平面,$\boldsymbol{t}$ 沿系缆切线方向,$\boldsymbol{n}$ 沿系缆法线方向,$\boldsymbol{t}$ 在水平面内的投影与 $\boldsymbol{i}$ 的夹角为方位角 γ,$\boldsymbol{t}$ 与 $-\boldsymbol{k}$ 的夹角为倾斜角 β,主系缆上端点为主节点,它的倾斜角称系留角;气球体轴系BFS,单位矢量 $\boldsymbol{i}_b,\boldsymbol{j}_b,\boldsymbol{k}_b$,球体重心为原点,$\boldsymbol{i}_b$ 在水平面上的投影与 $\boldsymbol{i}$ 的夹角为偏航角 ψ,$\boldsymbol{i}_b$ 与水平面的夹角为俯仰角 θ,纵向对称面 $\boldsymbol{i}_b,\boldsymbol{k}_b$ 与过 $\boldsymbol{i}_b$ 的铅垂面之间的夹角为滚转角 ϕ. EFS与CFS和BFS的坐标转换矩阵为 $\boldsymbol{L}_{ce},\boldsymbol{L}_{be}$,风轴系到体轴系的转换矩阵为 $\boldsymbol{L}_{ba}$[10].

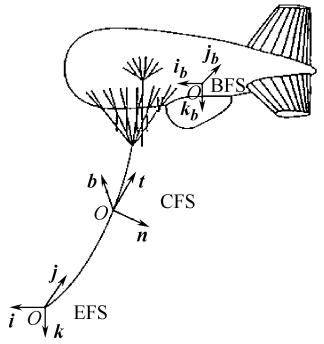


图1 系留气球的坐标系

2 系留气球运动方程

2.1 系缆运动方程

系缆受力如图2所示,微段 $\mathrm{d}S$,变形前为 $\mathrm{d}s$,应变 $\varepsilon=Te$,$e=1/EA$,T 为拉力,E 为弹性模量,A 为未变形前系缆面积,重力为 W. 则有:

$$\mathrm{d}S=(1+Te)\,\mathrm{d}s$$

$$\partial/\partial S=(1/S')(\partial/\partial s)$$

$$S'=1+\varepsilon$$

空气加速度效应采用附加质量表示. 系缆加速度采用当地坐标系中速度的导数表示,系缆上任意一点的矢径 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$. 根据EFS和CFS的关系有 $\boldsymbol{r}'=(1+\varepsilon)\boldsymbol{t}$.

引入系缆连续性方程:

$$(\partial r/\partial s)^{\cdot}=(\partial r/\partial t)' \tag{1}$$

其中,$\partial r/\partial s=\boldsymbol{r}'$;$\partial r/\partial t=\dot{\boldsymbol{r}}$,其余类似.

系缆的惯性力(含附加质量)为

$$\boldsymbol{F}_i=[\{m\dot{\boldsymbol{r}}+\rho A[(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t})\boldsymbol{t}]\}/S']^{\cdot} \tag{2}$$

式中,m 为质量;ρ 为空气密度;$\boldsymbol{u}$ 为系缆的空速,即 $\boldsymbol{u}=\dot{\boldsymbol{r}}-\boldsymbol{J}$. 系缆的气动力:

$$\boldsymbol{F}_a=-\{C_T\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t}\,|\,\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t}|\,\boldsymbol{t}+C_N|\,\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t}|\,\boldsymbol{t}[\boldsymbol{u}-(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{t})\boldsymbol{t}]\}/\sqrt{S'} \tag{3}$$

式中 C_T,C_N 为切向,法向阻力系数,见文献[8-9].

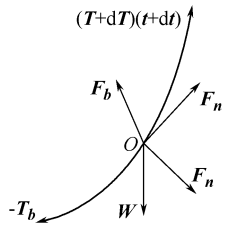


图2 系缆微段受力图

图2中 F_t,F_n,F_b 为 $\boldsymbol{F}_i,\boldsymbol{F}_a$ 之和在CFS中的分量,得微段的平衡方程:

$$T\mathrm{d}\boldsymbol{t}+\boldsymbol{t}\mathrm{d}T+\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{F}_a+W\boldsymbol{k}=0 \tag{4}$$

将式(2)和式(3)代入式(4)并联立式(1)得系缆方程:

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{Y}'=\boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{Y}}+\boldsymbol{q} \tag{5}$$

式中

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&V_n&V_b\cos\beta\\0&0&1&0&-V_t&V_b\sin\beta\\0&0&0&1&0&-(V_t\cos\beta+V_n\sin\beta)\\0&0&0&0&-T&0\\0&0&0&0&0&-T\cos\beta\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y}=[T\;V_t\;V_n\;V_b\;\beta\;\gamma]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{Y}'=\partial\boldsymbol{Y}/\partial s$$

$$\dot{\boldsymbol{Y}}=\partial\boldsymbol{Y}/\partial t$$

V_t,V_n,V_b 为系缆速度在CFS中的分量;

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}-\dfrac{emV_t}{1+eT}&m&0&0&mV_n+\rho A(V_n-J_n)&\cos\beta(mV_b+\rho A(V_b-J_b))\\e&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&-(1+eT)&0\\0&0&0&0&0&-\cos\beta(1+eT)\\-\dfrac{em[V_n+\rho A(V_n-J_n)]}{1+eT}&0&m+\rho A&0&-mV_t&\sin\beta[mV_b+\rho A(V_b-J_b)]\\-\dfrac{em[V_b+\rho A(V_b-J_b)]}{1+eT}&0&0&m+\rho A&0&-mV_t\cos\beta-\sin\beta[mV_b+\rho A(V_n-J_n)]\end{bmatrix}$$

其中,J_t,J_n,J_b 为风速 $\boldsymbol{J}$ 在 CFS 中的分量.

2.2　球体运动方程

建立球体运动方程前,首先获取球体的气动导数,本文将球体分为球身和尾翼,静导数参照文献[11],动导数参照文献[12],附加质量参照文献[13-14],然后体轴系 BFS 内建立方程,原点取重心,计算气动力时,攻角、侧滑角如下式[10]:

$$\left.\begin{aligned}\alpha_i &= \arctan(w_i/u_i)\\ \beta_i &= \arcsin(v_i/U)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中,i 分别是球身、垂翼、左翼、右翼;u_i,v_i,w_i 为各部分当地速度;$U=\sqrt{u_i^2+v_i^2+w_i^2}$. 得到各部分的攻角、侧滑角后,计算各部分气动力. 最后将气动力投影到 BFS,同时重力、浮力和系缆主节点拉力均投影到 BFS,整理后得

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{V}} + \boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}}\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{RB}} \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}}+\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}}$,$\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}}$ 为附加质量阵;$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{RB}}$ 为诸力在坐标轴的投影;$\boldsymbol{V}$ 为球体在 EFS 中的速度.

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{RB}} = \begin{bmatrix} m & & & & & \\ & m & & & & \\ & & m & & & \\ & & & I_{xx} & & -I_{zx} \\ & & & & I_{yy} & \\ & & & -I_{zx} & & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} 0.1m & & & & & \\ & 0.81m & & & & \\ & & 0.81m & & & \\ & & & 0.03I_{xx} & & \\ & & & & 0.49I_{yy} & \\ & & & & & 0.49I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{RB}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{xz}p+I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & I_{xz}p-I_{zz}r & 0 & -I_{xz}r+I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & I_{xz}r-I_{xx}p & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{RB}} = [X \quad Y \quad Z \quad K \quad M \quad N]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{V} = [u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r]^{\mathrm{T}}$$

式中转动惯量 I_{xx},I_{yy},I_{zz} 和惯性积 I_{xz} 为重心处的值.

2.3　系留气球运动方程

系留气球运动方程是由系缆动力学方程(5)和球体运动方程(7)及初始条件和边界条件组成.

初始条件:为求解该方程,需在每一时间步内求解边值问题,为避免初值敏感,方程的初始条件为稳态方程的结果.

锚泊点的边界条件:设锚泊点系缆的速度为 $[V_{t0} \quad V_{n0} \quad V_{b0}]^{\mathrm{T}}$,锚泊装置的地面速度为 $[V_{x0} \quad V_{y0} \quad V_{z0}]^{\mathrm{T}}$,则两速度矢量满足:

$$[V_{x0} \quad V_{y0} \quad V_{z0}]^{\mathrm{T}} = (\boldsymbol{L}_{\mathrm{ce}})^{\mathrm{T}}[V_{t0} \quad V_{n0} \quad V_{b0}]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

主节点的边界条件:显然此处满足速度连续条件,

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{ce}}[V_{tN} \quad V_{nN} \quad V_{bN}]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{V}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{R}_{\mathrm{B}} \tag{9}$$

$\boldsymbol{R}_{\mathrm{B}}$ 为主节点在 BFS 坐标系下的矢径. 球体的运动学方程:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{10}$$

差分法建立耦合方程:时间和系缆弧长变量均取 Crank-Nicholson 格式,系缆方程(5)变为

$$\begin{aligned} &M_{j+1/2}^{i}(Y_{j+1}^{i}-Y_{j}^{i})/\Delta s + M_{j+1/2}^{i+1}(Y_{j+1}^{i+1}-Y_{j}^{i+1})/\Delta s = \\ &N_{j}^{i+1/2}(Y_{j}^{i+1}-Y_{j}^{i})/\Delta t + N_{j+1}^{i+1/2}(Y_{j+1}^{i+1}-Y_{j+1}^{i})/\Delta t + \\ &q_{j+1/2}^{i} + q_{j+1/2}^{i+1} \end{aligned} \tag{11}$$

式中,$j=1,2,\cdots,N+1$;Δs 为缆微段;Δt 为时间步. 这样方程(7)~(11)组成完整的耦合方程. 未知量为:$\boldsymbol{y}=[T_j \; V_{tj} \; V_{nj} \; V_{bj} \; \beta_j \; \gamma_j \; \mu \; v \; w \; p \; q \; r \; \phi \; \theta \; \psi]^{\mathrm{T}}$,其中 $j=1,2,\cdots,N+1$. 故共 $6N+6+9$ 个未知量,与耦合方程的个数相等.

3　响应分析

系留气球的运动学方程属边值问题,初始条件选择具有重要意义,本文选择 $t=0$ 稳态解为初始条件,图 3 给出了不同风速下的系留气球的形状.

采用直接解方程的方法,以给风速一阶跃,纵向初始速度 15 m/s,x 向速度阶跃 1 m/s.

横侧向变化:初始速度 15 m/s,y 向速度阶跃 1 m/s.

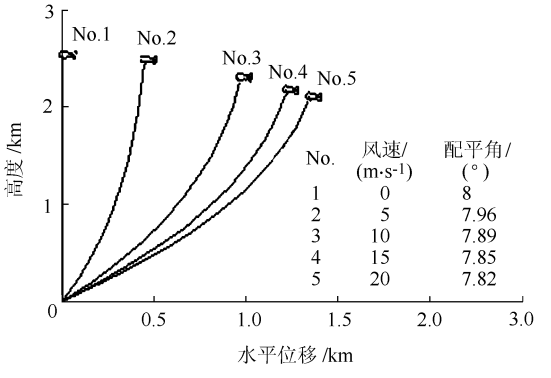
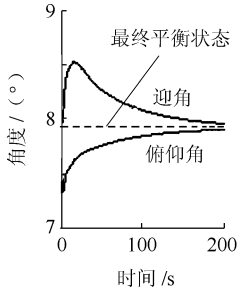


图 3　系留气球静态形状

图 4 ~ 图 9 表明,纵向和横侧向是稳定的,而且阻尼较大,稳定性好,其中横向侧滑角响应,2 s 内达到 0,然后越过零点,幅值始终小于 0.5°,说明该模型迎风特性较好.



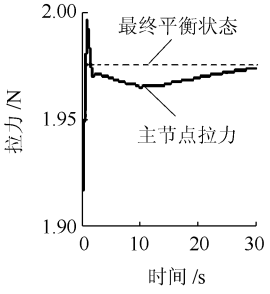
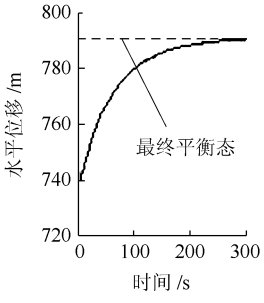


图 4 纵向迎角、俯仰角响应 图 5 纵向主节点拉力响应



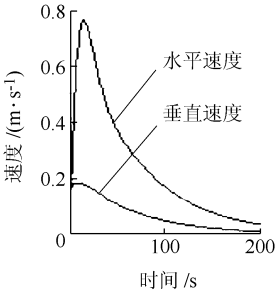
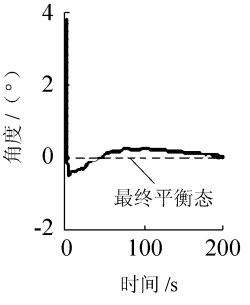


图 6 纵向位移响应 图 7 纵向球体重心速度响应



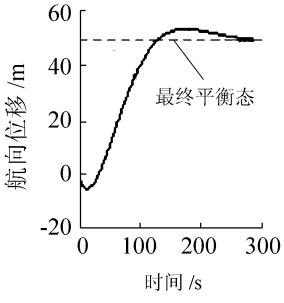


图 8 横向侧滑角响应 图 9 横向位移响应

4 结 论

本文建立了三维系缆和球体的耦合动力学方程,通过直接求解非线性偏微分方程组的方法定量证明模型是稳定的,为工程提供了参考依据,同时为进一步研究稳定性奠定了基础.

致谢 感谢北京航空航天大学无人机所的马铁林老师在导数估算时给予指点.

参考文献 (References)

[1] DeLaurier J D. Prediction of tethered-aerostat response to atmospheric turbulence[J]. Journal of Aircraft, 1977,14(4):407-409

[2] Jones S P, Krausman J A. Nonlinear dynamic simulation of a tethered aerostat[J]. Journal of Aircraft, 1982,19(8):679-686

[3] Jones S P, DeLaurier J D. Aerodynamic estimation techniques for aerostat and airships[J]. Journal of Aircraft, 1983,20(2):120-126

[4] Humphreys D E. Validation of the dynamic characteristics of a towed scaled aerostat[C]// Proceedings from the 12th AIAA Lighter-Than-Air Systems Technology Conference. Reston, VA, USA:AIAA, 1997:227-236

[5] Redd T, Bland R, Bennet R M. Stability analysis and trend study of a balloon tethered in a wind, with experimental comparisons [R]. NASA TN D-7272, 1973

[6] Etkin B. Stability of a towed body[J]. Journal of Aircraft, 1998,35(2):197-205

[7] Casey Lambert, Meyer Nahon. Stability analysis of a tethered aerostat[J]. Journal of Aircraft,2003,40(4):705-715

[8] Abolw C M, Schechter S. Numerical simulation of undersea cable dynamics [J]. Ocean Enging, 1983,10(6):443-457

[9] Milinazzo F, Wilkie M, Latchman S A. An efficient algorithm for simulating the dynamics of towed cable system [J]. Ocean Enging, 1987,14(6):513-526

[10] Etkin B. Dynamics of atmospheric flight[M]. New York:John Wiley & Sons,Inc, 1972

[11] 《航空气动力手册》编写组. 航空气动力手册(第二册)[M]. 北京:国防工业出版社,1983
Aerodynamic Committee. Aerodynamic notebook (Vol. 2)[M]. Beijing: National Defense Industry Press,1983(in Chinese)

[12] 奥斯道斯拉夫斯基 И B. 飞机空气动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1958
Octojabcknh N B. Aerodynamics of airplane[M]. Beijing:National Defense Industry Press,1958(in Chinese)

[13] Khoury G A, Gillett J D. Airship technology[M]. UK:Cambridge University Press,1999

[14] 李天森. 鱼雷操纵性[M]. 北京:国防工业出版社,1999
Li Tiansen. Manoeuvrability of torpedo[M]. Beijing:National Defense Industry Press,1999(in Chinese)

(责任编辑:赵海容)