# 太阳高纬探测器的借力飞行轨道设计

马文臻 郑建华 高长生

(中国科学院 空间科学与应用研究中心, 北京 100080) (哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

**摘 要**: 行星借力飞行技术可以节省深空探测任务的能量消耗. 针对借助内行星引力向太阳高纬度发射探测器这一科学任务,分别以金星和地球为借力星体,运用圆锥曲线拼接法,通过求解兰伯特问题绘制能量等高线图,搜索多天体交会发射机会,设计探测器与借力体轨道周期之比为 1∶1 或 2∶3 的多次借力行星际轨道,获得相对黄道面成大倾角的目标轨道. 分析表明,采用多天体交会借力相比单天体借力可大大降低发射能量;3 次借用金星或者地球的引力可以使探测器轨道相对黄道面的倾角达到 30°左右;3 次地球借力轨道性能为最优,需要的地球发射能量更低,而且飞行器进入目标轨道之前的转移时间较短.

**关 键 词**: 深空探测; 行星际任务; 轨道设计; 借力飞行

**中图分类号**: V 41

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)08-0917-05

## Trajectories to the far side of the sun via gravity assists

Ma Wenzhen Zheng Jianhua

(Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Gao Changsheng

(School of Aerospace, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract**: The interplanetary trajectories to the high latitude of the sun via gravity assists of inner planets were analyzed to reduce the energy cost of the space mission. Based on the patched-conic theory, the energy contour maps, which were used to search for the appropriate launch opportunities of multiple spacecraft and celestial body encounters, were plotted by solving the Lambert's problem. The ratio of orbit periods between the spacecraft and the planet, such as Venus or Earth, was designed as 1∶1 or 2∶3 to provide repetitious gravity assists. Results show that, if inner planet gravity assists are used, the inclination of the object orbit relative to the ecliptic reaches about 30° at the most following thrice Venus or Earth gravity-assist flybys, and the "Earth-Venus-Mars-Earth-Earth-Earth" flight path which demands lower launch energy and shorter flight time is the optimal trajectory. Launching energy can be much reduced by multiple gravity-assist maneuvers than by single planet maneuver.

**Key words**: space research; interplanetary flight; trajectories; gravitational effects

## 1 研究背景

深空探测技术作为人类进行空间资源开发与利用的重要途径,引起了世界各国的极大关注. 为了适应国际航天领域发展趋势,推动我国航天技术的进步,根据科学研究和提高综合国力的现实需求,我国也明确提出了深空探测研究的发展目标. 近期月球探测正在实施当中,以后将陆续开展行星际的深空探测和研究.

从研究太阳的角度来看,把探测器送入高太阳纬度很有意义,但直接向黄道面外发射探测器需要消耗更多的燃料,消耗量主要取决于所研究的区域与黄道面的距离. 从地球表面直接把宇宙探测器送入半径为 1 个天文单位、轨道面与黄道

**收稿日期**: 2005-10-11

**作者简介**: 马文臻(1982-),女,内蒙古乌兰察布人,中国科学院研究生院硕士生, mawenzhen@sina.com.

面夹角为 $i$ 的圆轨道,须使地心逃逸速度达到

$$v_\infty = 2v_e \sin(i/2) \quad (1)$$

其中 $v_e$ 为地球轨道速度. 例如,当 $t=10°$ 时,$v_\infty = 5.19$ km/s,相应的地表发射速度 $v_0 = 12.2$ km/s;当 $i=20°$ 时,$v_0 = 15.2$ km/s. 如果以第三宇宙速度 16.7 km/s 作为初始速度发射宇宙探测器进入半径为 1 个天文单位的圆轨道,轨道倾角仅为 24°[1]. 因此设计该类轨道时最好通过借用其它行星的引力辅助变轨,以达到节省燃料的目的.

1990 年发射的 Ulysses 探测器借用木星引力变轨后,形成了太阳极轨探测器,但其巡航时间长,目标轨道距太阳远,运行周期长. 设计近日空间探测器的轨道时,可以选用内行星(称火星及小于其轨道周期的行星为内行星)作为借力天体. 欧洲空间局设计的 Solar Orbiter 探测器发射后先通过金星和地球借力减小轨道周期,然后多次借金星力提高轨道倾角[2].

## 2 借力星体的选择

宇宙探测器轨道设计原则一般可归结为在实现科学任务所需目标轨道的前提下,发射能量最省.

要设计黄道面外太阳高纬宇宙探测器来观测近日空间,一般选用内行星系作为借力星体,因为通过它们借力变轨后探测器轨道周期小,科学观测时间长. 与木星相比,内行星轨道速度大,引力系数小,一次借力提供的倾角改变不大,无法到达太阳高纬度地区. 而经过一次借力的探测器轨道倾角已经有所提高,远远脱离黄道面,根据异面变轨的特点,其轨道很难再和其它行星轨道相交. 若想继续借力,只能再次与该天体相遇,这就提出了同一天体多次借力的设计方法. 本文通过控制探测器进入行星的方位,使其借力后的日心轨道周期与该行星的轨道周期成一定比例,运行固定的交会周期后两者可再次相遇,达到多次借行星引力提高轨道倾角的目的.

内行星中地球和金星能够提供的速度变化量相近,且远高于火星和水星,因此本文分别选用了金星和地球作为借力星体进行轨道设计.

## 3 单天体交会金星借力轨道

地球逃逸能量 $C_3$ 最省是设计行星际轨道的重要指标之一. 直接向金星发射探测器提高轨道倾角,不同的日心过渡轨道达到的借力效果也不同. 下面设计并仿真了 4 组大小不同的日心过渡轨道进行金星借力,以说明金星借力飞行轨道的设计与优化过程.

4 组过渡轨道的主要参数如表 1 所示. 其中,$a$ 和 $e$ 分别是第 1 次金星借力前日心过渡轨道的半长轴和偏心率;$\Delta i$ 是第 1 次金星借力后轨道倾角的提高量.

**表 1 4 组日心过渡轨道的参数**

| 轨道 | $C_3/(\mathrm{km}^2\cdot\mathrm{s}^{-2})$ | $a/10^8$ km | $e$ | $\Delta i/(°)$ |
|---|---|---|---|---|
| 霍曼 | 5.48 | 1.305 | 0.145 | 1.86 |
| 椭圆 1 | 12.68 | 1.238 | 0.206 | 8.61 |
| 椭圆 2 | 53.68 | 1.084 | 0.396 | 9.52 |
| 椭圆 3 | 86.46 | 0.923 | 0.582 | 9.68 |

表 1 可见,向金星发射探测器 $C_3$ 越大,可使日心过渡轨道的 $e$ 越大,但借力后倾角提高量并不是越大. 无论采用何种过渡轨道,单次借用金星引力都无法得到大倾角的目标轨道. 比较好的设计方法是:控制探测器穿过金星时的方位,使其借力后的日心轨道周期与金星轨道周期之比为 1∶1 或者 2∶3,这样就能够多次交会借力提高倾角. 表 1 的 4 组轨道 $C_3$ 依次增加,$a$ 逐渐减小. 设计多次借力轨道,应使日心过渡轨道的 $a$ 尽量大,以节省能量,同时又要保证一次借力后日心轨道的半长轴适合下次交会借力,即满足 $a = 1.082\times10^8$ km 或者更小的 $0.826\times10^8$ km.

采用霍曼过渡轨道无法满足上述要求. 若选用“椭圆 1”方案,过渡轨道 $a = 1.238\times10^8$ km,金星借力后容易达到 $a = 1.082\times10^8$ km,可设计成与金星轨道周期之比是 1∶1 的目标轨道,仿真结果如图 1 ~ 图 4 所示.

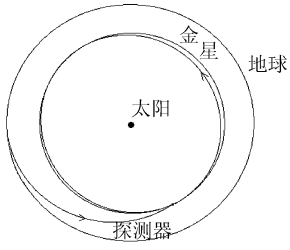



图 1 地球、金星和探测器轨道在黄道面上投影

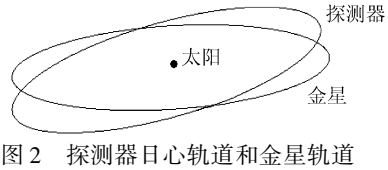



图 2 探测器日心轨道和金星轨道

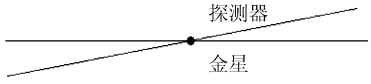



图 3 沿金星轨道面方向看两者轨道夹角

图 1 和图 2 可见,探测器第 1 次借力后日心

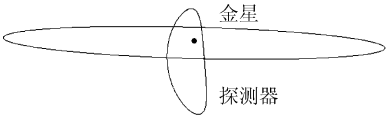


图 4　从金星为中心体看探测器在空间运动轨迹

轨道的形状与金星轨道相近(偏心率 $e=0.035$,很小),再次与金星交会时,其日心速度 $\boldsymbol{v}_2$ 与金星速度 $\boldsymbol{v}_v$ 大小相当,此刻 $\boldsymbol{v}_2$ 和 $\boldsymbol{v}_v$ 构成的平面几乎垂直于黄道面. 图 3 表明 $\boldsymbol{v}_2$ 和 $\boldsymbol{v}_v$ 的夹角近似为第 1 次借力所提高的轨道倾角,利用矢量相减可知,在以金星为中心的坐标系下,探测器的速度 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 近似垂直于金星的轨道面,如图 4 所示,其大小近似为

$$v_\infty = 2v_v\sin(8.61°/2) = 5.2\ \text{km/s} \qquad (2)$$

借力后探测器的速度为

$$\boldsymbol{v}_2^+ = \boldsymbol{v}_v + \boldsymbol{v}_\infty^+ \qquad (3)$$

只有当 $\boldsymbol{v}_2^+ \perp \boldsymbol{v}_\infty^+$,且二者构成平面垂直于黄道时,形成新轨道的倾角达到最大值 $i_m$:

$$i_m = a\sin(v_\infty/v_v) = 8.62° \qquad (4)$$

这里的计算数值只是定性说明原理,而非精确定量. 以上分析表明选用该类型的过渡轨道无法达到多次借用金星引力提高轨道倾角的目的.

在本任务中,参数 $a$ 可以表明日心过渡轨道的性能,$a$ 越大发射能量越小. 但为了借力后易于达到新的期望半长轴,$a$ 也不能太大,$a$ 过大会导致第 1 次借力后探测器与金星轨道形状相近,不利于下一次借力提高倾角.

下面分析发射能量稍高的"椭圆 2"方案. 过渡轨道 $a=1.084\times10^8$ km,借力后很容易实现日心轨道 $a=1.082\times10^8$ km,即与金星轨道周期比为 1∶1. 表 2 给出了每次借力前后轨道参数.

**表 2　"椭圆 2"方案轨道主要参数**

| 轨道段 | $e$ | $i$/(°) |
|---|---|---|
| 第 1 次借力前 | 0.396 | 0.13 |
| 第 1 次借力后 | 0.323 | 9.65 |
| 第 2 次借力后 | 0.231 | 17.83 |
| 第 3 次借力后 | 0.104 | 21.36 |

表 2 可见,第 3 次借力倾角提高不多,从图 5 ~图 7 给出分析(图中 1,2,3 分别代表第 1、第 2、第 3 次金星借力后的探测器轨道).

图 5 可见,因为发射能量高,第 1 次与金星相遇时,探测器日心轨道速度和金星轨道速度在黄道面内投影的夹角较大,但随后的 2 次借力该夹角逐渐减小. 图 7 表明随着借力次数的增加,借力后探测器越来越位于金星的上方,第 3 次借力后几乎到达正上方,下次再借力提高倾角效果不大. 事实上每次借力后 $e$ 在逐渐下降,如表 2 所示. 若再进行第 4 次借力,设金星平均轨道速度 $\boldsymbol{v}_v$,第 4

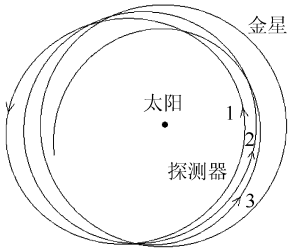


图 5　金星和探测器轨道在黄道面上投影

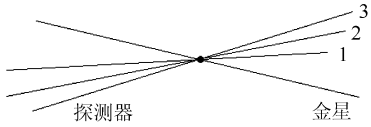


图 6　沿金星轨道面方向看探测器轨道

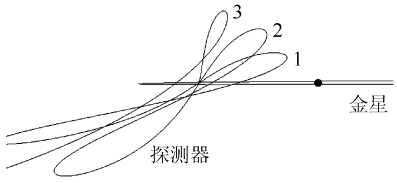


图 7　从金星中心看探测器在空间运动轨迹

次借力前探测器日心轨道速度 $\boldsymbol{v}_2^-$,由于探测器和金星轨道偏心率都很小,可近似看作圆轨道,则 $\boldsymbol{v}_2^-$ 和 $\boldsymbol{v}_v$ 构成的平面近似垂直于黄道面,且两者大小相近. 第 4 次借力前,探测器相对金星的速度 $\boldsymbol{v}_\infty^-$ 的大小近似为

$$v_\infty = 2v_v\sin(21.36°/2) = 12.13\ \text{km/s} \qquad (5)$$

当借力后探测器的日心轨道速度 $\boldsymbol{v}_2^+ \perp \boldsymbol{v}_\infty^+$ 且二者构成的平面垂直于黄道面时,可达最大倾角:

$$i_m = a\sin(v_\infty/v_v) = 22.15° \qquad (6)$$

因此可以推断,当 $e$ 很小时,探测器进入金星前的日心轨道速度与金星轨道速度在黄道面内投影方向几乎一致,若做下一次金星借力,提高轨道倾角效果不大.

"椭圆 3"方案中,探测器与金星轨道周期比是 2∶3,4 次借金星引力,最终轨道倾角可以达到 31°左右,缺点是这种过渡轨道所需要的发射能量太大,仿真结果如图 8 所示. 从以上分析可以得出

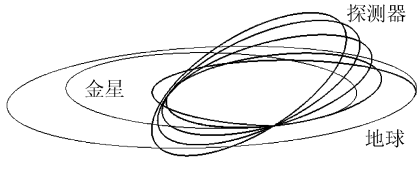


图 8　"椭圆 3"方案仿真结果图

结论:①若多次借金星引力设计一个省能的日心过渡轨道,其半长轴 $a$ 应在 $1.238\times10^8$ km ~ $9.23\times10^7$ km 之间;②以金星为中心来看,借力后若探测器近似位于金星正上方时,设计下一次的

借力效果已经不佳;③可以采用探测器与金星轨道周期比为 2∶3 和 1∶1 两种类型的轨道进行多次借力提高轨道倾角,前者借力效果稍好于后者,但是总的过渡时间较长.

## 4 多天体交会地球借力轨道

从上文分析可知,设计过渡轨道时,应使第 1 次金星借力前轨道偏心率较高,但从表 1 可见,$e$ 越大 $C_3$ 就会越大. 解决这种矛盾的最好方法是:设计一种巡航轨道,它从地球上发射能量较低,与一个或者多个中间借力体交会后,以较大的日心轨道偏心率飞向多次借力天体. 下面设计一种这类的方案"地球—金星—火星—地球"(EVME)轨道,从地球发射探测器,经过金星和火星借力改变半长轴,再次与地球交会,多次借地球力提高轨道倾角[3].

本文给出一种多天体交会发射机会的搜索方法. 其原理是基于二体模型的轨道设计原理,运用高斯普适变量方法求解兰伯特问题,并绘制出能量等高线图;在满足借力天体处飞入和飞出能量匹配的条件下,运用圆锥曲线拼接的方法,设计出完整的交会轨道,并且可以通过全局搜索得到能量最小的发射机会[4-5].

### 4.1 能量等高线图的获得

能量等高线图通常是进行行星际任务轨道设计的第 1 步也是最重要的一步. 只要给定发射时间和到达时间,通过行星的星历可以得到该时刻行星所对应的位置矢量,那么就可以求得探测器发射和到达时刻的速度矢量,进而得到飞行器发射时所需的能量和到达行星时所具有的能量. 能量图的横轴表示从地球发射探测器的时间(即图 9 中发射日期距离起始点的天数),纵轴表示探测器到达目标星的时间(即图 9 中到达日期距离起始点的天数),等高线表示从地球发射探测器所需的能量. 能量等高线图上的每一点都对应一个直接过渡轨道,这仅仅是整个星际任务轨道中的一段,这个轨道段可通过求解每一套发射时间和到达时间相应的兰伯特问题得到[2].

### 4.2 多天体交会发射机会的搜索方法

利用飞入借力天体的能量和飞出借力天体的能量匹配原则来确定多天体交会的发射机会. "地球—金星—火星"轨道段发射机会的选择,就是搜索"地球—金星"段的飞入金星能量和"金星—火星"段的飞出金星能量相等的时刻 $T_1$;同样,"金星—火星—地球"轨道段的发射机会的选择,就是搜索"金星—火星"段的飞入火星能量和"火星—地球"段的飞出火星能量相等的时刻 $T_2$. 通过全局搜索,所有满足 $T_1 = T_2$ 的时刻,即为 EVME 轨道的发射机会.

图 9 所示为 2016-11-01 ~ 2017-04-08 的发射时间段内,从地球到金星的飞入能量等高线图. 起始点代表 2016-11-01 的零时.

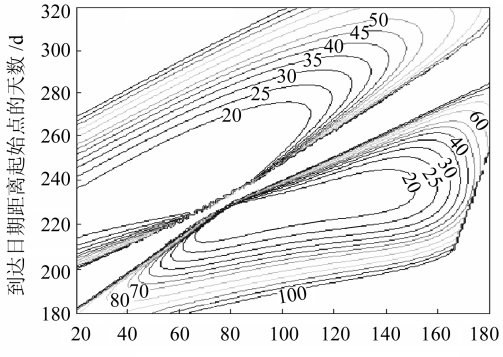
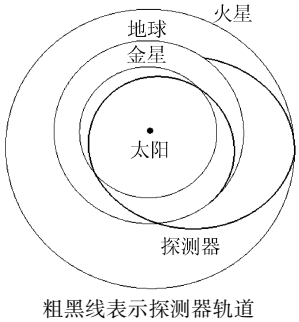



图 9 地球到金星的飞入能量等高线图(单位:$km^2/s^2$)

通过考察,采用 2017-03-24 为发射窗口,设计出一条"地球—金星—火星—地球—地球—地球"(EVMEEE)轨道,探测器在三星连访后 3 次借地球引力提高轨道倾角,图 10 表明该轨道地球借力前的三星交会巡航轨道. 其中"火星—地球"日心轨道段 $e=0.468$ 比较大,使探测器再次与地球相遇前的日心轨道速度与地球速度在黄道面内的投影存在一定夹角,从而保证了下一次地球借力提高倾角的效果.




粗黑线表示探测器轨道

图 10 巡航轨道在黄道面内投影

### 4.3 仿真结果

采用探测器与地球轨道周期之比为 1∶1 的 3 次地球借力轨道,仿真结果得到倾角 31.4°,表 3 给出每次地球借力后 $a=1.496\times10^8$ km 不变的情况下 $e$ 的变化情况.

**表 3 各段轨道的偏心率 $e$**

| 轨道段 | $e$ |
|---|---|
| 第 1 次借力前 | 0.468 |
| 第 1 次借力后 | 0.418 |
| 第 2 次借力后 | 0.283 |

| | |
|---|---|
| 第 3 次借力后 | 0.014 |

第 3 次借力后 $e$ 已经很小,若进行第 4 次地球借力,根据前文的分析可得最大倾角为

$$i_{\mathrm{m}} = a\sin(v_{\infty}/v_{\mathrm{e}}) = 32.88^{\circ} \qquad (7)$$

其中,$v_{\infty}$ 为探测器飞入地球的双曲线超速大小;$v_{\mathrm{e}}$ 为地球平均轨道速度的大小. 同样可知,当 $e$ 很小时,再次做地球借力提高轨道倾角的效果不大.

仿真结果表明,若继续进行第 4 和第 5 次地球借力,目标轨道的最大倾角可达到 34°左右.

## 5　结　论

应用高斯方法解兰伯特问题是行星际轨道设计中搜索最佳发射窗口的通用方法,多天体交会多次借力的发射窗口远远小于单天体多次借力的发射窗口,且搜寻发射机会的过程较为复杂.

文中分析了借助内行星引力向太阳高纬发射探测器的轨道设计方法. 通过对单天体交会金星 3 次借力轨道以及多天体交会地球 3 次借力轨道的具体分析和仿真表明:

1) 借力提高轨道倾角的轨道设计原则:探测器与借力体相遇前二者速度矢量在黄道面内投影的夹角 $\alpha$ 越大,即交会前的日心轨道偏心率 $e$ 越大,借力提高轨道倾角的效果越好;当 $\alpha$ 接近 0 时,再次借力提高倾角效果不大;

2) 比较探测器与借力体的轨道周期比为1 :1 和2 3 这 2 种金星借力轨道方案,后者借力提高倾角的效果稍好于前者,但是总的过渡时间长,能量消耗大;

3) 从地球上发射探测器时,$e$ 越大,所需的发射能量越高,采用多天体交会巡航轨道可降低地球发射能量,使探测器借用中间星体的引力变轨得到较大的日心轨道偏心率;

4) 针对太阳高纬探测器的内行星借力轨道设计任务,EVMEEE 的地球 3 次借力轨道为较优方案,发射能量低,过渡时间短,借力效果好.

### 参考文献 (References)


[1] 列凡托夫斯基 В И. 宇宙飞行力学基础[M]. 凌福根,译. 北京:国防工业出版社, 1979
Левантовский В И. Spaceflight dynamics foundation [M]. Translated by Ling Fugen. Beijing: National Defence Industry Press, 1979(in Chinese)

[2] 乔栋. 多天体借力飞行轨道设计与优化[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学航天学院, 2003
Qiao Dong. Multiple encounter gravity-assist trajectory design and optimization[D]. Harbin: School of Aerospace, Harbin Institute of Technology, 2003(in Chinese)

[3] Okutsu M, Longuski J M. Mars free returns via gravity assist from venus[J]. J Spacecr Rockets, 2002, 39(1): 31-36

[4] Brown C D. Spacecraft mission design[M]. Second Edition. Washington: AIAA, 1998

[5] 刘暾,赵钧. 空间飞行器动力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003:69-74
Liu Dun, Zhao Jun. Spacecraft dynamics[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2003:69-74(in Chinese)


(责任编辑:文丽芳)