三维四向编织复合材料弹性性能的有限元预报

李典森 卢子兴 蔺晓明 卢文书

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 在四步法方型三维编织复合材料细观结构单胞模型的基础上, 假设纱线具有六边形横截面, 应用 ANSYS软件, 建立了实体有限元模型, 该模型表面与预制件表面平行, 更加符合三维编织复合材料的实际结构, 且有利于力学性能的分析, 同时, 该模型中还考虑了织物的编织角与内部编织角的几何关系. 基于该模型, 计算了材料的弹性常数, 分析了编织角和纤维体积含量对弹性常数的影响规律. 结果表明, 数值计算与实验结果吻合较好. 此外, 还确定了材料内部的应力场分布, 为材料的强度预测奠定了基础.

关 键 词: 三维编织; 复合材料; 力学性能; 有限元

中图分类号: TB 332

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2006) 07-0828-05

Finite element prediction of elastic properties of three dimensional and four directional braided composites

Li Diansen Lu Zixing Lin Xiaoming Lu Wenshu

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A new finite element solid model was established based on the unit cell model of 4-step rectangular three-dimensional braided composites and the assumption of the yarns with the hexagonal cross-section. The surface of model is parallel to the surface of perform, which coincides with the actual configuration of 3D braiding composites and is suitable for the analysis of the mechanical properties. The model also considered the relationship between braiding angle and internal braiding angle. Based on the model, the elastic constants of material were calculated by the ANSYS software and the numerical results showed good agreement with the experiment results. The influences of the braiding angle and fiber volume fraction on the elastic constants were also analyzed. The stress field of composites was determined, which provided a basis for the strength prediction.

Key words: 3D braiding composites; mechanical properties; finite element

三维编织复合材料是近年来发展的一种新型复合材料, 已在航空、航天等领域得到广泛应用. 目前, 采用有限元法来预测此种材料力学性能的研究报道不是很多, 其中 Chen等[1]基于变分原理, 用有限多相单元方法预测了三维编织复合材料的弹性性能; Tang等[2]采用非线性有限元法模拟分析了材料的变形情况; Zeng等[3]采用有限元方法预测了三维编织复合材料的局部应力和强度; 孙颖等[4]采用 MARC有限元软件计算了二步法三维编织复合材料的轴向弹性模量和泊松比; 此外, 杨振宇等[5]采用纤维束横截面为六边形的假设, 建立了有限元计算模型, 但该模型所取胞体边长方向与预制件外形边长方向有 45°的转角, 这样组成的材料势必造成在边界表面处为锯齿形状, 与实际的预制件表面为平面不相符合. 本文采用 ANSYS软件, 在假设纱线具有六边形横截面的基础上, 提出了一种新的有限元计算模型, 该模型表面与预制件表面平行, 更符合实际, 且有利于力

收稿日期: 2005-08-20

基金项目: 航空科学基金资助项目 (04B51045); 北京市教育委员会共建项目建设计划资助项目 (XK100060522)

作者简介: 李典森 (1978-), 男, 福建建阳人, 博士生, lidiansen@163.com.

学性能的分析,同时,该模型中还考虑了织物的编织角与内部编织角的几何关系.基于该模型,计算给出的材料弹性性能常数,更加接近于实验值.此外,确定的材料内部应力场分布,还可用于材料强度的进一步估算,为材料的优化设计奠定基础.

1　有限元模型

为建立单胞的有限元模型,根据文献[6]中纱线的扫描电镜图,提出如下基本假设:①纱线经挤压变形后截面为六边形,参数为 c, d, β,如图 1所示;②编织过程稳定,编织结构均匀,相邻纱线保持紧密接触;③所有纱线具有相同的细度和柔韧性;④胞体的外形尺寸为 $2A \times 2A \times h$.

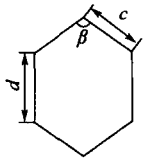


图 1　纱线横截面图

根据纱线的空间接触关系以及胞体的外形尺寸与编织工艺参数之间的关系,可得

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= V_f / V \\ V &= A_f / A_c \\ 2A &= 2\phi \sqrt{\frac{\pi N_f}{\cos\gamma \cdot \varepsilon}} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{\sqrt{2}A}{\tan\gamma} \\ \tan\gamma &= \sqrt{2}\tan\alpha \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\beta = 2\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+\cos^2\gamma}}\right) \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} c &= \frac{\sqrt{2}A}{4}\sqrt{1+\cos^2\gamma} \\ d &= \frac{\sqrt{2}A}{2}\cos\gamma \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

式中, V_f 为纤维体积含量; V 为纱线在复合材料中的体积含量; A_f 为沿编织方向纱线的横截面积; A_c 为编织复合材料的横截面积; ε 为纱线填充因子; N_f 为纤维单丝数; ϕ 为纤维单丝直径; α 为编织角; γ 为内部编织角; $2A$ 为胞体截面宽度; h 为花节高度; c, d, β 为挤压后纱线横截面参数.根据确定的胞体模型的外形尺寸和纱线截面尺寸,以及它们在空间上的几何接触关系,可以求出模型的各关键点坐标,采用 ANSYS的 APDL程序设计语言,按点—线—面—体的顺序建立可实现参数化的有限元模型.建立的有限元模型见图 2

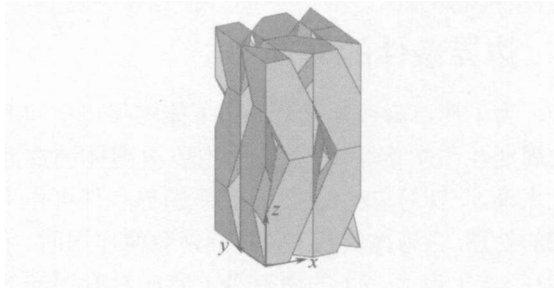


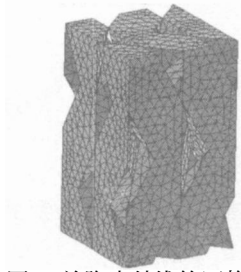
图 2　有限元模型

2　材料属性设置与网格划分

三维编织复合材料是由纱线和树脂基体复合而成的,而纱线可看成由许多纤维与树脂合成的单向纤维复合材料,具有横观的各向同性性质,其等效弹性常数的计算可参见文献[5].其中,所用碳纤维(T300,9K)的性能参数为弹性模量 E_1 = 220GPa, E_2 = 13.8 GPa,剪切弹性模量 G_{12} = 9GPa, G_{23} = 4.8GPa,泊松比 μ_{12} = 0.2, μ_{23} = 0.25,纤维单丝直径 Φ = 12 μm;而基体(TDE-85树脂)性能参数为 E = 4.5GPa, μ = 0.34.由于纱线在空间沿不同方向取向,具有不同的材料主向,因此,需沿每一种取向的纱线建立独立的局部坐标系,分别设置材料的属性.

网格的划分与后续周期性边界条件的施加有关,为保证划分出的网格在空间上满足周期性要求,故在进行网格划分时,先划分单胞外形棱边上线的网格,使得胞体相对棱的边线上划分的网格大小一致;再划分胞体的面网格,分别对 x = 0, y = 0, z = 0的面进行网格划分,采用复制的方法将网格映射到与其相对的面上,如此可保证相对平面上的线网格、面网格、节点具有一一对应的性质.为了尽可能减小奇异单元的产生,采用 Smart方式,由软件自动控制网格的划分.待 6个面均划分了面网格之后,再用四面体单元对内部所有的体进行体网格划分,最后再将 6个面网格删掉,便得到最终的实体网格.如此得到的实体网格具有周期性,胞体相对表面上的节点是一一对应的,也即面上的节点数及其节点的分布位置相同.

有限元模型的网格划分结果见图 3和图 4



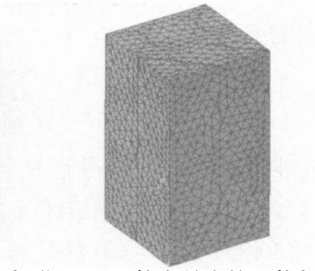


图 3 单胞内纱线的网格划分　图 4 整个单胞的网格划分

图中胞体的编织角为 30°, 纤维体积含量为 55%.

3 边界条件的处理

为了使单胞在外载荷作用下能够保持空间上的周期性和连续性, 边界条件主要由胞体的周期性来确定. 针对单胞的受力情况, 边界条件可作不同的处理. 当胞体受到 z 向的位移载荷作用时, 单胞在 $x=0$ 与 $x=2A$ 的面上沿 x 方向具有相同的变形模式, 而在另 2个方向上具有相同的位移; 同理, 单胞在 $y=0$ 与 $y=2A$ 的面上沿 y 方向具有相同的变形模式, 而在其它 2个方向上也具有相同的位移; 在 $z=0$ 与 $z=h$ 的面上也具有相同的变形模式, 如此便能使单胞变形后仍然保持在空间上呈周期性分布. 此外, 为使材料在变形后保持空间上的连续性, 计算过程中对胞体施加了适当的约束条件. 当胞体受到 x 向和 y 向的位移载荷作用时, 边界条件作类似处理.

4 弹性性能的确定

对单胞施加位移载荷, 通过有限元法计算其平均应力和应变, 可得到三维四向编织复合材料的等效弹性性能.

设已知的 z 向位移载荷为 δ_1, 采用 ANSYS软件计算面 $x=2A$ 相对于面 $x=0$ 的位移 $\boldsymbol{u}$, 有

$$\left.\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_x &= \frac{\boldsymbol{u}}{2A}\\ \bar{\varepsilon}_z &= \frac{\delta_1}{h}\\ \mu_{zx} &= \frac{\bar{\varepsilon}_x}{\bar{\varepsilon}_z} = -\frac{\boldsymbol{u}\times h}{\delta_1\times 2A}\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

根据横观各向同性材料的性质可知:

$$\frac{\mu_{xz}}{E_x} = \frac{\mu_{zx}}{E_z}$$

通过 ANSYS软件编程, 可计算出单胞 $z=h$ 的面上所有节点在 z 向的节点力之和 $\sum \boldsymbol{F}_{z1}$, 故单胞在 z 向的平均应力为

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\sum \boldsymbol{F}_{z1}}{2A\times 2A}$$

z 向的弹性模量为

$$E_z = \frac{\bar{\sigma}_z}{\bar{\varepsilon}_z} = \frac{\sum \boldsymbol{F}_{z1}\cdot h}{(2A)^2\cdot \delta_1} \tag{6}$$

同理, 可以计算得到 $E_x=E_y$ 和 μ_{xy}.

设 δ_2 为已知的 x 向位移载荷, 可计算得到面 $y=2A$ 相对于面 $y=0$ 的位移 $\boldsymbol{u}_1$, 则有

$$\left.\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_y &= \frac{\boldsymbol{u}_1}{2A}\\ \mu_{xy} &= -\frac{\bar{\varepsilon}_y}{\bar{\varepsilon}_x} = \frac{\boldsymbol{u}_1}{\delta_2}\\ \bar{\sigma}_x &= \frac{\sum \boldsymbol{F}_x}{2A\times h}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

所以 x 方向的弹性模量为

$$E_x = \frac{\bar{\sigma}_x}{\bar{\varepsilon}_x} = \frac{\sum \boldsymbol{F}_x}{\delta_2\cdot h} \tag{8}$$

当单胞受到剪切作用时, 除了产生纯剪切变形外, 胞体的各个面还可能产生翘曲变形, 将 $x=0$ 面上的 4个角点进行约束, 对单胞施加 z 向剪切位移载荷 δ_3, 使胞体相对的 2个面产生相同的变形模式, 材料在剪切变形过程中, 由于胞体仍能保持空间上的连续性与周期性, 因此, 相邻单胞的分界面上位移连续. 设 A、B 为 $x=0$ 与 $x=2A$ 上的 2点, 它们在 x、y、z 向上的位移满足 $\boldsymbol{U}_x^A=\boldsymbol{U}_x^B$, $\boldsymbol{U}_y^A=\boldsymbol{U}_y^B$, $\boldsymbol{U}_z^A-\boldsymbol{U}_z^B=\delta_3$, 通过 ANSYS编程, 计算在 $x=2A$ 面上所有节点沿 z 向的节点力之和 $\sum \boldsymbol{F}_{z2}$. 则平均的剪切应变及相应的平均应力为

$$\left.\begin{aligned}\bar{\gamma}_{xz} &= \frac{\delta_3}{2A}\\ \bar{\tau}_{xz} &= \frac{\sum \boldsymbol{F}_{z2}}{2A\times h}\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

从而有

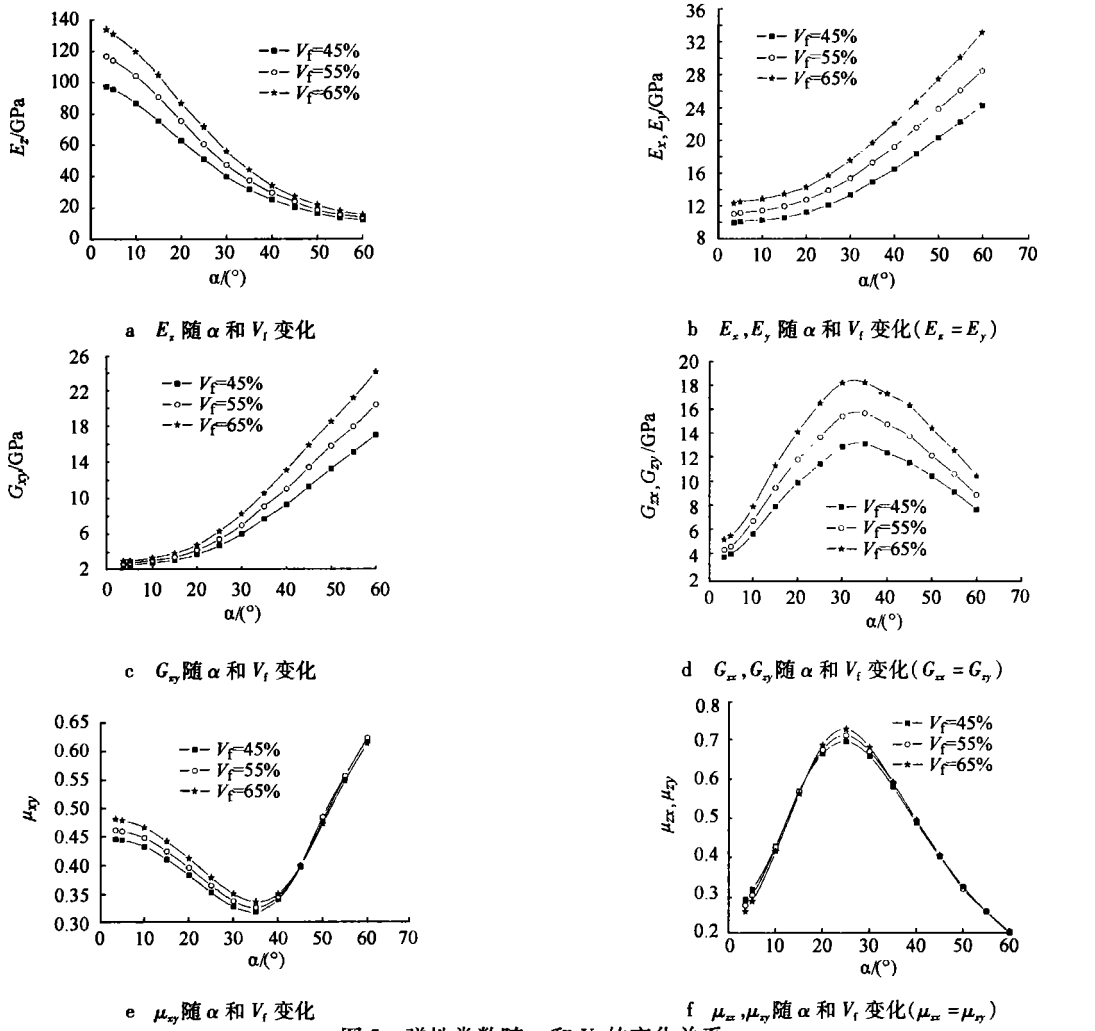
$$G_{xz} = \frac{\bar{\tau}_{xz}}{\bar{\gamma}_{xz}} = \frac{\sum \boldsymbol{F}_{z2}}{h\cdot \delta_3} \tag{10}$$

同理, 可确定出横向剪切模量 G_{xy}.

5 计算结果与分析

采用 ANSYS软件, 计算得到三维四向编织复合材料的弹性性能随编织角和纤维体积含量的变化曲线如图 5所示.

由图 5a, 图 5b可见: 当纤维体积含量 V_f 一定时, 纵向弹性模量 E_z 随编织角 α的增大而减少, 而横向弹性模量 E_x, E_y 随 α的增大而增大. E_z, E_x 均随 V_f 的增加而增大, E_z 在 α较小情况下对 V_f 的变化比较敏感, 在 α较大时随 V_f 的变化不大, 而 E_x 对 V_f 始终保持相当的敏感性. 从图 5c, 图 5d可知: V_f 一定, 横向剪切模量 G_{xy} 随 α的增大不断增大, 而纵向剪切模量 G_{zx}、G_{zy} 随 α增大先增大后减小, 在 α约等于 35°时达到最大值. 此外, 剪切模量均随 V_f 的增加而增大. 在 α较大时, G_{xy} 受 V_f 的影响较大, 而 G_{zx} 则在 α约为 30° ~ 40°时受



a　E_z 随 α 和 V_f 变化　　b　E_x, E_y 随 α 和 V_f 变化($E_x = E_y$)

c　G_{xy} 随 α 和 V_f 变化　　d　G_{zx}, G_{zy} 随 α 和 V_f 变化($G_{zx} = G_{zy}$)

e　μ_{xy} 随 α 和 V_f 变化　　f　μ_{zx}, μ_{zy} 随 α 和 V_f 变化($\mu_{zx} = \mu_{zy}$)

图 5　弹性常数随 α 和 V_f 的变化关系

V_f 的影响最大. 由图 5e, 图 5f中可见, 编织角是影响泊松比的主要因素. V_f 一定时, 横向泊松比 μ_{xy} 随 α 的增大先减小后增大, 在 35°左右达到最小值. 另外, V_f 对 μ_{xy} 的影响并不太大, 当 α 小于 45°时, μ_{xy} 随 V_f 的增加而增大, 而在大于 45°时, μ_{xy} 随 V_f 的增加而减小. 对纵向泊松比 μ_{zx} 来说, 其随 α 的增大增大后减小, 在 α 小于 25°时, μ_{zx} 随 α 的增大而增大, 而在大于 25°时, μ_{zx} 随 α 的增大而减小, 此外, μ_{zx} 对 V_f 的变化也不敏感, 在 α 小于 15°时, μ_{zx} 随 V_f 的增加而略有减小, 在 α 大于 15°且小于 45°时, μ_{zx} 随 V_f 的增加而增大, α 大于 45°时, μ_{zx} 又随 V_f 的增加而略有减小.

此外, 根据 ANSYS的计算结果, 可以得到不同方向拉伸载荷及剪切载荷作用下的应力云图. 图 6、图 7分别为 z 向拉伸载荷作用下单胞中纱线, 基体的应力云图. 图中示出了胞体不同区域的应力分布, 应力分布很不均匀, 在纱线的交接接触部位具有明显的应力集中现象. 从数值上看, 纱线所受应力是基体应力的数 10倍, 可见, 纱线在编织复合材料中起主要承载作用. 此外, 处于纱线交

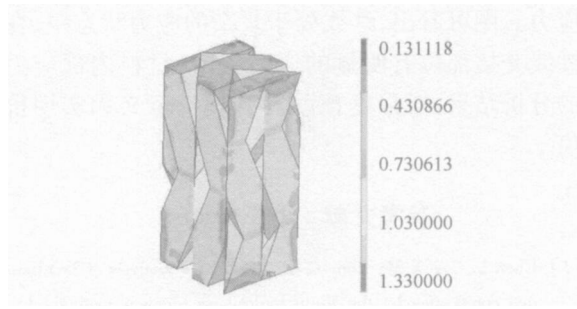


图 6　纱线应力云图

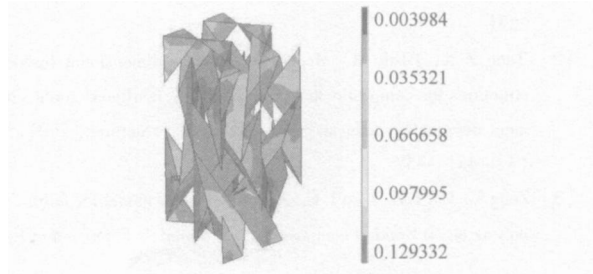


图 7　基体应力云图

接部位的树脂基体也表现出一定的应力集中, 这主要是由于在拉伸载荷作用下, 拉伸应力、剪切应力使得接触处纱线发生了扭转等变形, 对基体进

行挤压产生作用力而造成的. 从另一角度, 树脂应力集中区也起着纱线之间传递载荷力的通道作用. 从胞体受 x、y 向拉伸载荷的应力云图也可看出在纱线相互交接部位有应力集中. 因此, 在单向拉伸载荷作用下, 纱线的交接处为强度的关键点, 有可能优先产生微裂纹. 由于应力集中区域较小, 图中所表现的应力状态可看成此种材料出现点状损伤的一种解释. 在剪切载荷作用下, 纱线之间会产生明显的错动, 纱线交叉接触处的应力集中更加明显. 上述结果表明, 纱线在载荷作用下, 不再是单纯的受拉或受剪, 而是处于来自多方面力作用的复杂应力状态中.

为验证模型的有效性, 将 ANSYS有限元计算结果与实验结果[7]进行了对比, 如表 1所示. 表中计算值(1)为吴德隆 3细胞模型计算结果[5], 计算值(2)为杨振宇等[5]的有限元模型计算结果. 从图 6的讨论和表 1中的数据可以看出, 本文的有限元模型计算结果是合理的, 在很多情况下比已有模型的数值计算结果更加接近实验值.

表 1 计算结果与实验结果对比

编号	θ/(°)	V_f/%	E_z/GPa				μ_{zx}			
			实验值	计算值(1)	计算值(2)	本 文	实验值	计算值(1)	计算值(2)	本 文
1	42	58	28.7	46.79	36.27	28.53	0.513	0.664	0.579	0.458
2	21	45	67.2	80.85	67.53	63.21	0.596	0.501	0.573	0.672
3	41	54	27.3	27.3	34.82	27.84	0.463	0.663	0.578	0.475
4	48	45	22.4	28.58	21.24	21.00	0.603	0.564	0.474	0.414
5	42	54	28.0	43.97	34.20	27.60	0.517	0.654	0.577	0.472

6 结 束 语

在三维编织复合材料细观单胞模型的基础上, 采用挤压后纱线呈六边形的截面假设, 建立了有限元模型, 基于 ANSYS有限元软件编程, 计算得到了材料的弹性常数, 并与实验结果进行了对比, 吻合较好. 通过分析表明, 编织角和纤维的体积含量是影响材料弹性性能的重要参数. 此外, 从应力云图可看出, 纱线处于复杂的应力状态中, 在纱线交接部位有明显的应力集中. 材料内部应力的分析结果, 对强度预测具有理论意义和实用价值.

参考文献 (References)

[1] Chen L, Tao X M, Choy C L. Mechanical analysis of 3-D braided composites by the finite multiphase element method[J]. Composites Science and Technology, 1999, 59(16): 2383-2391

[2] Tang Z X, Postle R. Mechanics of three-dimensional braided structures for composite materials-part III: nonlinear finite element deformation analysis[J]. Composite Structures, 2001, 51(4): 451-457

[3] Zeng T, Wu L Z, Guo L C. A finite element model for failure analysis of 3D braided composites[J]. Materials Science and Engineering, 2004, 366(1): 144-151

[4] 孙颖, 李嘉禄, 亢一澜. 二步法三维编织复合材料弹性性能的有限元法预报[J]. 复合材料学报, 2005, 22(1): 108-113
Sun Ying, Li Jialu, Kang Yilan. Finite element prediction of elastic properties of two-step three-dimensional braided composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(1): 108-113 (in Chinese)

[5] 杨振宇. 三维编织复合材料弹性性能研究[D]. 北京: 北京航空航天大学航空科学与工程学院, 2004
Yang Zhenyu. Investigation into the elastic properties of 3-D braided composites[D]. Beijing: School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004 (in Chinese)

[6] 李嘉禄, 刘谦. 三维编织复合材料中纤维束横截面形状的研究[J]. 复合材料学报, 2001, 18(2): 9-13
Li Jialu, Liu Qian. Study on fiber tows's cross-section in 3-D braided composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2001, 18(2): 9-13 (in Chinese)

[7] 卢子兴, 冯志海, 寇长河, 等. 编织复合材料拉伸力学性能的研究[J]. 复合材料学报, 1999, 16(3): 129-134
Lu Zixing, Feng Zhihai, Kou Changhe, et al. Studies on tensile properties of braided structural composite materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 1999, 16(3): 129-134 (in Chinese)

(责任编辑: 陈 琛)