基于 Dixon结式的一种 9杆巴氏桁架位置分析

王 品 廖启征 魏世民 庄育锋

(北京邮电大学 自动化学院, 北京 100876)

摘 要: 将 Dixon结式运用到基本运动链的位置分析中,完成了一种对称型非平面的 9杆巴氏桁架的位置分析的研究,首次给出了这种巴氏桁架解析解的个数.结合矢量法和复数法建立了 4个几何约束方程式,使用 Dixon结式构造 22×22的 Dixon矩阵,对两列提取公因式后展开矩阵的行列式得到一元 64次多项式方程,回代过程中去掉 6组增根后得到 58组解.为了对结果进行验证,使用同伦连续法对同一个数字算例进行计算,两种方法得到结果一致,说明这种巴氏桁架的装配构形数目是 58.

关 键 词: 9杆巴氏桁架; 位置分析; Dixon结式; 同伦连续法; 公因式

中图分类号: TH 113.2

文献标识码: A 文章编号: 1001-5965(2006)07-0852-04

Direct position analysis of nine-link Barranov truss based on Dixon resultants

Wang Pin Liao Qizheng Wei Shimin Zhuang Yufeng

(Automation School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

Abstract: The assembly configurations of a kind of non-planar nine-link Barranov truss were analyzed by using Dixon's resultants. Four equations were established for the four loops of the mechanism by using vector method and they were changed into complex exponent numbers form. Dixon method was adopted to construct a 22×22 Dixon matrix and then the greatest common divisor of two columns was extracted. After expanding the determinant of the matrix, a 64 degree univariate polynomial equation was obtained and 6 extraneous roots were canceled in the process of solving the other 3 variables. The same result could be obtained by using homotopy continuations method. A numerical example is given and it verifies that the number of assembly configurations of this kind of Barranov truss is 58.

Key words: nine-link Barranov truss; forward position analysis; Dixon resultants; homotopy continuations method; GCD of polynomials

在平面机构运动分析和创新设计中, 平面基本运动链可作为一个独立的结构单元,其运动分析,特别是位置分析是最基础性的工作.位置分析常常归结到复杂的非线性方程组的求解问题.文献[1]指出,基本运动链按其定义就是巴氏桁架,根据基本回路数目及其拓扑图, 1~4个回路的基本运动链有 33种.其中, 4回路基本运动链(即 9杆巴氏桁架)的位置分析比较困难.文献[2]使用同伦连续法解决了一种 3回路和一种 4回路基本运动链位置分析;文献[3]首次解决了一种 7杆巴氏桁架的位置分析;文献[4]使用代数方法和结式消元法对一种 7杆巴氏桁架进行了位置分析;文献[5]使用同伦法给出了所有 33种基本运动链的装配构形数目,但是部分结果不够准确;文献[6-9]使用复数法和结式消元法分别对部分 9杆巴氏桁架进行了位置分析并给出了准确的解析

收稿日期: 2005-08-18

基金项目: 国家 973资助项目(2004CB318000);国家自然科学基金资助项目(50475161);2004年教育部科学技术研究重点资助项目(104043);高等学校博士学科点科研基金资助课题(20050013006)

作者简介: 王 品(1976-),男,山东莱阳人,博士生, wpbupt@126.com.

解的数目.

本文中 9杆巴氏桁架即文献 [1]中第 33种非平面基本运动链,其结构对称,且位置封闭方程的变量数为 3或 4,这给消元工作带来极大困难.若直接使用文献 [6-9]中的 Sylvester结式消元方法和步骤,由于每个方程式变量数均超过 2,是无法完成其位置分析的;如果单独使用吴方法或 Grobner基法,限于计算机的速度和容量目前都无法完成.作者采用 Dixon结式消元,解决了这一问题,另外还使用同伦法对约束方程进行了求解验证,得到解的个数是 58,与解析解的结果相同,这与文献 [5]中使用同伦法给出了其数值解的个数是相同的.

1　数学模型

9杆巴氏桁架构形如图 1所示,已知各杆长度 $l_1, l_2, \cdots, l_{18}$以及 $\alpha_1, \cdots, \alpha_5$和固定铰链 BCF 的位置,其中 KG 杆与 JH 杆交叉,这是由这种巴氏桁架的拓扑结构决定的.这种特殊结构的 9杆巴氏桁架共有 3种[1].现要求出 θ_1, θ_2, θ_3和 θ_4 4个角度和其它各铰链的位置.

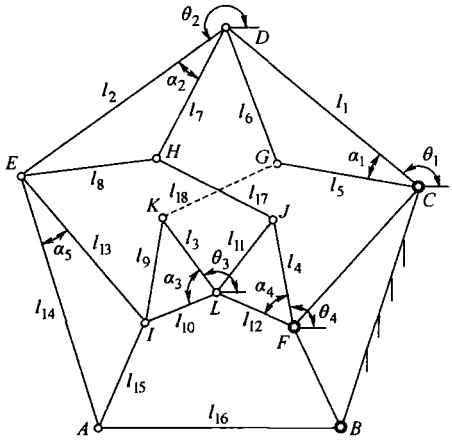


图 1　9杆巴氏桁架构形

根据图形的矢量关系可以得到 4个矢量方程:

$$\overrightarrow{JH} = \overrightarrow{JF} + \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DH}$$
$$\overrightarrow{GK} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{LK}$$
$$\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{LI}$$
$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA}$$

将上面 4式写成复指数形式:

$$\overrightarrow{JH} = -l_4 e^{i\theta_4} + \overrightarrow{FC} + l_1 e^{i\theta_1} + l_7 e^{i(\theta_2+\alpha_2)} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{GK} = -l_5 e^{i(\theta_1+\alpha_1)} - \overrightarrow{FC} + l_{12} e^{i(\theta_4+\alpha_4)} + l_3 e^{i\theta_3} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{EI} = -l_2 e^{i\theta_2} - l_1 e^{i\theta_1} - \overrightarrow{FC} + l_{12} e^{i(\theta_4+\alpha_4)} + l_{10} e^{i(\theta_3+\alpha_3)} \quad (3)$$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} + l_1 e^{i\theta_1} + l_2 e^{i\theta_2} + l_{14}/l_{13} \cdot \overrightarrow{EI} \cdot e^{-i\alpha_5} \quad (4)$$

由于 J、H 两点的距离的平方等于复数 $\overrightarrow{JH}$ 乘上其共轭复数 $\overrightarrow{JH}^*$,则由式 (1)得到:

$$l_{17}^2 = \left(-l_4 e^{i\theta_4} + \overrightarrow{FC} + l_1 e^{i\theta_1} + l_7 e^{i(\theta_2+\alpha_2)}\right) \cdot \left(-l_4 e^{-i\theta_4} + \overrightarrow{FC}^* + l_1 e^{-i\theta_1} + l_7 e^{-i(\theta_2+\alpha_2)}\right) \quad (5)$$

同样,由式 (2)~式 (4)可以得到:

$$l_{18}^2 = \left(-l_5 e^{i(\theta_1+\alpha_1)} - \overrightarrow{FC} + l_{12} e^{i(\theta_4+\alpha_4)} + l_3 e^{i\theta_3}\right) \cdot \left(-l_5 e^{-i(\theta_1+\alpha_1)} - \overrightarrow{FC}^* + l_{12} e^{-i(\theta_4+\alpha_4)} + l_3 e^{-i\theta_3}\right) \quad (6)$$

$$l_{13}^2 = \left(-l_2 e^{i\theta_2} - l_1 e^{i\theta_1} - \overrightarrow{FC} + l_{12} e^{i(\theta_4+\alpha_4)} + l_{10} e^{i(\theta_3+\alpha_3)}\right) \cdot \left(-l_2 e^{-i\theta_2} - l_1 e^{-i\theta_1} - \overrightarrow{FC}^* + l_{12} e^{-i(\theta_4+\alpha_4)} + l_{10} e^{-i(\theta_3+\alpha_3)}\right) \quad (7)$$

$$l_{16}^2 = \left(\overrightarrow{BC} + l_1 e^{i\theta_1} + l_2 e^{i\theta_2} + l_{14}/l_{13} \cdot \overrightarrow{EI} \cdot e^{-i\alpha_5}\right) \cdot \left(\overrightarrow{BC}^* + l_1 e^{-i\theta_1} + l_2 e^{-i\theta_2} + l_{14}/l_{13} \cdot \overrightarrow{EI}^* \cdot e^{i\alpha_5}\right) \quad (8)$$

式 (5)~式 (8)中,共含有 4个未知量 θ_1, θ_2, θ_3和 θ_4,使用 $x_j = e^{i\theta_j}$ $(j = 1, 2, 3, 4)$替换后,将其展开分别得到 4个多项式方程:

$$f_1(x_1, x_2, x_4) = c_{101} + c_{102}x_1^{-1} + c_{103}x_1^{-1}x_2 + c_{104}x_1^{-1}x_4 + c_{105}x_2^{-1} + c_{106}x_1x_2^{-1} + c_{107}x_2^{-1}x_4 + c_{108}x_1x_4^{-1} + c_{109}x_4^{-1} + c_{110}x_2x_4^{-1} + c_{111}x_1 + c_{112}x_2 + c_{113}x_4 = 0 \quad (9)$$

$$f_2(x_1, x_3, x_4) = c_{201} + c_{202}x_1^{-1}x_3 + c_{203}x_1^{-1}x_4 + c_{204}x_1^{-1} + c_{205}x_1x_3^{-1} + c_{206}x_3^{-1}x_4 + c_{207}x_3^{-1} + c_{208}x_1x_4^{-1} + c_{209}x_3x_4^{-1} + c_{210}x_4^{-1} + c_{211}x_1 + c_{212}x_3 + c_{213}x_4 = 0 \quad (10)$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = c_{301} + c_{302}x_1^{-1}x_2 + c_{303}x_1^{-1}x_3 + c_{304}x_1^{-1}x_4 + c_{305}x_1^{-1} + c_{306}x_1x_2^{-1} + c_{307}x_2^{-1}x_3 + c_{308}x_2^{-1}x_4 + c_{309}x_2^{-1} + c_{310}x_1x_3^{-1} + c_{311}x_2x_3^{-1} + c_{312}x_3^{-1}x_4 + c_{313}x_3^{-1} + c_{314}x_1x_4^{-1} + c_{315}x_2x_4^{-1} + c_{316}x_3x_4^{-1} + c_{317}x_4^{-1} + c_{318}x_1 + c_{319}x_2 + c_{320}x_3 + c_{321}x_4 = 0 \quad (11)$$

$$f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = c_{401} + c_{402}x_1^{-1}x_2 + c_{403}x_1^{-1}x_3 + c_{404}x_1^{-1}x_4 + c_{405}x_1^{-1} + c_{406}x_1x_2^{-1} + c_{407}x_2^{-1}x_3 + c_{408}x_2^{-1}x_4 + c_{409}x_2^{-1} + c_{410}x_1x_3^{-1} + c_{411}x_2x_3^{-1} + c_{412}x_3^{-1}x_4 + c_{413}x_3^{-1} + c_{414}x_1x_4^{-1} + c_{415}x_2x_4^{-1} + c_{416}x_3x_4^{-1} + c_{417}x_4^{-1} + c_{418}x_1 + c_{419}x_2 + c_{420}x_3 + c_{421}x_4 = 0 \quad (12)$$

式 (9)~式 (12)中 $c_{101} \sim c_{421}$均为常数系数,是由

各杆长度以及 5个夹角 $\alpha_1, \cdots, \alpha_5$ 决定的.

2 消元过程

2.1 构造 Dixon结式

根据 Dixon结式的构造原理[10], f_1, f_2, f_3 和 f_4 4个方程式最终可以构造一个 22×22 的 Dixon矩阵 $\boldsymbol{D}$. 对于 4个方程式, Dixon结式的具体构造过程如下:

设 $\boldsymbol{F}_0(x_1, x_2, x_3, x_4) = [f_1, f_2, f_3, f_4]^{\mathrm{T}}$, 引入 z_1, z_3 和 z_4 3个新变元, 则行列式

$$\Delta(x_1, x_2, x_3, x_4, z_1, z_3, z_4) = |\boldsymbol{F}_0(x_1, x_2, x_3, x_4), \boldsymbol{F}_1(z_1, z_3, x_3, x_4), \boldsymbol{F}_2(z_1, x_2, z_3, x_4), \boldsymbol{F}_3(z_1, x_2, x_3, z_4)| \quad (13)$$

当 $x_1 = z_1$ 或 $x_3 = z_3$ 或 $x_4 = z_4$ 时, $\Delta\equiv 0$, 所以 $(x_1 - z_1)(x_3 - z_3)(x_4 - z_4)$ 是 Δ 的因子. 令

$$\delta(x_1, x_2, x_3, x_4, z_1, z_3, z_4) = \frac{\Delta(x_1, x_2, x_3, x_4, z_1, z_3, z_4)}{(x_1 - z_1)(x_3 - z_3)(x_4 - z_4)}$$

则 δ 就是 Dixon多项式, 使用数学软件将其直接展开是很困难的. 为此将上式变换得到:

$$\delta = \left|\boldsymbol{F}_0, \frac{\boldsymbol{F}_1 - \boldsymbol{F}_0}{x_1 - z_1}, \frac{\boldsymbol{F}_2 - \boldsymbol{F}_1}{x_3 - z_3}, \frac{\boldsymbol{F}_3 - \boldsymbol{F}_2}{x_4 - z_4}\right| \quad (14)$$

式(14)不仅分母不含有分式, 而且可以快速展开, 展开后的 δ 可以分解成矩阵与行向量、列向量的乘积:

$$\delta = \boldsymbol{Z}\cdot\boldsymbol{D}_{22\times22}\cdot\boldsymbol{X}_0 \quad (15)$$

其中, $\boldsymbol{Z} = [z_1^{-3}, z_1^{-2}, z_1^{-1}, z_3^{-2}, z_1^{-1}z_3^{-2}, z_1z_3^{-2}, z_3^{-1}, z_1^{-2}z_3^{-1}, z_1^{-1}z_3^{-1}, z_1z_3^{-1}, z_4^{-1}, z_1^{-1}z_4^{-1}, z_1z_4^{-1}, z_3^{-1}z_4^{-1}, z_1^{-1}z_3^{-1}z_4^{-1}, z_1z_3^{-1}z_4^{-1}, z_3z_4^{-1}, z_1^{-2}z_3z_4^{-1}, z_1^{-1}z_3z_4^{-1}, 1]$; $\boldsymbol{X}_0 = [x_1^{-1}, x_3^{-3}, x_3^{-2}, x_1^{-1}x_3^{-2}, x_3^{-1}, x_1^{-1}x_3^{-1}, x_1^{-1}x_3, x_4^{-2}, x_3^{-1}x_4^{-2}, x_3x_4^{-2}, x_4^{-1}, x_1^{-1}x_4^{-1}, x_3^{-2}x_4^{-1}, x_3^{-1}x_4^{-1}, x_1^{-1}x_3^{-1}x_4^{-1}, x_3x_4^{-1}, x_1^{-1}x_3x_4^{-1}, x_1^{-1}x_3^2x_4^{-1}, x_1^{-1}x_4, x_1^{-1}x_3^{-2}x_4, x_1^{-1}x_3^{-1}x_4, 1]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{D}_{22\times22}$ 是一个仅含有变量 x_2 的 22×22 方阵, 即 Dixon矩阵.

2.2 提取公因式

通过计算发现, 矩阵 $\boldsymbol{D}_{22\times22}$ 中第 2和第 18列可以提出公因式 $C_1(x_2)$ 和 $C_2(x_2)$. 其中

$$C_1(x_2) = c_0 + c_1x_2,\ C_2(x_2) = c_0^* + c_1^*/x_2$$

两个公因式 $C_1(x_2)$ 和 $C_2(x_2)$ 是相互共轭复数且不是方程的解, 于是把他们分别乘到 $\boldsymbol{X}_0$ 的第 2和 18个元素得到新的列向量 $\boldsymbol{X}_1$: $\boldsymbol{X}_1 = [x_1^{-1}, C_1(x_2)x_3^{-3}, x_3^{-2}, x_1^{-1}x_3^{-2}, x_3^{-1}, x_1^{-1}x_3^{-1}, x_1^{-1}x_3, x_4^{-2}, x_3^{-1}x_4^{-2}, x_3x_4^{-2}, x_4^{-1}, x_1^{-1}x_4^{-1}, x_3^{-2}x_4^{-1}, x_3^{-1}x_4^{-1}, x_1^{-1}x_3^{-1}x_4^{-1}, x_3x_4^{-1}, x_1^{-1}x_3x_4^{-1}, C_2(x_2)x_1^{-1}x_3^2x_4^{-1}, x_1^{-1}x_4, x_1^{-1}x_3^{-2}x_4, x_1^{-1}x_3^{-1}x_4, 1]^{\mathrm{T}}$. 同时 $\boldsymbol{D}_{22\times22}$ 中第 2和第 18列分别提出公因式 $C_1(x_2)$ 和 $C_2(x_2)$ 得到新矩阵 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$, 这样式(15)可以等价写成

$$\delta = \boldsymbol{Z}\cdot\boldsymbol{M}_{22\times22}\cdot\boldsymbol{X}_1 \quad (16)$$

2.3 获取一元高次方程

根据线性代数的知识, 令 Dixon矩阵 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 的行列式为 0可以使式(16)等于 0成立. $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 的行列式使用 Mathematica软件中的 Det( )函数展开后, 得到关于 x_2 的一元 64次方程, 分解因式后, 可以提出一个一元 6次因式 $C_3(x_2)$:

$$C_3(x_2) = c_{30} + c_{31}x_2 + c_{32}x_2^2 + \cdots + c_{35}x_2^5 + c_{36}x_2^6$$

$C_3(x_2)$ 不是方程组的解, 下一节中提供验证方法. 提出因式 $C_3(x_2)$ 后, 得到关于 x_2 的一元 58次方程.

2.4 求解其他变量并排除增根

将上节求出的 x_2 代入式(16), 可以得到

$$\boldsymbol{M}_{22\times22}\cdot\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{0} \quad (17)$$

由于 x_2 代入后 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 的秩 $r<22$, 说明 $\boldsymbol{X}_1$ 中的变元有 $22-r$ 个是线性相关的, 这 r 个变元可以用其他 $22-r$ 个变元线性表示; 同时说明 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 中 $22-r$ 行是冗余的, 可以将其去掉. 这样式(17)可写成

$$\boldsymbol{M}_{r\times22}\cdot\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{0} \quad (18)$$

对式(18)中的 $\boldsymbol{M}_{r\times22}$ 使用施密特正交化法提取最大线性无关组得到 $\boldsymbol{M}_{r\times r}$, 所以式(18)可写成

$$[\boldsymbol{M}_{r\times r}\ \ \boldsymbol{M}_{r\times(22-r)}]\cdot\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{0} \quad (19)$$

由于 $\boldsymbol{M}_{r\times r}$ 是可逆的, 式(19)两边左乘 $\boldsymbol{M}_{r\times r}^{-1}$ 后, $\boldsymbol{M}_{r\times r}$ 变成了单位阵 $\boldsymbol{E}_{r\times r}$, 即

$$[\boldsymbol{E}_{r\times r}\ \ \boldsymbol{M}_{r\times r}^{-1}\cdot\boldsymbol{M}_{r\times(22-r)}]\cdot\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{0} \quad (20)$$

实际上, 把 $\boldsymbol{X}_1$ 中的元素看成单独变元, $\boldsymbol{M}_{r\times22}$ 就是增广矩阵, 而 $\boldsymbol{E}_{r\times r}$ 就是系数矩阵. 对于 x_2 的 58个正常根, 代入后 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 和 $\boldsymbol{E}_{r\times r}$ 的秩 $r=21$, 同时使 $\boldsymbol{M}_{r\times r}^{-1}\cdot\boldsymbol{M}_{r\times(22-r)}$ 变成一个所有元素都不为 0的列向量, 从而可根据式(20)直接解线性方程组得到向量 $\boldsymbol{X}_1$ 中各元素的值并求出 x_1, x_3 和 x_4. 而对于 x_2 的 6个增根, 即 $C_3(x_2)$ 对应的解, 代入后 $\boldsymbol{M}_{22\times22}$ 的秩 $r=21$ 而 $\boldsymbol{E}_{r\times r}$ 的秩 $r=20$ 并且 $\boldsymbol{M}_{r\times r}^{-1}\cdot\boldsymbol{M}_{r\times(22-r)}$ 变成了具有多个 0的列向量, 根据线性代数的知识可知, 系数矩阵的秩小于增广矩阵的秩, 方程组是无解的. 另外, 对于增根, 式(20)展开后变成了矛盾方程组, 亦无解, 那么这组解就是增根, 需要去掉.

3 同伦连续法求解

同伦连续法是一种很实用的求解非线性方程组的数值方法, 文献[1]有较详细介绍. 对于式

(9)~式(12),由于变元中含有负指数,为了减少发散路径和提高计算速度,这里引入 4个变元 y_1, y_2, y_3和 y_4及 4个方程式

$$x_j \cdot y_j - 1 = 0 \quad j = 1, 2, 3, 4 \qquad (21)$$

将 y_i(i= 1~ 4)分别替换式(9)~式(12)中的 1/x_i(i= 1~ 4)然后联立式(21)组成一个含有 8个变量 8个方程式的多项式方程组:

$$G_i(x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4) = 0$$
$$i = 1 \sim 8 \qquad (22)$$

使用美国一所大学 (University of Illinois at Chicago)开发的同伦连续法软件 PHCpack对式(22)直接求解,最终的结果是共有 58组解收敛.

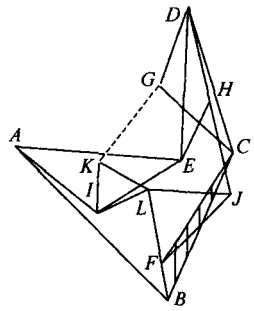
4 数字实例

对于图 1所示的巴氏桁架,假设其结构尺寸 l_1= 40, l_2= 40, l_3= 15, l_4= 26, l_5= 26, l_6= 22, l_7= 25, l_8= $\sqrt{305}$, l_9= $6\sqrt{5}$, l_{10}= 15, l_{11}= $2\sqrt{113}$, l_{12}= 20, l_{13}= $\sqrt{661}$, l_{14}= $5\sqrt{661}/3$, l_{15}= $\sqrt{66\,10}/3$, l_{16}= $7\sqrt{65}$, l_{17}= 25, l_{18}= 25及相对位置 B(7, -211/3), C(24, -32), F(5, -61),可求出 α_1, …, α_5 5个角度.根据上述步骤,可以求出 58组 θ_1, θ_2, θ_3和 θ_4,表 1仅列出 14组实数解, 44组复数解略.另外,使用同伦连续法同样可以得到相同的结果.根据表 1中的 14组实解可以求出各个铰链的位置,并且得到实际图形,如图 2所示.由上述步骤计算出 x_2的 6个增根为 -1.639-1.156i, -0.629-1.839i, -0.407-0.287i, -0.1666-0.487i, 0.760-0.385i和 1.047-0.531i,它们都使 1/x_1, 1/x_3和 1/x_4同时为 0, x_1, x_3和 x_4无解,从而需要把它们去掉.

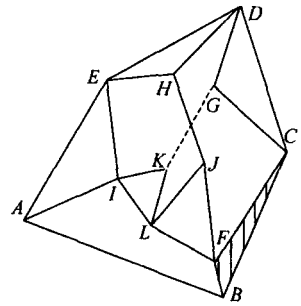
表 1　部分计算结果　(°)

No	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
1	-160.692	-32.292	-43.739	-13.684
2	-149.855	108.899	69.261	101.743
3	-148.514	-22.884	43.176	-44.222
4	-116.219	45.959	91.523	-14.719
5	-44.04	116.974	71.223	-11.224
6	-28.765	115.341	1.5130	14.949
7	-25.282	-148.011	33.025	-48.919
8	-13.568	-146.585	66.878	-33.584
9	107.229	-92.77	150.856	45.257
10	107.922	-151.539	71.852	96.434
11	126.87	-143.13	126.87	90.00
12	138.26	-31.094	-20.579	75.122
13	147.342	-49.259	12.816	121.983
14	156.346	-73.757	98.32	159.409

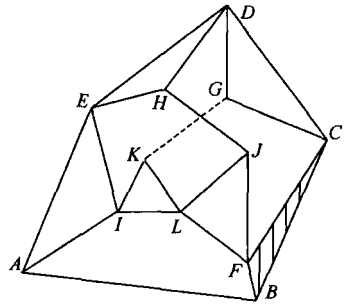
整个计算过程使用数学软件 Mathematica 5.1,在联想微机(P4, 2.93GHz, 256MB内存)上完成的,耗时 40.743 s.



a　第 9组实数解对应的装配构形



b　第 10组实数解对应的装配构形



c　第 11组实数解对应的装配构形

图 2　部分实数解对应的实际装配构形

5 结束语

使用 Dixon结式首次完成了一种对称性非平面的 9杆巴氏桁架的位置分析,按照 Dixon结式的原理构造了一个 22×22的矩阵,提出公因式后展开其行列式得到其封闭形式解为一元 64次方程,回代过程中去掉了 6个增根,得到 58组解.通过数字实例进行了验证,并且采用同伦法进行求解,两种方法结果一致,说明这 58组解无增无漏.文中提供的新思路,可以对其他巴氏桁架或者 Assur组以及部分并联机构位置分析问题求解.

参考文献 (References)

[1] 杨廷力. 机械系统基本理论[M]. 机械工业出版社, 1996. 17-60, 115-138
Yang Tingli. Basic theory of mechanical system: structural, kinematical and dynamic[M]. Beijing: Mechanical Industrial Press, 1996. 17-60, 115-138(in Chinese)

[2] 刘安心, 杨廷力. 平面任意复杂机构位置分析的连续法[J]. 机械科学与技术, 1994, 50(2): 55-62
Liu Anxin, Yang Tingli. Displacement analysis of planar complex mechanism using continuation method[J]. Mechanical Science and Technology, 1994, 50(2): 55-62(in Chinese)

[3] Innocenti, Carlo. Position analysis in analytical form of the 7-link Assur kinematic chain featuring one ternary link connected to ternary links only[J]. Mechanism and Machine Theory, 1997, 32(4): 501-509

(下转第 **864**页)

1990: 15-60
Hu Yida. Practical mutriobjective optimization[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1990: 15-60(in Chinese)
[2] Zitzler E, Thiele L. An evolutionary alogrithms for multiobjective optimization: the strength Pareto approach[R]. TIK-Report, No 43, 1998
[3] Carlos C, Helio J. A non-generational genetic alorithm for mutiobjective optimization[C]// 2000 Congress on Evolutionary Computation. San Diego, California: [s.n.], 2000: 172-179
[4] Carlos A. An updated survey of evolutionary multiobjective optimization techniques: state of the art and future trends[C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation CEC99. Washington, DC: [s.n.], 1999: 3-13
[5] Kalynmoy D, Amrit P, Meyarivan T. Constrained test problems for multiobjective evolutionary optimization[R]. KanGAL Repart NO. 200002, 2000
[6] 刑文训, 谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 140-148
Xing Wenxun, Xie Jinxing. Modern optimization method of calculation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999: 140-148(in Chinese)
[7] Shinya W, Tomoyuki H, Mitsunori M. Neighborhood cultivation genetic algorithm for multiobjective optimization problems[C]// Proceedings of 4th Asia-Pacific Conference on SEAL, 2002: 198-202
[8] 何允纪, 苏晓耕. 工程机械设计中正值多目标优化最好解的一种取法[J]. 农业机械学报, 1994, 25(8): 95-99
He Yunji, Su Xiaogeng. Choose optimum from positive mutiobjective optimization in engineering mechanism design[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1994, 25(8): 95-99(in Chinese)
[9] 张宪民. 连杆机构多目标综合平衡中最佳非劣解的模糊识别[J]. 机械科学与技术, 1997, 16(1): 105-110
Zheng Xianmin. Fuzzy identification of the optimal solution for multi-objective dynamic balance of linkage mechanisms[J]. Mechnical Science and Technology, 1997, 16(1): 105-110(in Chinese)

(责任编辑: 张 嵘)

(上接第 **855**页)

[4] 韩林, 廖启征, 梁崇高. 一种6杆平面三级组运动分析[J]. 北京邮电大学学报, 1998, 21(3): 56-60
Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Kinematic analysis of a 6-link planar third-class group[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 1998, 21(3): 56-60(in Chinese)
[5] Hang Lubin, Jin Qiong, Yang Tingli. A general study of the number of assembly configurations for multi-circuit planar linkages[J]. Journal of Southeast University, 2000, 16(1): 46-51
[6] 韩林, 廖启征, 梁崇高. 低副机构的一种平面五级组运动分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1998, 24(5): 603-606
Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Close form displacement analysis of a planar fifth class group with lower pairs[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998, 24(5): 603-606(in Chinese)
[7] Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Closed-form displacement analysis for a nine-link Barranov truss or an eight-link Assur group[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000(35): 379-390
[8] Wei Shimin, Zhou Xiaoguang, Liao Qizheng. Closed-form displacement analysis of one kind of nine-link Barranov trusses[C]// Tian Huang. Proceeding of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin: China Machinary Press, 2004: 1176-1177
[9] 魏世民, 周晓光, 廖启征. 一种9杆巴氏桁架的装配形态研究[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(8): 962-965
Wei Shimin, Zhou Xiaoguang, Liao Qizheng. Research on assembly configurations for nine-link Barranov truss[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(8): 962-965(in Chinese)
[10] Donald B R, Kapur D, Mundy J L. Symbolic and numerical computation for artificial intelligence[M]. London: Harcourt Brace Jovanovich Publishers, 1992: 52-55

(责任编辑: 彭 徽)