应用于工程设计的多目标优化方法比较

郑赟韬 方 杰 蔡国飙

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 归纳并分析了几种常用的多目标优化方法,在悬臂梁的双目标极小化问题和火箭发动机系统的双目标极大化问题中,用线性加权法、逐步宽容约束法、NCGA(Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm)法求解优化问题的非劣解集;用 p 模理想点法、最短距离法、极大模理想点法、目标规划法求解优化问题的非劣解. 并且在悬臂梁的优化问题中,对不同的定值点用目标点法求解优化问题的非劣解,结果说明不同的定值点对应不同的优化结果. 最后分别采用二元相对比较法和模糊关联度法求出以上问题的最佳非劣解. 通过 2 个实例说明了这些方法的特点,证明了这些方法的实用性,适用于一般的多目标优化问题.

关 键 词: 工程设计; 优化; 佩瑞多法则

中图分类号: TB 2

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)07-0860-05

Comparison of multi-objective optimization methods on engineering design

Zheng Yuntao Fang Jie Cai Guobiao

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Several multi-objective optimization methods in common use were concluded. In two examples of bi-objective optimization for cantilever beam and rocket engine, linear weighted method and gradual easy constraint method and neighborhood cultivation genetic algorithm(NCGA) method were used to obtain Pareto Front. Ideal point method with p-module, the least distance method, ideal point method with max-module and goal programming method were used to obtain non-inferior solutions. The goal point was performed with diverse specific point that corresponded to diverse result in cantilever beam optimization. The optimal solution was respectively found from all non-inferior solutions by dualistic relative comparison and fuzzy related degree method. Examples indicate that multi-objective optimization methods and identification methods of the optimal solution are efficient and reliable applying to the general multi-objective optimization problems.

Key words: engineering design; optimization; Pareto principle

研究多目标最优化问题的学科称为多目标最优化或多目标规划,多目标最优化的研究对象是:多于一个的数值目标函数在给定区域上的最优化问题. 1896 年,经济学家 V. Pareto 首先在经济平衡的研究中提出了多目标最优化问题,引进了 Pareto 最优的概念. 1951 年,数理经济学家 T. C. Koopmans 从生产和分配的效率分析中考虑了多目标最优化问题,引入了有效解的定义并得到某些基本结果[1]. 从本世纪 60 年代开始,人们设计了许多求解多目标最优化问题的处理方法[2-5],并运用它们去解决各种实际问题. 本文总结了常用的求解多目标最优化问题的方法和多目标决策的方法,并通过悬臂工字梁的优化和火箭发动机系统的优化 2 个不同的优化问题阐明了这些方法各自的特点.

1 多目标优化方法

评价函数法是最简单有效的多目标处理方法. 它通过建立评价函数将多目标优化问题转化为单目标优化. 常用的评价函数法包括:线性加权

收稿日期: 2005-09-14

作者简介: 郑赟韬(1979-),女,湖北襄樊人,博士生, huamei@sina.com.

法、p 模理想点法、最短距离法、极大模理想点法等. 这些方法采用的评价函数的形式不同,但基本原理是一致的.

在实际应用中,构造一个多目标最优化问题的评价函数非常困难. 逐步宽容约束法也是将多目标问题转化为单目标问题的方法. 它将其中的一个分目标直接作为目标函数,其他的分目标设置可选值范围. 可以求出在不同的取值下的目标函数的最优值.

目标规划模型在处理多目标问题时比较简便,是一种较常采用的目标模型. 它首先求出各分目标的最优值,通过计算设计点与各分目标最优点的正负偏差之和确定多目标问题的最优点.

遗传算法是在上世纪 70 年代由美国 Michigan 大学的 Holland 教授发展起来的[6]. 它适合数值求解带有多参数、多变量、多目标的组合优化问题,是近年来发展最迅速的一种算法. 在遗传算法的基础上发展的多目标遗传算法包括:NCGA、NSGA、FFGA、NPGA 和 SPGA 等. 其中,NCGA(Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm)是 Shinya [7] 在 2002 年提出的. 这种方法在加速收敛的过程上比传统遗传算法存在明显优势.

2　多目标决策方法

多目标优化研究的是多于一个的数值目标函数在给定区域上的优化问题. 该类问题的优化目标往往是相互冲突的,一些目标的改善会造成另一些目标的恶化,各目标不可能同时达到各自的最优值;目标之间通常也没有统一的度量标准,而是各自具有不同的量纲和数量级,无法直接进行量的比较;并且每个设计者对多个目标的企求不尽相同,满足设计者需求的满意解在大多数场合都无法给出确切的数学描述.

对于同一个多目标优化问题,不同的优化方法可以得到不同的解,这些解被称为非劣解. 各个解互有利弊,不可比较. 因为多目标优化不存在绝对意义的最优解(理想解). 在第 2 节中描述的各多目标优化方法求出优化问题的解集构成非劣解集,非劣解集也叫 Pareto 最优解集或 Pareto 前沿. 多目标决策是从这些非劣解集中根据决策者的偏好确定最好解的方法.

二元相对比较法[8] 首先对各分目标函数建立非劣解之间的相对满意度矩阵 $\boldsymbol{R}^k, k=1,\cdots,m$ (m 为分目标的个数),然后运用 $\boldsymbol{\lambda}$ 截矩阵的概念,求出累计相对满意度最高的解.

模糊关联度[9] 反映非劣解与理想解的接近程度. 首先将非劣解集模糊化,求非劣解相对理想解的隶属度,从而消除物理量纲的影响. 由于非劣解总是对称的分布在理想解的周围,选用对称分布形式的隶属函数 $\mu(f)$ (正态分布、柯西分布). 所求的关联度最大的一组,即为最佳非劣解.

3　实例分析

3.1　极小化问题

图 1 为工字悬臂梁,悬臂梁的长度为定值 500 mm,梁的自由端受力 $F_x=20$ N, $F_y=75$ N,设计变量为梁的横截面几何参数. 将梁的最小质量和梁的最小偏斜度作为设计目标. 约束条件为梁的几何约束以及最大应力限制. 分别采用不同的优化方案所得结果见图 1.

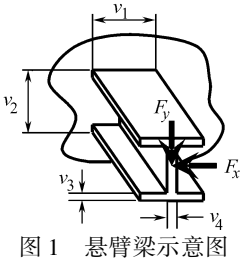


图 1　悬臂梁示意图

图 2 是对梁采用线性加权法和逐步宽容约束法所得优化结果.

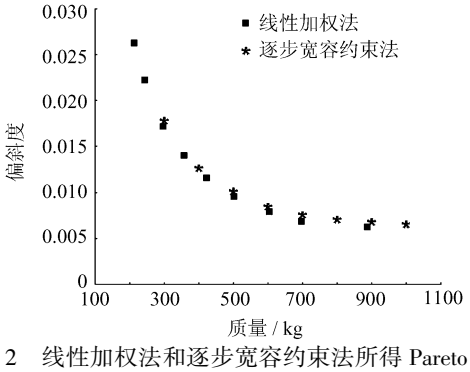


图 2　线性加权法和逐步宽容约束法所得 Pareto Front

在线性加权法中,对梁的质量和偏斜度分别取不同的权系数,在优化平台下采用试验设计的方法,自动改变 2 个目标的权值. ω_1 为质量的权系数,ω_2 为偏斜度的权系数,悬臂梁的质量和偏斜度是 2 个相冲突的优化目标,减小梁的质量必然带来偏斜度的增加. 权系数的选择反映了对优化目标的偏好.

在逐步宽容约束法中设定梁质量范围是(300 kg,1 000 kg),将梁的最小偏斜度作为优化目标,这种方法将多目标优化问题转化为单目标优化,将原优化目标中的质量作为约束条件,当取一

组等差数值作为悬臂梁的质量时,就得到一组间隔均匀的最小偏斜度优化解.

对于 p 模理想点法、极大模理想点法、最短距离法以及目标规划法必须首先计算单目标的最优值. 梁的质量和偏斜度的最优值分别为 209.55 kg 和 0.006 153. 为简化计算取两优化目标的权系数相同. 表 1 为这 4 种方法所得的优化结果. 其中最短距离法是 p 值为 2 时的特殊情况. 在 p 模理想点法中,对于 p 取不同的值,所得优化目标的最优值基本相同.

表 1 各种方法所得优化目标值

优化方法	优化目标	
	质量/kg	偏斜度
理想点法 $p=2.0$	413.180	0.011 822
理想点法 $p=5.0$	408.860	0.011 890
理想点法 $p=20$	407.450	0.011 933
理想点法 $p=100$	407.060	0.011 951
极大模理想点法	410.333	0.012 008
目标规划法	421.264	0.011 593

在目标点法中,首先必须给定参考点. 参考点必须位于可行域当中. 由不同的参考点所得的优化结果如表 2 所示. 由表 2 可以看出,不同的参考点得到的结果相差较大. 因此参考点的选择直接影响优化结果.

表 2 目标点法的优化结果

参考点		优化目标	
质量/kg	偏斜度	质量/kg	偏斜度
350	0.010	411.31	0.012 45
450	0.005	423.66	0.010 92
600	0.005	562.11	0.013 55

图 3 为以上几种方法所得的非劣解的结果. 由图 3 可知,这是一个双目标极小化问题. 理想点如图 3 所示,这几种方法得到的非劣解构成了悬臂梁优化问题的 Pareto 前沿. 采用线性加权法和逐步宽容约束法所得 Pareto 前沿基本一致. p 模理想点法、极大模理想点法、最短距离法以及简单目标规划法所得非劣解基本处于线性加权法权系数为(0.5,0.5)的这一组非劣解附近.

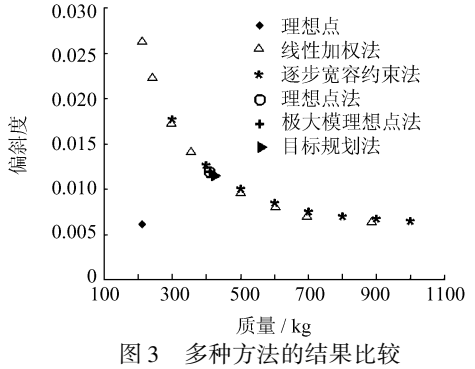


图 3 多种方法的结果比较

分别用二元相对比较法和模糊关联度从上述各组非劣解中求得的最好解如表 3 所示.

表 3 多目标决策方法求得满意解

方法	质量/kg	偏斜度
二元相对比较法	407.45	0.011 933
模糊关联度法	695.39	0.006 940

3.2 极大化问题

图 4 为一液体火箭发动机结构简图,发动机系统主要部件包括:推力室、燃气发生器、泵和涡轮. 在满足设计指标的前提下进行发动机系统的优化设计.

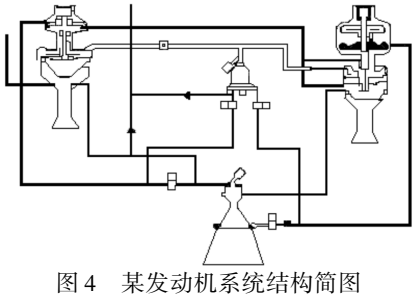


图 4 某发动机系统结构简图

首先根据实际情况将影响发动机比冲的某些变量(如组件效率、推进剂密度和喷管的出口压力等)作为常量处理,从而使优化设计变量简化为燃烧室压强和混合比. 发动机的系统设计常常要求发动机的比冲尽可能大,结构质量尽可能小,从而提高运载火箭的运载能力. 因此将优化目标确定为最大化发动机的比冲和推力质量比.

优化的约束条件包括推力室的室压取值范围,推力室的混合比取值范围,发动机的混合比约束,发动机的推力下限值. 分别对发动机的比冲和推质比进行了单目标优化,得到结果为 443.36 s 和 684.70 N/kg. 采用 p 模理想点法、极大模理想点法、最短距离法以及目标规划法所得优化结果如表 4 所示.

表 4 各种方法所得优化目标值

优化方法	优化目标	
	比冲/s	推质比/(N·kg^{-1})
理想点法 $p=2.0$	437.18	674.20
理想点法 $p=5.0$	436.96	674.50
理想点法 $p=20$	436.88	674.62
理想点法 $p=100$	436.88	674.62
极大模理想点法	439.11	670.70
目标规划法	438.69	671.98

由表 4 可知,选取不同的 p 值,用 p 模理想点法所得的优化目标值基本相同,比冲值的正负偏差在 6.88×10^{-4} s 以内;推质比值的正负偏差在 6.23×10^{-4} N/kg以内. 将上述各种方法求得的非劣解在图 5 中显示:

发动机的比冲和推质比是 2 个相冲突的优化目标,增大发动机的比冲必然带来推质比的减小.

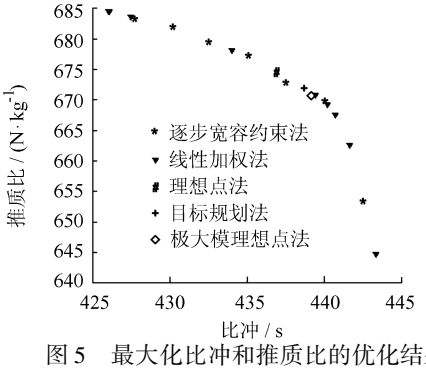


图 5　最大化比冲和推质比的优化结果

在逐步宽容约束法中将最大化推质比作为单目标进行优化,把发动机的比冲设为约束条件. 这是一个双目标极大化的问题. 理想点如图 5 所示,这几种方法得到的非劣解构成了燃气发生器循环发动机系统优化问题的 Pareto 前沿.

图 6 为采用 NCGA 法所得优化问题的 Pareto 前沿.

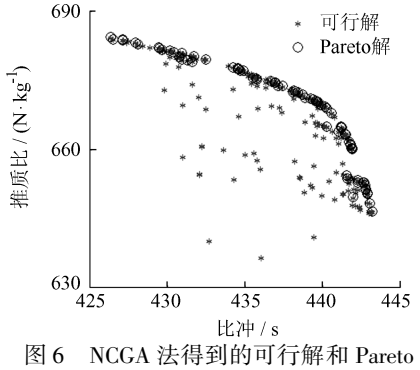


图 6　NCGA 法得到的可行解和 Pareto 前沿

取种群数为 10,代数为 50,交叉概率为 1.0,变异概率为 0.01. 由图 6 可以看出,采用 NCGA 的方法不仅能得到多目标优化问题的 Pareto 解,还能得到优化问题的可行解. 从工程设计的角度上能够给工程设计人员提供更多的设计点. 比较图 5 与图 6,两图中的 Pareto 前沿基本吻合. 但由 NCGA 方法得到的 Pareto 前沿范围更广.

分别用二元相对比较法和模糊关联度从上述各组非劣解中求得的满意解如表 5 所示.

表 5　多目标决策方法求得满意解

方法	比冲/s	推质比/(N · kg^{-1})
二元相对比较法	441.54	654.38
模糊关联度法	443.27	644.92

4　结　论

通过对 2 个不同的优化问题分别采用多目标优化方法和多目标决策方法得到的结果总结如下:

1) 用线性加权法,改变优化目标的权系数可以得到相应的非劣解,从而可得 Pareto 前沿.

2) 用逐步宽容约束法,可以将优化目标转化为约束条件,从而将优化问题简化,并且通过逐次放宽目标约束获得 Pareto 前沿. 由于其减少了优化目标的个数,所得到的 Pareto 前沿只是在其中一个优化目标所取范围内的 Pareto 前沿,因此在使用该方法时应注意适当选取作为约束条件的优化目标的范围.

3) 对于 p 模理想点法,不同的 p 值得到相似的优化结果.

4) p 模理想点法、极大模理想点法以及简单目标规划法中优化目标的权系数均为 1,因此所得非劣解均处于线性加权法(0.5,0.5)这一组权系数对应的非劣解附近. 如果选取不同的权系数以上 3 种方法均可得到与线性加权法类似的 Pareto 前沿.

5) 对于目标点法,参考点的选取直接影响优化结果,当参考点靠近 Pareto 前沿时,所得优化结果才能与 Pareto 前沿相符. 但在设计之初,设计者对问题的了解很少,因此不建议使用这种方法.

6) 采用 NCGA 的方法不仅得到多目标优化问题的 Pareto 前沿,而且得到在可行域范围内的可行解,更利于工程设计.

7) 对于 2 个多目标决策方法,在悬臂梁优化问题中所得的结果差别较大而在发动机系统优化问题中所得结果接近. 这是由于一方面发动机系统优化中的 2 个目标值处于同一数量级,而悬臂梁优化中的 2 个目标值的数量级相差较大;另一方面二元相对比较法是各非劣解相互之间进行比较,而模糊关联度法是求解各组非劣解与理想解的关联度从而判定最佳非劣解,2 种方法所用的原理不同.

8) 二元相对比较法不需要求单目标的最优值,而最佳模糊关联度需求出单目标的最优值. 二元相对比较法是比较非劣解中各目标之间的满意度;而最佳模糊关联度比较的是各分目标非劣解与理想解之间的关联度. 在二元相对比较法中,如果非劣解个数众多,会出现多组非劣解对应的优选向量的分量相同的情况. 本文认为采用最佳模糊关联度的方法求出的最佳非劣解更为可取.

参考文献 (References)

[1] 胡殿达. 实用多目标最优化[M]. 上海:上海科技出版社,1990:15-60
Hu Yida. Practical muti-objective optimization[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1990:15-60 (in Chinese)

[2] Zitzler E, Thiele L. An evolutionary alogrithms for multiobjective optimization: the strength Pareto approach[R]. TIK-Report, No. 43, 1998

[3] Carlos C, Helio J. A non-generational genetic alorithm for mutiobjective optimization[C]// 2000 Congress on Evolutionary Computation. San Diego, California: [s. n.], 2000: 172-179

[4] Carlos A. An updated survey of evolutionary multiobjective optimization techniques: state of the art and future trends[C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation CEC99. Washington, DC: [s. n.], 1999: 3-13

[5] Kalynmoy D, Amrit P, Meyarivan T. Constrained test problems for multiobjective evolutionary optimization [R]. KanGAL Repart NO. 200002, 2000

[6] 刑文训,谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京:清华大学出版社,1999:140-148
Xing Wenxun, Xie Jinxing. Modern optimization method of calculation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999: 140-148(in Chinese)

[7] Shinya W, Tomoyuki H, Mitsunori M. Neighborhood cultivation genetic algorithm for multi-objective optimization problems [C]// Proceedings of 4th Asia-Pacific Conference on SEAL, 2002: 198-202

[8] 何允纪,苏晓耕. 工程机械设计中正值多目标优化最好解的一种取法[J]. 农业机械学报,1994,25(8):95-99
He Yunji, Su Xiaogeng. Choose optimum from positive mutiobjective optimization in engineering mechanism design[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 1994, 25(8): 95-99(in Chinese)

[9] 张宪民. 连杆机构多目标综合平衡中最佳非劣解的模糊识别[J]. 机械科学与技术,1997,16(1):105-110
Zheng Xianmin. Fuzzy identification of the optimal solution for multi-objective dynamic balance of linkage mechanisms[J]. Mechnical Science and Technology, 1997, 16(1): 105-110(in Chinese)

(责任编辑:张 嵘)

(上接第855页)

[4] 韩林,廖启征,梁崇高. 一种6杆平面三级组运动分析[J]. 北京邮电大学学报,1998, 21(3): 56-60
Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Kinematic analysis of a 6-link planar third-class group[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 1998, 21(3): 56-60(in Chinese)

[5] Hang Lubin, Jin Qiong, Yang Tingli. A general study of the number of assembly configurations for multi-circuit planar linkages[J]. Journal of Southeast University, 2000, 16(1): 46-51

[6] 韩林,廖启征,梁崇高. 低副机构的一种平面五级组运动分析[J]. 北京航空航天大学学报,1998,24(5):603-606
Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Close form displacement analysis of a planar fifth class group with lower pairs[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998, 24(5): 603-606(in Chinese)

[7] Han Lin, Liao Qizheng, Liang Chonggao. Closed-form displacement analysis for a nine-link Barranov truss or an eight-link Assur group[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000(35): 379-390

[8] Wei Shimin, Zhou Xiaoguang, Liao Qizheng. Closed-form displacement analysis of one kind of nine-link Barranov trusses [C]// Tian Huang. Proceeding of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin: China Machinary Press, 2004: 1176-1177

[9] 魏世民,周晓光,廖启征. 一种9杆巴氏桁架的装配形态研究[J]. 机械科学与技术,2004, 23(8): 962-965
Wei Shimin, Zhou Xiaoguang, Liao Qizheng. Research on assembly configurations for nine-link Barranov truss [J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(8): 962-965(in Chinese)

[10] Donald B R, Kapur D, Mundy J L. Symbolic and numerical computation for artificial intelligence[M]. London: Harcourt Brace Jovanovich Publishers, 1992: 52-55

(责任编辑:彭 徽)