基于 Volterra 级数的跨音速非定常气动力建模

吴志刚 杨 超

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 为了有效实现跨音速气动伺服弹性的分析与综合,应用 Volterra 级数理论建立了一种跨音速非定常气动力状态空间建模方法. 小扰动假设下的跨音速非定常气动力可以近似地表示为一阶 Volterra 级数的形式. 通过 CFD(Computation Fluid Dynamics)技术计算得到由结构变形产生的非定常气动力阶跃响应可辨识出 Volterra 核,由此得到频域的广义非定常气动力影响系数. 利用气动力有理函数拟合,得到气动弹性状态空间模型. 为验证气动力建模的有效性,以后掠机翼为例进行颤振计算. 结果表明,Volterra 级数方法得到的非定常气动力模型能够反映一定的跨音速气动特性,颤振计算与 CFD-CSD(CFD-Computation Structure Dynamics)的计算结果吻合很好.

关 键 词: 气动弹性; 非定常气动力; 跨音速; 颤振; Volterra 级数

中图分类号: V 215.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)04-0373-04

Volterra series based transonic unsteady aerodynamics modeling

Wu Zhigang Yang Chao

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: To implement aeroservoelastic analysis and synthesis in transonic flow, an approach for transonic unsteady aerodynamics modeling by applying Volterra series theory is presented. Based on the assumption of small perturbation, transonic unsteady aerodynamics can be expressed approximately as one-order Volterra series. Using the unsteady aerodynamics step responses due to the structural deformation calculated by CFD(computation fluid dynamics) technique, the Volterra kernels are determined, and the generalized unsteady AIC(aerodynamics influence coefficients) in frequency-domain are obtained. Then the aeroelastic state-space model is built by rational function approximation. To validate the transonic aerodynamics modeling, flutter analysis of a swept wing is executed by the Volterra series approach and is compared with other methods. The results show the aerodynamics model educed by the Volterra series approach can reflect the features of transonic aerodynamics. The Volterra series approach coincides with the CFD-CSD(computation fluid dynamics-computation structure dynamics) method in flutter analysis.

Key words: aeroelasticity; unsteady aerodynamics; transonic; flutter; Volterra series

1 问题的提出

非定常气动力是气动伺服弹性系统的主要组成部分之一,其建模的好坏直接影响到整个气动伺服弹性分析与综合的成败. 一般地,非定常气动力模型可分为频域和时域两类形式. 在传统的颤振工程分析中,普遍采用频域形式的广义非定常气动力影响系数;而对于气动伺服弹性问题中的多学科耦合分析、一体化综合设计以及非线性分析等,通常需要应用时域形式的非定常气动力状态空间模型. 亚音速和超音速非定常气动力通常采用线性面元法[1,2](如偶极子格网法、活塞理论等)来计算. 跨音速气体流动具有两个明显的特

收稿日期: 2005-01-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372013);航空基础科学基金资助项目(03A51050);新世纪人才支持计划资助项目

作者简介: 吴志刚(1977-),男,江西萍乡人,博士后, wuzhigang@buaa.edu.cn.

性:①存在着亚、超音速混合流场;②存在着激波.长期以来,跨音速非定常气动力计算及建模一直是气动弹性研究的热点.

由于计算手段的限制,不得不采用线化理论从亚音速和超音速两边向跨音速范围逼近,并结合跨音速风洞试验来验证.随着计算手段的提高,产生了各种基于CFD(Computation Fluid Dynamics)的跨音速非定常气动力计算方法和颤振分析方法[3~5].这些方法通常需要划分复杂的气动网格,在结构与气动之间反复迭代计算,耗费大量的计算时间,得到的非定常气动力数据量大.单纯采用这些方法,不利于进行气动伺服弹性分析与综合.

近年来,从系统辨识的角度,利用已获得的非线性气动力数据来重构气动力模型是非定常气动力建模的一个新方向.Silva首先提出将Volterra级数理论用于非线性非定常气动力的建模[6].他采用一系列已知的气动力脉冲响应来辨识Volterra核,并由此获得非线性气动力对任意输入的时域响应.在此基础上,Raveh比较了脉冲响应和阶跃响应辨识Volterra核的效果[7],认为采用阶跃响应比脉冲响应更容易辨识出核函数,而且数值稳定性高.国内对于该问题的研究才刚刚起步.

本文的研究目的在于针对跨音速问题,在CFD方法计算气动力响应的基础上,应用Volterra级数理论建立一种非定常气动力影响系数及状态空间模型的建模方法,其流程如图1所示.

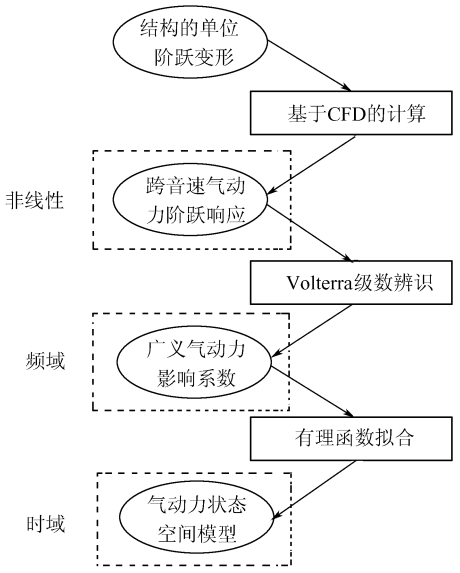


图1 跨音速非定常气动力建模流程

2 Volterra级数理论

Volterra级数是由Volterra和Wiener发展的用于描述非线性系统输入输出特性的一种工具.根据Volterra级数理论,非线性时不变系统对任意输入的输出响应可表示成多重卷积之和的形式[8]:

$$y(t)=h_0+\int_0^t h_1(t-\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_0^t\int_0^t h_2(t-\tau_1,t-\tau_2)u(\tau_1)u(\tau_2)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2+\cdots \tag{1}$$

式中 h_0 为系统零输入时的定常响应;h_i 为第 i 阶Volterra核.在大多数情况下用于系统辨识的输入输出为离散量,(1)式写成离散形式为

$$y[n]=h_0+\sum_{k=0}^{N}h_1[n-k]u[k]+\sum_{k_1=0}^{N}\sum_{k_2=0}^{N}h_2[n-k_1,n-k_2]u[k_1]u[k_2]+\cdots+\sum_{k_1=0}^{N}\cdots\sum_{k_n=0}^{N}h_n[n-k_1,\cdots,n-k_n]u[k_1]\cdots u[k_n] \tag{2}$$

只要确定出各阶Volterra核,即可利用上式求得系统对任意输入的响应.

对于实际系统,高阶Volterra核通常很快趋于零,因此只有前几项卷积对系统物理特性起决定作用.当取一阶Volterra级数时,有

$$y[n]=h_0+\sum_{k=0}^{N}h_1[n-k]u[k] \tag{3}$$

这里的一阶Volterra核 h_1 可由脉冲响应实验得到.设单位脉冲激励为

$$\delta[n]=\begin{cases}1.0 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases} \tag{4}$$

当忽略定常值 h_0 时,一阶Volterra核 $h_1[n]$ 即等于系统在激励下的输出响应.

文献[7]指出,在某些情况下,计算系统脉冲响应时数值精度受时间步长、激励值等因素的影响较大,可改用阶跃激励.设单位阶跃激励为

$$\lambda[n]=\begin{cases}1.0 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases} \tag{5}$$

计算得到的系统输出响应记为 $s[n]$,则系统对任意输入的输出响应为

$$y[n]=u[0]s[n]+\sum_{k=1}^{n}s[n-k](u[k]-u[k-1]) \tag{6}$$

3 跨音速气动力建模

3.1 非定常气动力的Volterra核

文献[6]的研究表明,由非线性的N-S方程描述的气流运动若是弱非线性的,系统特性可用

二阶 Volterra 级数来反映. 对于跨音速小扰动情况,可认为有关的气动状态变化均是微小的,非定常气动力可近似地用一阶 Volterra 级数来表示[7].

设薄翼气动面位于 xoy 平面,结构为线性系统,在任意时刻翼面的法向微小变形可用模态叠加形式表示,即

$$\mathrm{d}(x,y,t)=\sum_{i=1}^{m}\phi_i(x,y)\xi_i(t) \tag{7}$$

式中　$\phi_i(x,y)$ 为翼面固有振型;$\xi_i(t)$ 为模态坐标;m 为模态个数. 在某一气动状态(给定 Ma 和攻角)下,翼面定常压力分布记为 $p_0(x,y)$,设翼面第 j 阶模态的阶跃激励为

$$d_j(t)=\begin{cases}\phi_j(x,y) & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{8}$$

采用 CFD 技术进行非定常气动力计算,得到的翼面压力分布的动态响应记为 $p_j(x,y,t)$,则广义非定常气动力阶跃响应可由以下公式计算得到

$$a_{ij}(t)=\int_S\phi_i(x,y)[p_j(x,y,t)-p_{j0}(x,y)]\mathrm{d}S \tag{9}$$

此式即为阶跃型的 Volterra 核,根据(6)式可得到任意模态输入下的广义气动力响应.

3.2　非定常气动力影响系数

由 Volterra 核可进一步求得频域的广义非定常气动力影响系数. 给定某一减缩频率为 k 的单位正弦输入,即

$$u(t)=\sin kt=\sin\frac{\omega bt}{V} \tag{10}$$

式中　ω 为振动圆频率;b 为参考半弦长;V 为飞行速度. 由(6)式得到广义气动力输出为

$$y_{ij}[n]=u[0]a_{ij}[n]+\sum_{k=1}^{n}a_{ij}[n-k](u[k]-u[k-1]) \tag{11}$$

由于输入为正弦信号,则气动力的稳态输出响应也是谐波. 输出响应的幅值记为 $|y_{ij}|$,相位记为 $\angle y_{ij}$,动压记为 $\bar{q}$,于是得到与减缩频率有关的广义非定常气动力影响系数矩阵为

$$\boldsymbol{Q}(k)=[Q_{ij}] \tag{12}$$

其中　$Q_{ij}=|y_{ij}|(\cos\angle y_{ij}+\mathrm{i}\sin\angle y_{ij})\big/\bar{q}$　(13)

这里在小扰动假设下,得到了跨音速非定常气动力的频域影响系数模型,它虽然是线性化的形式,但它与平均气动状态(Ma 与攻角)是有关的,反映了该状态下的跨音速气动特性,这与线性气动力计算方法得到的结果是不同的.

3.3　气动弹性状态空间模型

以上得到的广义气动力影响系数是关于 k 的复函数,为了得到状态空间模型,通常采用非定常气动力有理函数拟合技术使之延拓到 Laplace 域,再转化成时域形式.

目前工程上常用的有理函数拟合方法有 LS 法、修正矩阵 Pade 法以及 MS 法等. 一般来说,MS 法引入的气动力增广维数少,且具有较高的拟合精度,适用于低阶系统的建模. MS 法有理函数拟合公式表示为[9]

$$\boldsymbol{Q}(s)=\boldsymbol{Q}_0+\frac{b}{V_0}\boldsymbol{Q}_1 s+\left(\frac{b}{V_0}\right)^2\boldsymbol{Q}_2 s^2+\boldsymbol{D}\left(s\boldsymbol{I}-\frac{V}{b}\boldsymbol{R}\right)^{-1}\boldsymbol{E}s \tag{14}$$

其中　s 为 Laplace 变量;$\boldsymbol{R}$ 为气动力滞后项对角矩阵;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵;$\boldsymbol{Q}_i$ 和 $\boldsymbol{D}$,$\boldsymbol{E}$ 为拟合多项式系数矩阵. 在拟合过程中,需要给定气动力滞后项 $\boldsymbol{R}$,设置 $\boldsymbol{D}$ 的初值,并施加 3 个等式约束条件,进行 ***D-E-D*** 迭代计算.

气动弹性运动方程一般写为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\xi}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{\xi}=\bar{q}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{f} \tag{15}$$

其中　$\boldsymbol{\xi}$ 为模态向量;$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为广义质量和广义刚度;$\boldsymbol{f}$ 为与变形无关的外部干扰力. 利用(14)式,并引入气动力增广状态向量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{a}}$,可得到气动弹性状态空间模型:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{f} \tag{16}$$

其中
$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}\\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{a}}\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{M}}^{-1}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0}\\ \bar{\boldsymbol{M}}^{-1}(\bar{q}\boldsymbol{Q}_0-\boldsymbol{K}) & \frac{\bar{q}b}{V}\bar{\boldsymbol{M}}^{-1}\boldsymbol{Q}_1 & \bar{q}\bar{\boldsymbol{M}}^{-1}\boldsymbol{D}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} & V\boldsymbol{R}/b\end{bmatrix}$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}=\boldsymbol{M}-\frac{\bar{q}b^2}{V^2}\boldsymbol{Q}_2$$

这里的状态矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是与 Ma 和 V 有关的. 在一定 Ma 下,当飞行速度大于某一 V^* 时,$\boldsymbol{A}$ 的特征值出现正实部,则系统失稳. 此时的 V^* 即为颤振速度,对应的 ω^* 为颤振频率.

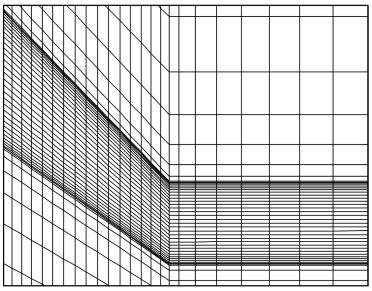
4　数值算例

以某一后掠机翼为例. 机翼根部固支,展长为 1.5 m,根弦长为 1.0 m,梢弦长为 0.6 m,前缘后掠角为 40°,翼剖面为 F5 翼型. 机翼固有振动模态及频率见表 1. 跨音速非定常气动力响应计算采用非定常 Euler 方程的双时间有限体积推

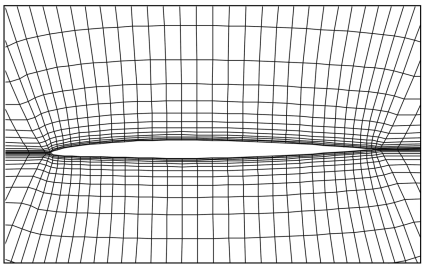
进[10],图 2 显示了机翼非定常气动力计算的网格.

表 1 机翼固有振动模态及频率

模态序号	模态名称	频率/Hz
1	一阶弯曲	5.04
2	一阶扭转	23.63
3	二阶弯曲	33.81



a 机翼平面的局部网格



b 机翼根剖面的局部网格

图 2 机翼气动力 CFD 计算的网格图

在零攻角、Ma 为 0.8 的状态下,计算非定常气动力在模态阶跃变形下的响应,即得到广义气动力的阶跃激励型 Volterra 核. 在以上结果的基础上,给定一系列减缩频率的单位正弦输入,计算广义气动力的谐波响应,由此可得到与 k 有关的非定常气动力影响系数矩阵. 应用 MS 法对非定常气动力进行拟合,得到气动弹性状态空间模型. 采用状态矩阵特征值法,得到该状态下的颤振速度 $V^*=268$ m/s,颤振频率 $\omega^*=9.28$ Hz. 图 3 显示了颤振时机翼的各模态响应.

对于不同 Ma,计算得到的非定常气动力影响

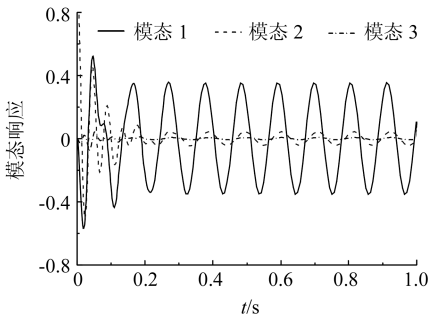


图 3 V^* 下机翼的模态响应

系数是不同的,因而颤振结果也是变化的. 图 4 显示了机翼颤振速度在不同 Ma 情况下的计算结果. 一般地,给定的 Ma 与计算的 V^* 是不匹配的. 图中 V^* 曲线与斜线的交点才是匹配的颤振结果,该点显示机翼的匹配颤振速度 V_F 为0.795 Ma,匹配颤振频率 ω_F 为 9.24 Hz.

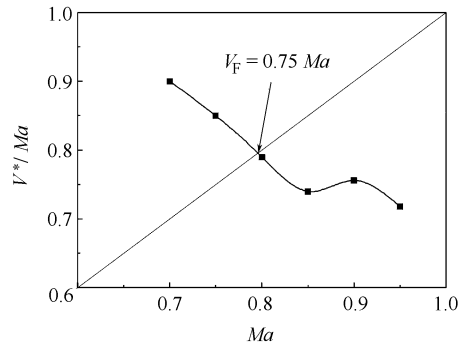


图 4 V^* 随 Ma 的变化曲线

为了验证基于 Volterra 级数的跨音速非定常气动力建模的有效性,这里比较了不同气动力建模方法得到的颤振速度结果,如表 2 所示. 其中,VOLT 表示应用 Volterra 级数理论得到的结果,CFD-CSD 表示应用 CFD 技术和二级精度 Runge-Kutta 时间推进[10]直接计算结构动响应得到的结果,DLM 表示亚音速偶极子格网法的结果.

表 2 机翼颤振计算结果的比较

颤振结果	VOLT	CFD-CSD	DLM
V_F/Ma	0.795	0.790	0.850
ω_F/Hz	9.24	9.20	13.84

从表 2 可以看出,Volterra 级数方法得到的颤振结果与 CFD-CSD 的结果吻合得很好. 而亚音速偶极子格网法是一种线性气动力理论,不能反映跨音速的气动特性,因而颤振结果是不准确的.

5 结束语

本文应用 Volterra 级数理论建立了一种跨音速非定常气动力的建模方法. 该方法利用 CFD 计算得到的跨音速非定常气动力阶跃响应辨识出 Volterra 核,由此得到频域的广义非定常气动力影响系数和状态空间模型. 在建模过程中,由于只需要阶跃弹性变形引起的非定常气动力响应,而不需要进行气动与结构之间的耦合迭代计算,因而节省了计算时间.

(下转第 411 页)