柔性航天器 IPACS 建模与动力学分析

张 军 徐世杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

摘 要: 利用拟坐标下的拉格朗日方程和动量矩定理, 建立了带变速控制力矩陀螺群(VSCMGs, Variable Speed Control Moment Gyroscopes)的柔性航天器的能量/姿态一体化控制系统(IPACS, Integrated Power/Attitude Control System)的动力学模型, 该模型适合于姿态控制律设计及 VSCMGs 操纵律设计. 采用动量管理和 VSCMGs 构型选取相结合的方法, 有效地避免了 VSCMGs 设计时可能出现的奇异问题. 分析了采用 VSCMGs 的柔性航天器 IPACS 中的动力学耦合问题, 并以某大型航天器为例进行了数值仿真. 分析和仿真结果显示出, 当 VSCMGs 的力矩轴接近(或陷入)奇异或进行储/放能切换时, VSCMGs 都会对柔性附件造成显著影响.

关 键 词: 动力学; 能量存储; 陀螺; 分析; 空间飞行器; 柔性结构

中图分类号: V 412.4

文献标识码: A 文 章 编 号: 1001-5965(2006)04-0377-05

IPACS modeling and dynamical analysis of a flexible spacecraft

Zhang Jun Xu Shijie

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The dynamical equations of a flexible spacecraft with VSCMGs (variable speed control moment gyroscopes) are established via the Lagrange equations in terms of quasi-coordinates and the momentum theorem. The equations are suitable for both attitude control law design and VSCMGs steering law design. Singularity may occur when VSCMGs are used for attitude control and energy storage, which is avoided effectively via momentum management and configuration design of VSCMGs. The dynamical coupling between the IPACS (integrated power/attitude control system) and vibration of flexible spacecraft with VSCMGs is analyzed. The numerical simulation for a large-scale flexible spacecraft with IPACS is carried out. The simulating results show, when either the torque axes of VSCMGs are near singularity (or enter singularity) or the power is conversed, that the motion of VSCMGs markedly influences flexible appendages.

Key words: dynamics; energy storage; gyroscopes; analysis; spacecraft; flexible structures

随着航天器向着大型化、复杂化方向的发展, 精确控制星体姿态的同时有效抑制柔性附件的振动, 是需要研究的重要课题[1]. 同时, 航天器的能量/姿态一体化控制系统(IPACS, Integrated Power/Attitude Control System)是目前航天领域的研究热点, IPACS 是通过飞轮(RW, Reaction Wheel)或变速控制力陀螺(VSCMG, Variable Speed Control Moment Gyroscope)来实现的[2]. VSCMG 由于能够连续地提供较大的控制力矩, 成为航天器 IPACS 设计时的首选. 到目前为止, 对 IPACS 的研究还限于刚体航天器范围内[3~6], 研究热点集中在对变速控制力陀螺群(VSCMGs)的构型奇异分析和操纵律设计等问题[5,6], 尚未涉及到航天器的柔性与 IPACS 的相互作用问题. 在柔性航天器上使用 IPACS 是否会带来新的问题, 如与柔性附件振动的耦合及其机理(耦合如果存在), 尚未搞清, 也未见有报道的研究结果.

本文研究柔性航天器 IPACS 的建模与动力学

收稿日期: 2005-01-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372011)

作者简介: 张 军(1981-), 男, 湖北石首人, 博士生, sciener@sa.buaa.edu.cn.

分析问题. 主要目的是研究在柔性航天器上使用IPACS所带来的新问题, 并分析IPACS与柔性附件的振动间相互耦合的机理.

1 系统动力学建模

设航天器主体是刚体, 带有 m 个VSCMG, 在航天器主体上连接有太阳帆和天线, 建模时将它们考虑成 n 个柔性附件. 定义惯性坐标系 $o_i x_i y_i z_i$: 固定在惯性空间; 主体坐标系 $o_b x_b y_b z_b$: 固定在航天器主体上; 第 j 个附件体坐标系 $o_{a_j} x_{a_j} y_{a_j} z_{a_j}$: 原点在主体与附件的联接处, 固定在未变形时的柔性附件上; 第 i 个陀螺框架坐标系 $o_{e_i} e_{g_i} e_{s_i} e_{t_i}$: 其原点在陀螺的质心处, 坐标轴相对陀螺固定, 如图1所示.

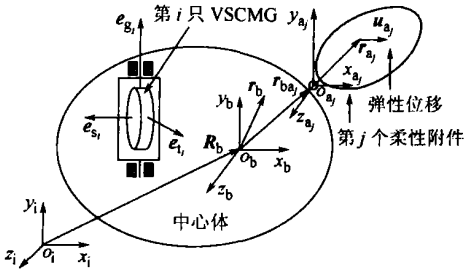

图1 带VSCMGs的柔性航天器

第 j 个柔性附件的弹性位移用其前 l 阶模态及模态坐标近似表示为: $\boldsymbol{u}_{a_j} = \sum_{k=1}^{l} \boldsymbol{N}_{jk} q_{jk} = \boldsymbol{N}_j \boldsymbol{q}_j$, 其中 $\boldsymbol{N}_{jk}$ 为其第 k 阶模态, 它在附件本体坐标系中坐标是(3×1)的矩阵, q_{jk} 为相应阶的模态坐标,

$$\boldsymbol{N}_j = [\boldsymbol{N}_{j1} \quad \boldsymbol{N}_{j2} \quad \cdots \quad \boldsymbol{N}_{jl}]$$

$$\boldsymbol{q}_j = [q_{j1} \quad q_{j2} \quad \cdots \quad q_{jl}]$$

动边界条件下的 $\boldsymbol{N}_j$ 可由静止边界条件下附件的模态来近似, 其误差在工程上是可以忽略的.

为便于分析VSCMGs与柔性附件间的动力学耦合关系, 本文忽略轨道与姿态间的耦合, 假设附件与主体间的连接为固连. 系统的总动能 T、总势能 U 和耗散能 Φ 的表达式分别如下:

$$T = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_b^{\mathrm{T}} \boldsymbol{J}_s \boldsymbol{\omega}_b + \sum_{j=1}^{n}\left[\boldsymbol{\omega}_b^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ba_j} \int_{a_j} \left(\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{a_j} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{a_j} \right) \dot{\boldsymbol{u}}_{a_j} \mathrm{d}m + \frac{1}{2}\int_{a_j} \dot{\boldsymbol{u}}_{a_j}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{u}}_{a_j} \mathrm{d}m \right] + \sum_{i=1}^{m}\left[\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{C}_{bc_i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\Omega}_{c_i} \right)^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{J}_{c_i}\left(\boldsymbol{C}_{bc_i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\Omega}_{c_i} \right) \right] \tag{1a}$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{q}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_j \boldsymbol{q}_j \tag{1b}$$

$$\Phi = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m} \dot{\boldsymbol{q}}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_j \boldsymbol{q}_j \tag{1c}$$

式中 $\boldsymbol{J}_s$ 为各VSCMG的质量集中到各自质心后整星相对于 o_b 的转动惯量; $\boldsymbol{J}_{ba_j}$ 为附件相对于 o_b 的转动惯量; $\boldsymbol{J}_{c_i}$ 为VSCMG的转动惯量; $\boldsymbol{\rho}_{a_j} = \boldsymbol{A}_{ba_j}\boldsymbol{r}_{a_j} + \boldsymbol{r}_{ba_j}$ 为附件上一点到 o_b 的矢量在 $o_b x_b y_b z_b$ 的坐标, $\boldsymbol{r}_{a_j}$ 为附件上任一点在 $o_{a_j} x_{a_j} y_{a_j} z_{a_j}$ 的坐标, $\boldsymbol{r}_{ba_j}$ 为 o_{a_j} 在 $o_b x_b y_b z_b$ 中的坐标; $\boldsymbol{V}_{c_i}$ 为第 i 个VSCMG的质心速度在 $o_b x_b y_b z_b$ 中的坐标; $\boldsymbol{\Omega}_{bc_i}$ 为其转子角速度在 $o_{e_i} e_{g_i} e_{s_i} e_{t_i}$ 的坐标; $\boldsymbol{A}_{ba_j}$ 为从 $o_{a_j} x_{a_j} y_{a_j} z_{a_j}$ 到 $o_b x_b y_b z_b$ 的坐标转换矩阵; $\boldsymbol{C}_{bc_i}$ 为从 $o_{e_i} e_{g_i} e_{s_i} e_{t_i}$ 到 $o_b x_b y_b z_b$ 的坐标转换矩阵; $\boldsymbol{K}_j$ 为第 j 个附件的刚度矩阵, 当 $\boldsymbol{N}_j$ 以规格化模态 $\boldsymbol{N}_{jk}$ 为列子阵时, $\boldsymbol{K}_j$ 是以 λ_{jk}^2 为主元的对角阵, λ_{jk} 为其第 k 阶模态频率; $\boldsymbol{C}_j$ 为阻尼矩阵. 令 $\boldsymbol{h}_c$ 为各陀螺相对各自质心的角动量之和, 其表达式为

$$\boldsymbol{h}_c = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{C}_{bc_i} \boldsymbol{J}_{c_i}\left(\boldsymbol{C}_{bc_i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\Omega}_{bc_i} \right) \tag{2}$$

由动量矩定理可知:

$$\dot{\boldsymbol{h}}_c = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{C}_{bc_i} \boldsymbol{J}_{c_i}\left(\boldsymbol{C}_{bc_i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\Omega}_{bc_i} \right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{C}_{bc_i} \boldsymbol{J}_{c_i}\left(\boldsymbol{C}_{bc_i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b + \boldsymbol{\Omega}_{bc_i} \right) \right] = \boldsymbol{T}_r \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{T}_r$ 为星体作用于VSCMGs的力矩.

将 $\boldsymbol{u}_{a_j} = \boldsymbol{N}_j \boldsymbol{q}_j$ 及 $\dot{\boldsymbol{u}}_{a_j} = \boldsymbol{N}_j \dot{\boldsymbol{q}}_j$ 代入 L, U 和 Φ 的表达式, 再将 T, U 和 Φ 代入准坐标下的拉格朗日方程[7]并与(3)式联立, 经过整理可得如下的姿态动力学方程:

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{J}_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_b + \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{H}_j \ddot{\boldsymbol{q}}_j = \\ &\quad -2\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{H}_{\omega_b} \dot{\boldsymbol{q}}_j - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \boldsymbol{J}_s \boldsymbol{\omega}_b - \boldsymbol{T}_r \\ &\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ba_j}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{\omega}}_b + \boldsymbol{I} \ddot{\boldsymbol{q}}_j + \boldsymbol{C}_j \dot{\boldsymbol{q}}_j + \boldsymbol{K}_j \boldsymbol{q}_j = \\ &\quad -2\boldsymbol{F}_{\omega_b} \dot{\boldsymbol{q}}_j + \boldsymbol{F}_{\omega_b} \boldsymbol{q}_j + \boldsymbol{F}_{\omega_b \omega_b} \boldsymbol{q}_j - \boldsymbol{H}_{\omega_b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\omega}_b \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中

$$\boldsymbol{H}_j = \int_{a_j} \tilde{\boldsymbol{\rho}}_{a_j} \boldsymbol{N}_j \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{H}_{\omega_b} = \int_{a_j} \tilde{\boldsymbol{\rho}}_{a_j} \boldsymbol{A}_{ba_j} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{N}_j \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{F}_{\omega_b} = \int_{a_j} \boldsymbol{N}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ba_j}^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{N}_j \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{F}_{\omega_b} = \int_{a_j} \boldsymbol{N}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ba_j}^{\mathrm{T}} \tilde{\omega}_b \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{N}_j \,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{F}_{\omega_b \omega_b} = \int_{a_j} \boldsymbol{N}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{ba_j}^{\mathrm{T}} \tilde{\omega}_b \tilde{\omega}_b \boldsymbol{A}_{ba_j} \boldsymbol{N}_j \,\mathrm{d}m$$

为了便于姿态控制律的设计, 须将 VSCMGs 的动力学方程集成起来, 将(2)式中的 $\boldsymbol{h}_c$ 改写为

$$\boldsymbol{h}_c = \left(\boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{cs} \boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_t \boldsymbol{I}_{ct} \boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg} \boldsymbol{A}_g^{\mathrm{T}}\right) \omega_b + \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg} \boldsymbol{A}_g^{\mathrm{T}} \dot{\gamma} + \boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{cs} \Omega \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{A}_* \in \boldsymbol{R}^{3\times m}$ (* = g, s 或 t), 其第 i (i = 1, …, m) 列的元素为第 i 个陀螺的 * 轴方向的单位向量在 $o_b x_b y_b z_b$ 内的坐标矩阵, 用 $\boldsymbol{e}_{*_i}$ 表示; $[\dot{\gamma}]^{\mathrm{d}}$, $[\dot{\Omega}]^{\mathrm{d}}$ 分别是以 $\dot{\gamma}$, $\dot{\Omega}$ 的元素为对角元素组成的对角阵; $\gamma = [\gamma_1 \quad \cdots \quad \gamma_N]^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^m$; $\Omega = [\Omega_1 \quad \cdots \quad \Omega_N]^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^m$; γ_i, Ω_i 分别为 $o_{e_i} e_{g_i} e_{s_i} e_{t_i}$ 中框架的转角和转子角速率; $\boldsymbol{I}_{g^*}$, $\boldsymbol{I}_{w^*}$, $\boldsymbol{I}_{c^*}$ 分别是以框架的转动惯量、转子的转动惯量、框架与转子的转动惯量之和为对角元素的对角阵:

$$\boldsymbol{I}_{c^*} = \boldsymbol{I}_{g^*} + \boldsymbol{I}_{w^*}, \boldsymbol{I}_{g^*} = \mathrm{diag}[I_{g^*1} \quad \cdots \quad I_{g^*m}]$$

$$\boldsymbol{I}_{w^*} = \mathrm{diag}[I_{w^*1} \quad \cdots \quad I_{w^*m}].$$

将(5)式代入(3)式展开并整理后得

$$\boldsymbol{B}\ddot{\gamma} + \boldsymbol{D}\dot{\gamma} + \boldsymbol{E}\dot{\Omega} + \boldsymbol{F} = \boldsymbol{T}_r \tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg}$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A}_t \boldsymbol{I}_{ws} [\Omega]^{\mathrm{d}} + \tilde{\omega}_b \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg} + \left[\left(\boldsymbol{e}_{s1} \boldsymbol{e}_{t1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{e}_{t1} \boldsymbol{e}_{s1}^{\mathrm{T}}\right) \omega_b, \ldots, \left(\boldsymbol{e}_{sm} \boldsymbol{e}_{tm}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{e}_{tm} \boldsymbol{e}_{sm}^{\mathrm{T}}\right) \omega_b\right] \left(\boldsymbol{I}_{cs} - \boldsymbol{I}_{ct}\right)$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{ws}$$

$$\boldsymbol{F} = \tilde{\omega}_b \left[\left(\boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{cs} \boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_t \boldsymbol{I}_{ct} \boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg} \boldsymbol{A}_g^{\mathrm{T}}\right) \omega_b + \boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{ws} \Omega\right] + \left(\boldsymbol{A}_s \boldsymbol{I}_{cs} \boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_t \boldsymbol{I}_{ct} \boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_g \boldsymbol{I}_{cg} \boldsymbol{A}_g^{\mathrm{T}}\right) \dot{\omega}_b$$

因为 $\Omega \gg \boldsymbol{A}_s^{\mathrm{T}} \omega_b$, 陀螺转子存储的动能可记为 $E_n = \left(\Omega^{\mathrm{T}} \boldsymbol{I}_{ws} \Omega\right)/2$, 微分后得到功率方程:

$$\Omega^{\mathrm{T}} \boldsymbol{I}_{ws} \dot{\Omega} = P \tag{7}$$

式中 P 为指令功率.

2　VSCMGs 的操纵律设计

因为与 $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{E}$ 相比, $\boldsymbol{B}$ 小得多, 而 $\ddot{\gamma}$ 通常较小, 可将(6)式中的 $\boldsymbol{B}\ddot{\gamma}$ 项忽略, 再与(7)式联立得姿控/储能动力学方程为

$$\boldsymbol{G}\begin{bmatrix}\dot{\gamma}\\ \dot{\Omega}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_r\\ \boldsymbol{P}\end{bmatrix} \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{3\times m} & \boldsymbol{E}_{3\times m}\\ \boldsymbol{0} & \left(\Omega^{\mathrm{T}} \boldsymbol{I}_{ws}\right)_{1\times m}\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{L}_r = \boldsymbol{T}_r - \boldsymbol{F}$, 分块矩阵的下标表示其维数.

可见, 当 $\mathrm{rank}\boldsymbol{G} < 4$ 时, 方程(8)无解, 此即用 VSCMGs 进行 IPACS 设计时的奇异问题.

选取指标函数 $J_1 = (\dot{\Omega}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \dot{\Omega})/2$, $J_2 = \dot{\gamma}^{\mathrm{T}} \dot{\gamma}/2$, 式中 $\boldsymbol{W}$ 为正定的对角矩阵, 可取如下形式:

$$\boldsymbol{W} = k\,\mathrm{diag}[w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_N]$$

$$w_i = \exp\left[\beta_i \mathrm{sign}(P(t))\left(1 - \Omega_i^2/\overline{\Omega}^2\right)\right]$$

k, β_i (i = 1, 2, …, m) 为正的常数; $\overline{\Omega}$ 为陀螺转子平均角速度. 最小化指标函数 J_1, J_2 得(8)式的解为

$$\left.\begin{aligned}\dot{\Omega} &= \boldsymbol{W}^{\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}^{\frac{1}{2}}\right)^{+} \boldsymbol{F}\\ \dot{\gamma} &= \boldsymbol{C}^{+}\left[\boldsymbol{L}_r - \boldsymbol{D}\boldsymbol{W}^{\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}^{\frac{1}{2}}\right)^{+} \boldsymbol{F}\right]\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix}\left(\boldsymbol{I}_{3\times 3} - \boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{(1,3)}\right)\boldsymbol{L}_r\\ \boldsymbol{P}\end{bmatrix}$; 上标"+"表示相应矩阵的 Moore-Penrose 逆. (9)式即为 VSCMGs 的操纵律. 分析表明, (9)式的操纵律可使各 VSCMG 的转子转速趋于相等(称之为动量管理), 在转子最高转速的限制下使 VSCMGs 存储的能量达到最大. 当至少 3 只 VSCMG 的框架轴不在一个平面内时, 即可避免上述奇异问题.

3　IPACS 与柔性动力学耦合分析

大型航天器的姿态控制系统普遍采用单框架控制力矩陀螺群(SGCMGs)作为主执行机构, 一般的操纵律设计中都将与框架角加速度有关的项忽略掉. VSCMGs 作为姿态控制执行机构时, 由于其本身的动力学特性, $\boldsymbol{B}\ddot{\delta}$ 将作为干扰力矩进入控制输入. 当将能量系统与姿控系统集成到一起时, 由于能量存储/释放中功率的不确定性, 必将导致 VSCMG 中转子加速度的大幅度变化, 进一步影响到 VSCMG 框架角速度 $\dot{\delta}$ 的较大幅度变化, 即此时 $\ddot{\delta}$ 的值将明显大于只作为姿态控制机构的 VSVMG (或 SGCMG) 的框架角加速度 $\ddot{\delta}$, 此时框架角加速度引起的干扰力矩对于某些航天器(如大柔性航天器) 将成为必须考虑的干扰输入. 此时(4)式中第 1 式右端的 $\boldsymbol{T}_r$ 应由 $\boldsymbol{T}_r - \boldsymbol{B}\ddot{\delta}$ 来代替. 对于目前工程上大型航天器控制中最广泛使用的模态控制法, 由于 $-\boldsymbol{B}\ddot{\delta}$ 是由执行机构本身引起的干扰力矩, 它与其它空间环境干扰力矩(如太阳光压等) 不同, 将无法由执行机构进行补偿, 因此, 进入控制通道的 $-\boldsymbol{B}\ddot{\delta}$ 不仅可能引起溢出效应[8], 而且将直接影响到系统(星体姿态及柔性附件的可控模态) 的稳定性和精度. 相应地, 对 VSCMGs 的操纵律进行再设计, 有效地补偿 VSCMGs 的干扰力矩项 $-\boldsymbol{B}\ddot{\delta}$, 设计挠性航天器的鲁棒控制律, 减小 $-\boldsymbol{B}\ddot{\delta}$ 对航天器姿态及

柔性附件的影响, 都是值得继续深入研究的问题.

4 数值仿真

设某大型航天器的

$$\boldsymbol{J}_s = \begin{bmatrix} 7526 & 1500 & -500 \\ 1500 & 3250 & 1000 \\ -500 & 1000 & 8000 \end{bmatrix}$$

在航天器主体上对称安装两块太阳帆板, 用NASTRAN 计算出太阳帆板的前 10 阶振动频率, 用惯性完备性准则[9] 进行降阶处理, 取前 3 阶模态(频率分别为 0.403, 4.505, 5.028 Hz, 阻尼系数分别为 0.00806, 0.01352, 0.02011) 进行动力学分析. 姿态控制器[10] 设计时取前 2 阶振动模态. 假设初始时刻航天器本体姿态四元数为

$$[q_0 \quad \boldsymbol{q}]^{\mathrm{T}}|_{t=0} = [0.9487 \quad 0.2236 \quad 0.2236 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

飞行器跟踪的期望姿态四元数为

$$\left.\begin{aligned} q_{r0} &= \cos(\phi_r/2) \\ \boldsymbol{q}_r &= \sin(\phi_r/2)[\cos(\gamma t) \quad \sin(\gamma t) \quad 0]^{\mathrm{T}} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式中 $\gamma = 0.035\ \mathrm{rad/s}$; $\phi_r = \sin(\gamma t)$.

VSCMGs 采用正四面体构形, 其满足避免IPACS 中奇异问题的条件. VSCMGs 的转子初始角速度为[8000 9000 10000 11000]^{T}r/min.

航天器一个轨道周期内日照时间为 4 ks, 指令功率为 2.2 kW, 当转子能量存储达到 2.9 kW·h, 指令功率变为 0; 阴影时间为 2 ks, 功率为 -3.8 kW, 另有 0.3 ks 的高峰期释放功率为 -8 kW. 仿真结果见图 2~ 图 9. 图 2 表示星体的误差姿态四元数(e_0, $\boldsymbol{e}$)曲线. 图 3 为柔性附件的模态坐标随时间 t 的变化情况, 其在控制及阻尼作用下逐渐衰减. 图 4 为 VSCMGs 提供的实际功率曲线, 与指令功率完全一致, 能够准确完成能量的存储/释放. 图 5 为VSCMGs 力矩轴的奇异度量值, 定义为 $\det(\boldsymbol{A}_t\boldsymbol{A}_t^{\mathrm{T}})$, 由图 5 可见, 仿真一开始力矩轴就接近奇异. 相应地, 从图 6 中可见, VSCMGs 产生的力矩误差 $\boldsymbol{T}_{err}$ 在开始时也相对较大, 图6中的其它力矩误差较大的时刻出现在第4, 4.5, 4.8, 6, 10, 10.5, 10.8, 12 ks 处, 这些点是 VSCMGs 的转子进行功率存储/释放切换的时刻, 在本文的仿真模型中, 力矩误差突变后达到 10^{-3} 量级(姿态控制指令力矩为 10^{-2} 量级). 这些时刻力矩误差相对较大正是因为在(8) 式中考虑 VSCMGs 产生的力距时忽略了 $\boldsymbol{B}\dot{\gamma}$ 项, 而在 VSCMGs 力矩轴接近奇异及 VSCMGs 转子进行功率切换时, $\dot{\gamma}$ 会相对较大, 这可由图7的VSCMGs的框架角速

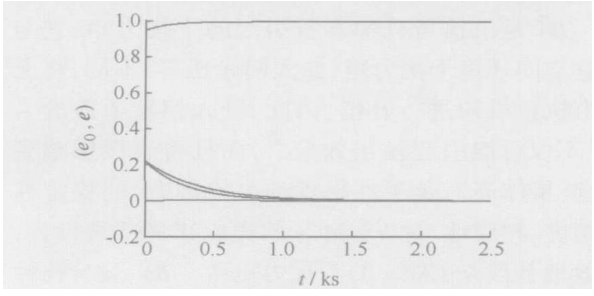

图 2 航天器本体误差姿态四元数

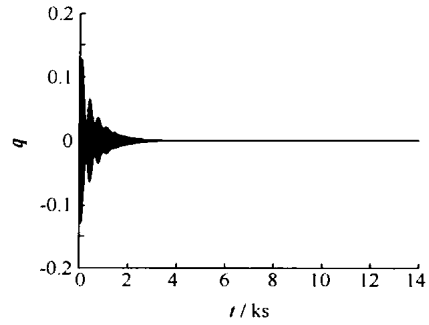

图 3 柔性附件模态坐标

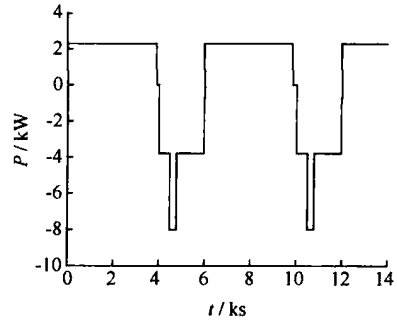

图 4 VSCMGs 提供的功率

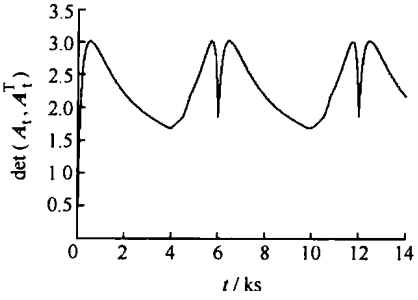

图 5 VSCMGs 力矩轴奇异度量

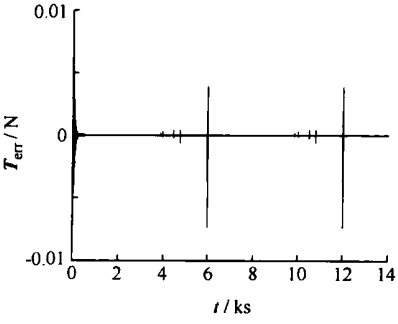

图 6 VSCMGs 产生的力矩误差

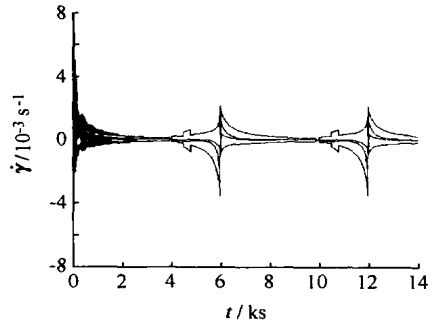

图 7　VSCMGs 的框架角速度

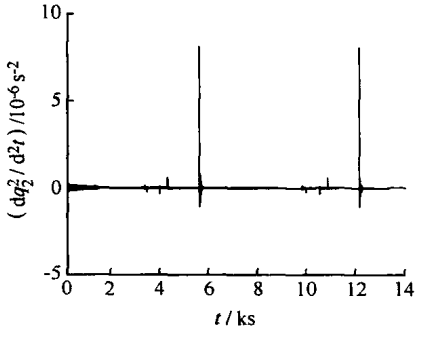

图 8　附件第 2 阶模态坐标加速度

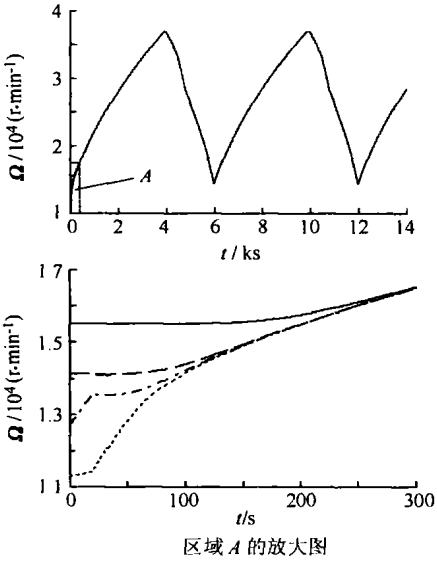

图 9　VSCMGs 的转子角速度

度的变化情况得到证实. 力矩误差会激起柔性附件的振动, 见图 8, 柔性附件的第 2 阶模态坐标在误差力矩较大的相应时刻加速度都有突变. 图 9 为 VSCMGs 的转子速度随时间的变化情况, 因此操纵律能保证转子的轮速平衡, 再加上适当选取 VSCMGs 构形, 即可有效避免 IPACS 中的奇异问题.

5　结　论

本文用拟坐标下的拉格朗日方程和动量矩定理建立了带 VSCMGs 的柔性航天器的 IPACS 的动力学模型, 该模型便于对航天器进行姿态控制律设计及对 VSCMGs 进行操纵律设计. 采用动量管理和框架构形设计相结合的方式, 可有效避免用 VSCMGs 进行能量/姿态一体化设计时的奇异问题. 仿真结果表明, 在 VSCMGs 力矩轴接近(或陷入)奇异或储/放能切换时, VSCMGs 产生的力矩误差都会相对较大, 对柔性附件造成显著影响. 如何克服力矩误差对柔性附件的影响是需要进一步研究的课题. 如果将 VSCMGs 的框架固定在星体上, 即得到用飞轮实现 IPACS 的柔性航天器模型, 所以本文的结果可很容易推广到用飞轮作执行机构的柔性航天器的 IPACS 的建模与分析.

参考文献 (**References**)

[1] Nurre G S, Ryan R S, Scofield H N, *et al*. Dynamics and control of large space structures[J]. Journal of Guidance, Dynamics and Control, 1984, 7(5): 514~ 526

[2] Tsiotras P, Shen Haijun. Satellite attitude control and power tracking with energy/momentum wheels[J]. Journal of Guidance, Dynamics and Control, 2001, 24(1): 23~ 34

[3] Fausz J L, David J R. Flywheel simultaneous attitude control and energy storage using a VSCMG configuration[A]. Proceeding of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications[C]. USA: Alaska, 2000. 991~ 995

[4] David J R, Tsiotras P. Simultaneous attitude control and energy storage using VSCMGs: theory and simulation[A]. Proceeding of the American Control Conference[C]. USA: Arlington, 2001. 3973~ 3979

[5] Yoon H, Tsitras P. Spacecraft adaptive attitude control and power tracking with single-gimbaled VSCMGs and wheel speed equalization [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2002, 109(2): 1121~ 1138

[6] 贾英宏, 徐世杰. 采用变速控制力矩陀螺的一种姿态/能量一体化控制研究[J]. 宇航学报, 2003, 24(1): 32~ 36
Jia Yinghong, Xu Shijie. Study on integrated attitude/power control using variable speed control moment gyros[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(1): 32~ 36(in Chinese)

[7] Meirovitch L. Hybrid state equations of motion for flexible bodies in terms of quasi-coordinates[J]. Journal of Guidance, Dynamics and Control, 1991, 14(5): 1008~ 1013

[8] 林嗣廉, 孙　涛, 徐博侯. 柔性结构控制中的溢出问题的研究[J]. 力学进展, 1997, 27(4): 447~ 456
Lin Silian, Sun Tao, Xu Bohou. A survey on spillover problems in the control for flexible structures[J]. Advances in Mechanics, 1997, 27(4): 447~ 456(in Chinese)

[9] 黄文虎, 邵成勋. 多柔体系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1996. 75~ 78
Huang Wenhu, Shao Chengxun. Dynamics of multi-flexible bodies [M]. Beijing: Science Press, 1996. 75~ 78(in Chinese)

[10] Gennaro S D. Output attitude tracking for flexible spacecraft[J]. Automatica, 2002, 38: 1719~ 1726