交会对接远距离导引精度分析

张丽艳 戚发轫 李颐黎

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083) (中国航天科技集团公司第五研究院,北京 100094)

摘 要: 为确定交会对接任务地面远距离导引控制可达到的精度,分析了影响精度的误差因素;提出了利用简化动力学模型、采用拟平均根数法和协方差法进行误差传播计算的方法;推导了误差传播和误差分析数学模型;进行了仿真计算. 结果表明:远距离导引终点精度主要由传播误差决定,在一定初始条件下,当外推时间小于 6 h 时,终点位置精度可达到 2 ~ 5 km,速度精度可达到 2 ~ 3 m/s;误差传播中,沿迹和径向误差因素占主要成份,且随外推时间增加沿迹误差影响逐渐增大;终点精度的提高应从抑制沿迹、径向误差着手. 提出的地面导引控制精度分析方法综合考虑了各种误差因素,计算便捷,适用于工程方案设计阶段的精度分析与估计.

关 键 词: 交会对接; 远距离导引; 精度; 协方差; 拟平均根数

中图分类号: V 526.11

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)06-0667-04

Precision analysis of long distance navigation of rendezvous

Zhang Liyan

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Qi Faren Li Yili

(Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: To get performance of attainable end point accuracy of long range navigation, error factors influencing precision were analyzed, and a precision analyzing method using simplified dynamical model together with quasi-mean element and covariance method was put forward, mathematical models of error propagating and analyzing were deduced, simulation was carried out based on mathematical models presented. The results show that end point accuracy of long range navigation is mainly affected by error propagation, and that position and velocity errors can be controlled below 5 km and 3 m/s respectively under certain initial circumstances when propagating time is less than 6 h. Along-track error and radial error are main error factors in error propagating and along-track error becomes larger as propagating time becomes longer, therefore improving end point accuracy along-track error and radial error must be mainly restrained. Accuracy analyzing method introduced above considers comprehensively various error factors and is convenient and quick. It is suitable for engineering utilizing in scheme design phase.

Key words: rendezvous; long distance navigation; precision; covariance; quasi-mean element

空间交会对接过程可粗略划分为远距离导引和近距离导引 2 个阶段. 地面实施远距离导引控制可达到的终点精度、影响终点精度的误差因素及各误差项影响程度的研究是交会对接任务方案设计必须解决的问题之一[1]. 一方面,远距离导引终点可达到的精度决定了地面导引和飞行器自主导引控制的分工界面,对近距离制导方案的设计,主要指确定使用什么近距离敏感器及提出相应的作用距离、保精度距离和视场角等指标具有重要意义;另一方面,远距离导引段终点的精度直

收稿日期: 2005-10-28

作者简介: 张丽艳(1972-),女,北京人,博士生, zhjinjun@vip.sina.com.

接影响近距离导引段自主导引是否能取得成功[2].

本文针对远距离导引精度问题,研究影响精度的误差因素、误差计算方法和误差传播数学模型,在上述研究的基础上,希望通过仿真计算得出各误差因素对精度的影响程度、精度受各种误差影响的规律,给出对工程方案设计具有重要意义的精度指标.

1 误差构成分析

交会对接远距离导引终点精度直接与3方面因素有关:①最后一次轨控精度,包括控制精度和最后一次轨道控制施加时飞行器的姿态、位置和速度精度;②误差传播,指从最后一次轨道控制完成到远距离导引终点的时间段内,各种误差的传播;③轨道确定精度,包括最后一次轨道控制完成后及远距离导引终点的地面测轨精度.

上述误差因素对远距离导引终点精度的影响可用图1进行描述.

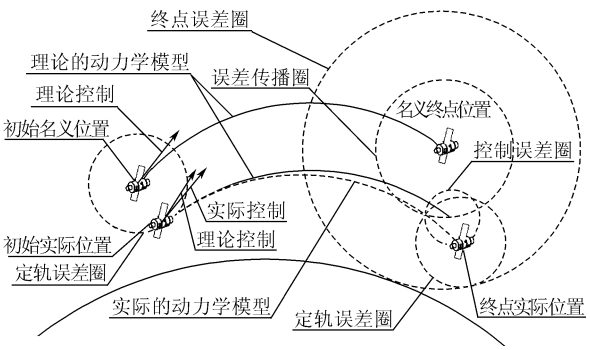


图1 远距离引导终点误差构成示意图

2 数学模型

2.1 误差传递数学模型

已知追踪飞行器在 t_0 时刻的瞬时轨道根数为 $\boldsymbol{X}_0$,$\boldsymbol{X}_0=[\,a_0\ e_0\ i_0\ \Omega_0\ \omega_0\ M_0\,]^{\mathrm{T}}$,则 t_k 时刻飞行器瞬时轨道根数可利用精确动力学模型,解算非线性微分方程得到[3],即:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{X}}&=f(\boldsymbol{X})\\ \boldsymbol{X}(t_0)&=\boldsymbol{X}_0\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

其中,$f(\boldsymbol{X})$ 是 $\boldsymbol{X}$ 的非线性函数. 对动力学模型在一定程度上进行简化,采用拟平均根数法[4],得到 t_k 时刻飞行器状态的显性表达式:

$$\boldsymbol{X}(t_k)=g(\boldsymbol{X}_0,t_0,t_k)\tag{2}$$

设飞行器初始状态 $\boldsymbol{X}_0$ 存在误差,即:

$$\boldsymbol{X}_0=\widetilde{\boldsymbol{X}}_0+\boldsymbol{\varepsilon}\tag{3}$$

为获得 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 对 t_k 时刻飞行器状态的影响,对显性表达式在 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_0$ 处泰勒展开,忽略二次以上项后得到

$$\boldsymbol{X}(t_k)=g(\widetilde{\boldsymbol{X}}_0,t_0,t_k)+\left.\frac{\mathrm{d}g(\boldsymbol{X},t_0,t_k)}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_0}\boldsymbol{\varepsilon}\tag{4}$$

若误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的均值为0,方差为 σ_0,则有

$$\left.\begin{aligned}E[\boldsymbol{X}(t_k)]&=g(\widetilde{\boldsymbol{X}}_0,t_0,t_k)\\ \sigma_0^2&=E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}]\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

则 t_k 时刻飞行器状态的误差方差为

$$\begin{aligned}\sigma_k^2&=E[(\boldsymbol{X}(t_k)-E[\boldsymbol{X}(t_k)])\cdot\\ &\quad(\boldsymbol{X}(t_k)-E[\boldsymbol{X}(t_k)])^{\mathrm{T}}]=\\ &\left(\left.\frac{\mathrm{d}g(\boldsymbol{X},t_0,t_k)}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_0}\right)\sigma_0^2\left(\left.\frac{\mathrm{d}g(\boldsymbol{X},t_0,t_k)}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}\right|_{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_0}\right)^{\mathrm{T}}\end{aligned}\tag{6}$$

2.2 精度分析数学模型

远距离导引终点精度问题是一个已知追踪飞行器 t_0 时刻瞬时轨道根数(a_{0S},e_{0S},i_{0S},Ω_{0S},ω_{0S},M_{0S})、追踪飞行器定轨误差(σ_a^2,σ_e^2,σ_i^2,σ_Ω^2,σ_ω^2,σ_M^2)、大气密度误差($\sigma_{\rho_0}^2$)、光压系数误差($\sigma_{k_{\mathrm{sm}}}^2$)、推力在径向、沿迹和法向的误差($\sigma_{\mathrm{s}}^2$,$\sigma_{\mathrm{t}}^2$,$\sigma_{\mathrm{w}}^2$)、地球形状摄动误差($\sigma_{J_2}^2$,$\sigma_{J_3}^2$,$\sigma_{J_4}^2$),求 t_k 时刻J2000惯性坐标系下飞行器位置和速度误差 σ_r^2,σ_v^2 的问题.

定义:s_k,t_k,w_k,v_{sk},v_{tk},v_{wk}为 t_k 时刻飞行器瞬时状态在径向、沿迹和法向的位置、速度分量;x_k,y_k,z_k,v_{xk},v_{yk},v_{zk}为 t_k 时刻飞行器瞬时位置、速度分量;a_{kS},i_{kS},q_{kS},h_{kS},g_{kS},k_{kS}为 t_k 时刻飞行器瞬时第一类无奇点根数;a_k,i_k,q_k,h_k,g_k,k_k 为 t_k 时刻飞行器拟平均根数;a_{0f},i_{0f},q_{0f},h_{0f},g_{0f},k_{0f}为 t_0 时刻飞行器拟平均根数;a_{0fS},i_{0fS},q_{0fS},h_{0fS},g_{0fS},k_{0fS}为 t_0 时刻飞行器瞬时第一类无奇点根数;x_{0f},y_{0f},z_{0f},v_{x0f},v_{y0f},v_{z0f}为 t_0 时刻推力施加完毕后飞行器瞬时位置、速度分量;s_{0f},t_{0f},w_{0f},v_{s0f},v_{t0f},v_{w0f}为 t_0 时刻控后飞行器瞬时状态在径向、沿迹和法向的位置、速度分量;v_{sf},v_{tf},v_{wf}为 t_0 时刻施加在飞行器上的径向、沿迹和法向推力速度增量分量;s_0,t_0,w_0,v_{s0},v_{t0},v_{w0}为 t_0 时刻飞行器瞬时状态在径向、沿迹和法向的位置、速度分量;x_0,y_0,z_0,v_{x0},v_{y0},v_{z0}为 t_0 时刻推力施加前飞行器瞬时位置坐标;a_{0S},e_{0S},i_{0S},Ω_{0S},ω_{0S},M_{0S}为 t_0 时刻推力施加前飞行器瞬时开普勒根数.

令 $\boldsymbol{X}=[\,a_{0S}\ e_{0S}\ i_{0S}\ \Omega_{0S}\ \omega_{0S}\ M_{0S}\ \rho_0\ k_{\mathrm{sm}}\ v_{\mathrm{sf}}\ v_{\mathrm{tf}}\ v_{\mathrm{wf}}\ J_2\ J_3\ J_4\,]$,$\boldsymbol{Y}=[\,x_k\ y_k\ z_k\ v_{xk}\ v_{yk}\ v_{zk}\,]$,则由 t_0 时刻飞行器瞬时开普勒根数可推算出 t_k 时刻飞行器瞬时状态 $\boldsymbol{Y}$[5-6]为

$$\boldsymbol{Y}=g(\boldsymbol{X},t_0,t_k) \tag{7}$$

将图中各级推算函数在真值附近泰勒展开,忽略二次以上项,构成误差传播方程[7]:

$$\begin{aligned}&[\Delta x_k\ \Delta y_k\ \Delta z_k\ \Delta v_{xk}\ \Delta v_{yk}\ \Delta v_{zk}]^{\mathrm{T}}=\\&\boldsymbol{A}\cdot[\Delta a_{0S}\ \Delta i_{0S}\ \Delta q_{0S}\ \Delta h_{0S}\ \Delta g_{0S}\ \Delta k_{0S}]^{\mathrm{T}}+\\&\boldsymbol{B}\cdot[\Delta v_{sf}\ \Delta v_{tf}\ \Delta v_{wf}]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}\cdot\Delta\rho_0+\boldsymbol{D}\cdot\Delta k_{sm}+\\&\boldsymbol{E}\cdot[\Delta J_2\ \Delta J_3\ \Delta J_4]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{A}$ 为控后定轨误差传递到 t_k 时刻位置、速度误差的转移矩阵;$\boldsymbol{B}$ 为 t_0 时刻控制误差传递到 t_k 时刻位置、速度误差的转移矩阵;$\boldsymbol{C}$ 为大气摄动项误差传递到 t_k 时刻位置、速度误差的转移矩阵;$\boldsymbol{D}$ 为光压摄动项误差传递到 t_k 时刻位置、速度误差的转移矩阵;$\boldsymbol{E}$ 为地球形状摄动项误差传递到 t_k 时刻位置、速度误差的转移矩阵;$[\Delta a_{0S}\ \Delta i_{0S}\ \Delta q_{0S}\ \Delta h_{0S}\ \Delta g_{0S}\ \Delta k_{0S}]^{\mathrm{T}}$,$[\Delta v_{sf}\ \Delta v_{tf}\ \Delta v_{wf}]^{\mathrm{T}}$,$\Delta\rho_0$,$\Delta k_{sm}$,$[\Delta J_2\ \Delta J_3\ \Delta J_4]^{\mathrm{T}}$ 分别为控后定轨误差、控制误差、大气摄动误差、光压摄动误差和地球形状摄动误差. $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D},\boldsymbol{E}$ 的推导如下:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}&=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{I}\cdot\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{K}\\\boldsymbol{B}&=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{I}\cdot\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{L}\\\boldsymbol{C}&=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{M}\\\boldsymbol{D}&=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{N}\\\boldsymbol{E}&=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{O}\end{aligned}$$

其中,$\boldsymbol{F}$ 是 t_k 时刻位置、速度矢量对 t_k 时刻第一类无奇点根数的偏导数矩阵,如式(9)所示;$\boldsymbol{G}$ 是 t_k 时刻第一类无奇点瞬根数对 t_k 时刻拟平均根数的偏导数矩阵;$\boldsymbol{H}$ 是 t_k 时刻第一类无奇点拟平均根数对 t_0 时刻第一类无奇点拟平均根数的偏导数矩阵;$\boldsymbol{I}$ 是 t_0 时刻第一类无奇点拟平均根数对 t_0 时刻第一类无奇点瞬根数的偏导数矩阵;$\boldsymbol{J}$ 是 t_0 时刻变轨后第一类无奇点瞬根数对 t_0 时刻变轨后位置速度矢量的偏导数矩阵;$\boldsymbol{L}$ 是 t_0 时刻惯性坐标系对 stw 坐标系的偏导数矩阵;$\boldsymbol{K}$ 是 t_0 时刻位置、速度矢量对 t_0 时刻开普勒瞬根数的偏导数矩阵;$\boldsymbol{M}$ 是 t_k 时刻第一类无奇点拟平均根数对大气密度的偏导数矩阵;$\boldsymbol{N}$ 是 t_k 时刻第一类无奇点拟平均根数对光压面质比系数的偏导数矩阵;$\boldsymbol{O}$ 是 t_k 时刻第一类无奇点拟平均根数对地球形状摄动项 J_2,J_3,J_4 的偏导数矩阵.

矩阵 $\boldsymbol{G},\boldsymbol{H},\boldsymbol{I},\boldsymbol{J},\boldsymbol{K},\boldsymbol{L},\boldsymbol{M},\boldsymbol{N},\boldsymbol{O}$ 的具体公式不再列出.

$$\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}\frac{\partial X_k}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial X_k}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial X_k}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial X_k}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial X_k}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial X_k}{\partial k_{kS}}\\\frac{\partial Y_k}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial Y_k}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial Y_k}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial Y_k}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial Y_k}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial Y_k}{\partial k_{kS}}\\\frac{\partial Z_k}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial Z_k}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial Z_k}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial Z_k}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial Z_k}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial Z_k}{\partial k_{kS}}\\\frac{\partial V_{xk}}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial V_{xk}}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial V_{xk}}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial V_{xk}}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial V_{xk}}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial V_{xk}}{\partial k_{kS}}\\\frac{\partial V_{yk}}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial V_{yk}}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial V_{yk}}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial V_{yk}}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial V_{yk}}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial V_{yk}}{\partial k_{kS}}\\\frac{\partial V_{zk}}{\partial a_{kS}}&\frac{\partial V_{zk}}{\partial i_{kS}}&\frac{\partial V_{zk}}{\partial q_{kS}}&\frac{\partial V_{zk}}{\partial h_{kS}}&\frac{\partial V_{zk}}{\partial g_{kS}}&\frac{\partial V_{zk}}{\partial k_{kS}}\end{bmatrix} \tag{9}$$

假定各误差项均值为 0,根据误差传递数学模型可推导出远距离导引终点传播总误差方差为

$$\sigma_p^2=\boldsymbol{P}\boldsymbol{\varepsilon}_1\boldsymbol{\varepsilon}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

其中,$\boldsymbol{P}=[\boldsymbol{A}\ \boldsymbol{B}\ \boldsymbol{C}\ \boldsymbol{D}\ \boldsymbol{E}]$;$\boldsymbol{\varepsilon}_1=[\sigma_{a0}\ \sigma_{e0}\ \sigma_{i0}\ \sigma_{\Omega0}\ \sigma_{\omega0}\ \sigma_{M0}\ \sigma_{v_{sf}}\ \sigma_{v_{tf}}\ \sigma_{v_{wf}}\ \sigma_{\rho_0}\ \sigma_{k_{sm}}\ \sigma_{J_2}\ \sigma_{J_3}\ \sigma_{J_4}]^{\mathrm{T}}$.

则远距离导引终点总误差为

$$\sigma_r^2=\sigma_p^2+\sigma_m^2 \tag{11}$$

其中,σ_p^2 为传播总误差;σ_m^2 为定轨误差.

3　仿真结果

仿真初始条件:

1) 飞行器轨道参数:$a=6\ 766.590$ km,$e=0.000\ 89$,$i=42.604$,$\Omega=53.048$,$\omega=321.616$,$M=349.866$;

2) 初始时刻轨道误差:$\Delta a=10$ m,$\Delta e=0.000\ 1$,$\Delta i=\Delta\Omega=0.000\ 1°$,$\Delta\omega=\Delta M=0.002°$;

3) 变轨推力误差:变轨点径向、沿迹和法向速度误差均为 0.01 m/s;

4) 地球形状摄动项误差:J_2,J_3,J_4 均取 10^{-7};

5) 大气密度误差:当地大气密度的 10%;

6) 光压因子误差:当时光压因子的 10%.

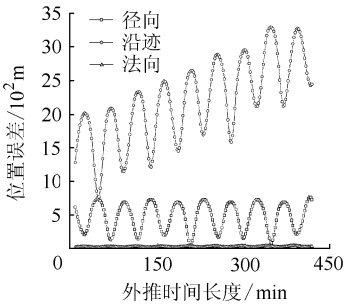
3.1　各项误差影响远距离导引精度的规律

分析仿真结果,总结远距离导引终点位置精度、速度精度受各项误差影响的规律如表 1 所示,各项误差对远距离导引终点精度的影响见图 2.

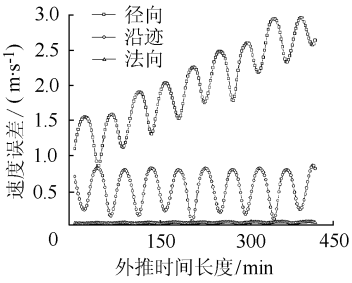
仿真结果表明:

1) 误差因素对位置径向分量误差 ΔR_s 的影响基本不随时间增加线性增大,仅呈现周期振荡,周期与飞行器轨道周期 P 基本相同,振幅主要由 Δe 决定;位置沿迹分量误差 ΔR_t、法向分量误差 ΔR_w 随外推时间增加而增大,ΔR_t 初值比 ΔR_w 大一个数量级,当误差传播时间较长时,ΔR_t 成为影响远距离导引终点位置精度的主要因素.

2) 速度沿迹分量误差 ΔR_t 主要受初始轨道



a 误差传播对位置径向、沿迹、法向分量误差的影响



b 误差传播对速度径向、沿迹、法向分量误差的影响

图 2 误差传播对远距离导引位置、速度精度的影响

Δe 和最后一次变轨的沿迹速度误差影响,随外推时间的变化规律与 ΔR_s 基本相同;速度径向分量误差 ΔR_s 主要受初始轨道 Δa,Δe 以及最后一次变轨的沿迹速度误差影响,随外推时间的变化规律与 ΔR_t 基本相同;速度法向误差 ΔR_w 主要受初始轨道 Δi 和地球形状摄动项 J_2 的影响,随外推时间的变化规律与 ΔR_w 基本相同.

表 1 各误差项对远距离导引终点精度的影响规律

误差源	影响对象	影响规律
Δa	ΔR_t,ΔR_s	线性增长
Δe,Δi,$\Delta\Omega$	ΔR_s,ΔR_t,ΔR_w,ΔR_s	周期振荡
$\Delta\omega$,ΔM	ΔR_t,ΔR_w	
Δv_{sf},Δv_{tf},Δv_{wf}	ΔR_s,ΔR_t,ΔR_w ΔR_s,ΔR_t,ΔR_w	周期振荡
J_2, J_3, J_4	ΔR_s,ΔR_t,ΔR_w ΔR_s,ΔR_t,ΔR_w	线性增长
ρ_0	ΔR_t,ΔR_w,ΔR_s,ΔR_w	指数增长
k_{sm}	ΔR_t,ΔR_s	指数增长

3.2 远距离导引终点可达到的精度

仿真结果表明,远距离导引终点精度主要由传播误差决定,在前述仿真初始条件下,终点位置精度可达到 2 ~ 5 km,速度精度可达到 2 ~ 3 m/s.

4 结 论

地面对追踪飞行器实施远距离导引控制应满足终点相对位置精度指标. 远距离导引终点 2 飞行器相对距离的确定主要由船载测量敏感器性能和地面导引控制精度决定. 敏感器的作用范围一般为锥形,当远距离导引终点存在法向、径向位置误差时,将影响敏感器的捕获. 当终点存在沿迹位置误差时,有可能导致 2 飞行器相对距离大于敏感器作用距离,从而不能顺利转入近距离自主导引控制,但由于追踪飞行器逐步逼近目标飞行器,因此沿迹位置误差可以转化为远距离终点时刻的变化,即总存在追踪飞行器相对目标飞行器沿迹位置符合设计要求的时刻,且由于沿迹位置误差对应的终点时刻误差与外推时间相比可以忽略,因此其对法向、径向位置误差的影响也可忽略.

综上可见:①在施加最后一次控制力后的 6 h 内,总位置误差可以控制在 5 km 以内,速度误差可以控制在 3 m/s 以内;②远距离导引终点位置精度主要受沿迹、径向误差影响,当外推时间较长时,沿迹误差占主要成分;终点位置精度的提高应主要从抑制位置沿迹、径向分量的误差着手.

本文给出的精度指标是在一定仿真初始条件下计算得出的,应用本文方法调整误差初值、误差传播时间等输入参数可得到符合工程实际情况的计算结果.

参考文献 (**References**)

[1] 戚发轫. 载人航天器技术[M]. 北京:国防工业出版社,1999
Qi Faren. Techniques of manned spaceship [M]. Beijing: Publishing House of National Defense and Industry ,1999 (in Chinese)

[2] 张淑琴,王忠贵,冉隆燧. 空间交会对接测量技术及工程应用[M]. 北京:中国宇航出版社,2005
Zhang Shuqin, Wang Zhonggui, Ran Longsui. Measure technology and engineering application of space rendevous [M]. Beijing: Publishing House of Space Navigation, 2005(in Chinese)

[3] Logsdon T. Orbital mechanics: theory and applications[M]. New York :John Wiley & SONS INC,1998

[4] 刘林. 人造地球卫星轨道力学[M]. 北京:高等教育出版社,1992
Liu Lin. Orbital dynamics of manned satellite [M]. Beijing: Publishing Company of Higher Education,1992(in Chinese)

[5] Przemienieck J S. Space vehicle dynamics and control(AIAA education series)[M]. Arizona: American Institute of Aeronautics and Astronautics INC Tempe, 1998

[6] Wiley J Larson. Human spaceflight: mission analysis and design [M]. New York: Mc Graw Hill,2002

[7] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京:高等教育出版社,1979
Compile Group. Mathematics manual[M]. Beijing: Publishing Company of Higher Education,1979(in Chinese)

(责任编辑:彭 徽)