用于 GPS 接收机的自适应算法抗干扰性能比较

Mohamed E A 王永芳 谈展中

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 为了比较功率反演、多信号归类和最小范数自适应算法的抗干扰性能,研究了各算法的基本原理,并在均匀线阵中采用各算法进行仿真,比较各算法在有用信号和干扰来向上得到的天线增益. 仿真中有用信号为-160 dBW 的 GPS 卫星信号,两个同频干扰来自不同方向,并在仿真中改变干扰功率. 仿真结果表明这三种算法都可以用于 GPS 接收机抗干扰. 其中,功率反演算法抑制弱干扰的性能较差;多信号归类算法抑制弱干扰的性能较好,但会引入错误零陷;最小范数算法既可以抑制弱干扰,也不会引入错误零陷.

关 键 词: 天线阵; 自适应算法; 干扰抑制

中图分类号: TN 973.2^{+}1

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)05-0561-05

Comparison between adaptive algorithms using in GPS receiver

M. E. Ahmed Wang Yongfang Tan Zhanzhong

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: To compare the adaptive algorithms performance, such as power inversion (PI), multiple signal classification (MUSIC), and min-norm algorithms, the algorithms principle was analysed. In computer simulation, the algorithms were adopted in uniform linear array, the antenna gain in the useful signal and interference directions were compared. Power inversion, multiple signal classification, and min-norm algorithms were compared in case of using GPS signal with power -160 dBW as a useful signal and a varying power for the interference of the same frequency coming from different directions. The simulation result indicates that the three algorithms can be used for GPS receiver to achieve anti-jammer. The power inversion algorithm gives a bad result when dealing with low power interference, MUSIC algorithm can cancel the low power interference but introduces a lot of false nulls, but min-norm algorithm can cancel the low power interference and also do not introduce false nulls.

Key words: antenna arrays; adaptive algorithms; interference suppression

全球定位系统(GPS, Global Positioning System)已广泛地应用于民用和军事领域,但由于 GPS 卫星信号到达地面用户接收机时相当微弱(大约为-160 dBW),比接收机热噪声还要低约 30 dB,尽管 GPS 采用了 DSSS(Direct Sequence Spread Spectrum)技术,但其抗压制性干扰的能力还是很低,所以很容易被敌意或非敌意的电磁信号干扰. 加载自适应调零抗干扰天线是解决此问题的主要方法之一. 它可以采用功率反演(PI, Power Inversion)算法[1-5]、多信号归类(MUSIC, Multiple Signal Classification)算法[6-10]和最小范数算法[11-12],根据信号环境自适应地在干扰来向引入零点. 本文将针对于以上 3 种算法的抗干扰性能做出相应的分析比较.

1 功率反演算法

1966 年 Bernie Widrow 提出功率反演(PI)算法,在随后的几年均对此算法做了分析研究[1-5]. PI 算法适用于信干比非常低的情况,因此可用来提高 GPS 抗压制性干扰能力.

功率反演是基于 LMS(Least Mean Square)的

收稿日期: 2005-05-19

通讯作者: 王永芳(1981-),女,宁夏吴忠人,硕士生, wyf-allen@ee.buaa.edu.cn.

自适应算法,LMS 最佳加权矢量的表达式为

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{o}} = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{r}_{Xd} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{R} = E[\boldsymbol{X}(n)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(n)] \tag{2}$$

$$\boldsymbol{r}_{Xd} = E[\boldsymbol{X}(n)d^{*}(n)] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{X}(n) = \boldsymbol{V}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{N} \tag{4}$$

$$y(n) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X}(n) \tag{5}$$

式(5)可用下式表达为

$$y(n) = \sum_{k=1}^{M} w_k^{*} x_k(n) \tag{6}$$

其中,L、M 分别是到达波的个数和天线阵的阵元个数;$\boldsymbol{X}(n)=[x_1(n),x_2(n),\cdots,x_M(n)]^{\mathrm{T}}$ 是天线阵接收信号矢量;$\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{v}(\theta_1),\boldsymbol{v}(\theta_2),\cdots,\boldsymbol{v}(\theta_L)]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{v}(\theta_i)(i=1,2,\cdots,L)$是来波信号方向矢量;$\boldsymbol{u}=[u_1(n),u_2(n),\cdots,u_L(n)]^{\mathrm{T}}$,$u_i(n)(i=1,2,\cdots,L)$是来波信号的幅值;$\boldsymbol{w}=[w_1,w_2,\cdots,w_M]^{\mathrm{T}}$是天线阵的加权矢量;$y(n)$是阵列接收信号经加权后得到的和信号;$d(t)$是参考信号;$\boldsymbol{R}$ 是阵列接收信号的自相关矩阵;$\boldsymbol{r}_{Xd}$是天线阵接收信号和参考信号的互相关矢量;$\boldsymbol{N}=[n_1,n_2,\cdots,n_M]^{\mathrm{T}}$ 是零均值,方差为 σ^2 的高斯噪声,它包括天线热噪声、处理通道噪声和接收机热噪声.

在图 1 中采用了理想积分器,其传输函数为 β/s,而没有自适应加权反馈回路.

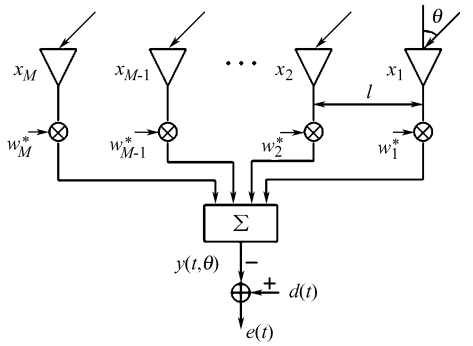


图 1 自适应空域滤波结构示意图

由式(1)和式(3)可知,当没有参考信号时,最佳加权值为零. 为了避免功率反演算法得到零解,对图 1 的自适应滤波结构进行修正,如图 2 所示. 修正包括以下两步:①用传输函数为$\frac{\beta}{\tau s+1}$的低通滤波器代替理想积分器,τ 为低通滤波器的时间常量. ②在低通滤波器后增加一个偏置加权值,并取消参考信号 $d(t)$,即用输出信号 $y(t)$作为估计误差 $e(t)$.

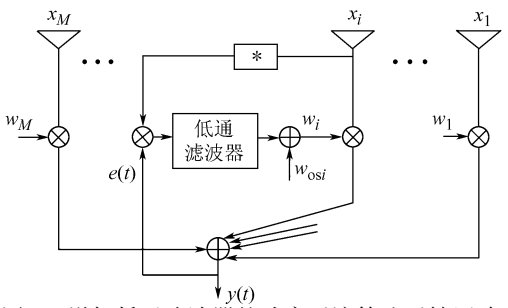


图 2 增加低通滤波器的功率反演算法反馈回路

相应于图 2 所示的自适应滤波结构,其最佳加权矢量的表达式为

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{w}_{\mathrm{os}} - \boldsymbol{v} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{U} = \beta\boldsymbol{X}^{*}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w} = \tau\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{v} = -\tau\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}_{\mathrm{os}} \tag{8}$$

则

$$\tau\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{w}_{\mathrm{os}} = \boldsymbol{w} - \beta\boldsymbol{X}^{*}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w} \tag{9}$$

当 $t\to\infty$ 时,$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{w}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{0}$,所以最佳加权值可表达为

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{o}} = (\boldsymbol{I} - \beta\boldsymbol{X}^{*}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{w}_{\mathrm{os}} \tag{10}$$

仅考虑噪声时,

$$\boldsymbol{w}_{\mathrm{o}} = \frac{1}{(1-\beta\sigma^2)}\boldsymbol{w}_{\mathrm{os}} \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{v}=[v_1,v_2,\cdots,v_M]^{\mathrm{T}}$ 是 M 个通道中低通滤波器的输出数据;$\boldsymbol{w}_{\mathrm{os}}=[w_{\mathrm{os1}},w_{\mathrm{os2}},\cdots,w_{\mathrm{os}M}]^{\mathrm{T}}$ 是加权矢量的偏置值;$\boldsymbol{U}$ 是 M 个通道的低通滤波器的输入矢量;β 是环路增益;σ^2 是热噪声功率值;在图 2 中出现的符号“*”,代表共轭运算.

式(12)表明当没干扰时,天线阵列的最佳加权矢量取决于偏置值 $\boldsymbol{w}_{\mathrm{os}}$. 对于 GPS 接收机而言,要尽量减少卫星信号的损失,所以选取 $\boldsymbol{w}=[1,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}$,等效于全方向性天线.

2 多信号归类算法

在噪声环境下,M 个阵元的天线阵列要同时检测并抑制 L 个平面波干扰,多信号归类(MUSIC)算法[6-7]是最佳的选择之一,将其应用于 GPS 抗干扰是十分有效的. 由于 GPS 信号非常微弱,所以接收信号主要决定于噪声和干扰. 通过对接收信号自相关矩阵进行特征分解,得到相互正交的噪声空间与干扰信号空间,利用二者之间的正交性,就可以实现对干扰的正交接收[8].

假设干扰信号彼此独立,且与噪声互不相关. 则接收信号的自相关阵为

$$\boldsymbol{R} = E[\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}] = \boldsymbol{V}\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}^{\mathrm{H}} + \sigma^2\boldsymbol{I} \tag{12}$$

其中,$\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}(p_1,p_2,\cdots,p_L)$,$p_i=E(u_i(t)\cdot u_i^{*}(t))$是第 i 个干扰信号的功率,自相关矩阵的特征值分解形式为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}} \tag{13}$$

其中,$\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_M)$,$\lambda_i(i=1,2,\cdots,M)$为 R 特征值;$\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{q}_1,\boldsymbol{q}_2,\cdots,\boldsymbol{q}_M]$,$\boldsymbol{q}_i(i=1,2,\cdots,M)$是特征值 λ_i 对应的特征向量,并且特征值按从小到大的顺序排列 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_L\geqslant\lambda_{L+1}=\lambda_{L+2}=\cdots=\lambda_M=\sigma^2$. 干扰子空间可由前 L 个较大的特征值对应的特征向量张成,而其余 $M-L$ 个特征向量可张成噪声子空间. 则

$$\boldsymbol{Q}=[\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}},\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}] \tag{14}$$

其中,$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}}=[\boldsymbol{q}_1,\boldsymbol{q}_2,\cdots,\boldsymbol{q}_L]$,$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}=[\boldsymbol{q}_{L+1},\boldsymbol{q}_{L+2},\cdots,\boldsymbol{q}_M]$. 在文献[6]中,已证明 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}$ 中的各向量正交于矩阵 $\boldsymbol{v}$ 各列向量张成的空间,即

$$\boldsymbol{q}_i\perp\mathrm{span}(\boldsymbol{v})\quad i=L+1,L+2,\cdots,M \tag{15}$$

干扰信号的来向可以通过求下式的最小值得到

$$f(\theta)=(\boldsymbol{v}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}(\theta)) \tag{16}$$

由上式可以看出 MUSIC 算法利用全部的噪声子空间特征向量来检测干扰来向.

3　最小范数算法

最小范数算法[11]可以看作是 MUSIC 算法的一种改进,它仅用 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}$ 各列的线性组合得到的矢量来检测干扰来向. 因为如果加权矢量是噪声子空间特征向量的线性组合,则

$$\boldsymbol{v}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}=0 \tag{17}$$

若天线阵为线性阵,且阵元间的间隔为 l,则来向为 θ_k 的平面波的方向矢量为

$$\boldsymbol{v}(\theta_i)=\left[1,\exp\left(-\mathrm{j}\frac{2\pi l\sin\theta_i}{\lambda}\right),\cdots,\exp\left(-\mathrm{j}\frac{2\pi(M-1)l\sin\theta_i}{\lambda}\right)\right]^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

由式(17)和式(18)可得多项式 $\xi(z)=\sum_{k=1}^{M}w_{k-1}z^{-(k-1)}$ 在 $z_k=\exp\left[-\mathrm{j}\left(\frac{2\pi l\sin\theta_k}{\lambda}\right)\right](k=1,2,\cdots,L)$[6-7] 处有 L 个零点. 若线阵阵元间的间距为 l 来波波长 λ 的一半,则 $z_k=\exp[-\mathrm{j}\pi\sin\theta_k]$. 如果式(19)取最小值,则多项式 $\xi(z)$ 的 $M-L$ 个零点均匀地分布于单位圆内[11-12].

$$G=\sum_{k=1}^{M}|w_k|^2\qquad w_0=1 \tag{19}$$

将多项分解为 $\xi(z)=D_1(z)D_2(z)$

$$\left.\begin{aligned}D_1(z)&=\sum_{k=1}^{L}h_kz^{-(k-1)}\quad h_1=1\\D_2(z)&=\sum_{k=1}^{M-L}b_kz^{-(k-1)}\quad b_1=1\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

求 H 的最小值也相当于求下式的最小值

$$\int_{-\pi}^{\pi}|\xi(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_k})|^2\mathrm{d}\psi \tag{21}$$

若给定多项式 $D_1(z)$,求式(21)的最小值就可以得到多项式 $D_2(z)$. $D_2(z)$ 的 $M-L$ 个零点受噪声的影响较小,不易生成错误源[12-13].

$\xi(z)$可由式(14)给出的自相关阵的特征值分解求出. 相应地有

$$\left.\begin{aligned}(\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}&=\boldsymbol{0}\\(\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}_{\mathrm{new}}})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_{\mathrm{new}}&=-\boldsymbol{a}^*\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

将 $\boldsymbol{w}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}}$ 可表示为以下的分块形式

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{w}&=\begin{pmatrix}1\\\boldsymbol{w}_{\mathrm{new}}\end{pmatrix}\\\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}}&=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}_{\mathrm{new}}}\end{pmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

其中向量 $\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}=[q_{11},q_{21},\cdots,q_{L1}]$,是由信号空间中 L 个特征向量的第一个元素组成. 同理

$$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{Q}_{\mathrm{N}_{\mathrm{new}}}\end{pmatrix} \tag{24}$$

其中向量 $\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}=[q_{L+1,1}\quad q_{L+2,1}\quad\cdots\quad q_{M,1}]$,是由噪声空间中 $M-L$ 个特征向量的第一个元素组成. 加权矢量可表示为[10]

$$\boldsymbol{w}=\left(\frac{1}{-\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}_{\mathrm{new}}}([\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}_{\mathrm{new}}}]^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{S}_{\mathrm{new}}})^{-1}\boldsymbol{a}^*}\right) \tag{25}$$

4　仿真研究

仿真中采用 5 元线阵,阵元间距为半波长;6 个 GPS 卫星的功率均为-160 dBW,其来向分别为(0° 15° 30° 50° -20° -60°);2 个干扰的来向分别为(32° -58°). 仿真是针对前面讨论的 3 种算法,设置来向为 32°的干扰功率分别为-100 dBW,-120 dBW和-130 dBW;固定来自-58°的干扰功率为-100 dBW;仿真程序的快拍数均为 200.

1) 2 个干扰均为-100 dBW

图 3a、图 3b、图 3c 分别给出了 PI,MUSIC 和最小范数算法得到的天线增益图,表 1 总结出 3 种算法在有用信号来向和干扰来向的增益,以及产生的错误零陷的角度和零深.

图 3a 所示,PI 算法在 2 个干扰来向(32°-58°)上引入的零陷分别为-57.07 dB,-64 dB. 图 3b 所示,MUSIC 算法在 2 个干扰来向(32° -58°)上引入的零陷分别为-120.4 dB 和-120.5 dB,此时算法在 14°和-11°引入了的 2 个错误零陷,其零深分别为-39.45 dB 和-37.54 dB. 图 3c 所示,最小范数算法在 2 个干扰来向(32°-58°)上引入的零陷分别为-118.2 dB,-120.3 dB.

表 1　干扰功率均为-100 dBW,3 种算法的抗干扰性能比较

信号	θ/(°)	天线增益/dB		
		PI	MUSIC	最小范数
GPS信号	0	-4.35	-9.1	-4.36
	15	-2.75	-27.6	-2.77
	30	-17.33	-24	-17.4
	50	-0.68	-3.35	-0.6
	-20	-4.38	-5	-4.4
	-60	-21.56	-21.1	-21.53
干扰	32	-57.07	-120.4	-118.2
	-58	-64	-124.5	-120.9
错误零陷	14		-39.45	
	-11		-37.54	

由图3和表1可以看出,当2个干扰功率均为-100 dBW时,MUSIC和最小范数算法可得到优于PI算法的干扰抑制结果.

2) 干扰功率分别为-100 dBW(-58°),-120 dBW(32°)

如图4a所示,PI算法在弱干扰来向(32°)上引入零深仅为-28.6 dB,强干扰来向(-58°)的零深为-52.3 dB. 如图4b所示,MUSIC算法在强弱干扰来向(32° -58°)上引入的零深分别为-120.5 dB和-86.6 dB,此时同样会在角度(14° -11°)上引入2个错误零陷,其零深分别为-39.44 dB,-37.5 dB. 如图4c所示,最小范数算法在弱干扰来向(32°)上引入零深为-87.26 dB,在强干扰来向(-58°)上的零深为-127.6 dB.

由图4和表2可见,PI算法对弱干扰抑制性能较差;MUSIC可同时抑制强弱干扰,但会引入更深的错误零陷;相对而言最小范数可以得到较好的抗干扰效果,而且不会引入错误零陷.

3) 干扰功率分别为-100 dBW(-58°),-130 dBW(32°)

如图5a所示,PI算法在强干扰来向(-58°)上可引入-51.6 dB的零陷,在弱干扰来向(32°)上的零陷仅为-3 dB,也就是说此时功率反演算法无法检测到弱干扰. 如图5b所示,MUSIC可以同时抑制强弱干扰,在弱干扰来向(32°)上可引入-37.2 dB零陷,强干扰来向(-58°)的零陷为-126 dB,在14°和-11°上引入的错误零陷分别为-36.35 dB,-35.6 dB,与弱干扰来向上的零深相差仅0.85 dB,1.6 dB. 如图5c所示,最小范数算法在弱干扰来向(32°)可引入-37.94 dB的零深,强干扰来向(-58°)上的零深为-121.4 dB,并且没有引入错误零陷.

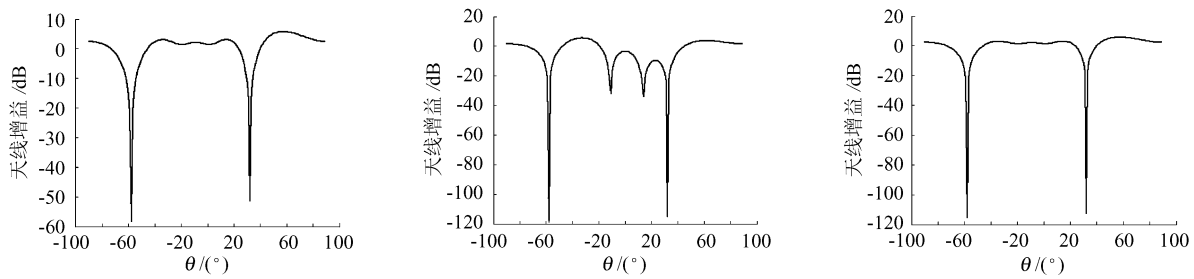
由图5和表3可见,强弱干扰的功率相差太多时,PI算法无法抑制弱干扰;MUSIC可同时抑制强弱干扰,但会引入更深的错误零陷;最小范数即可以抑制强弱干扰,也不会引入错误零陷.

表2 干扰功率分别为-100 dBW(-58°)和-120 dBW(32°),3种算法的抗干扰性能比较

信号	θ/(°)	天线增益/dB		
		PI	MUSIC	最小范数
GPS信号	0	-4.23	-9.1	-4.36
	15	-2.8	-27.56	-2.77
	30	-16.8	-23.9	-17.37
	50	-0.7	-3.35	-0.68
	-20	-4.2	-5	-4.39
	-60	-21.4	-21.1	-21.53
干扰	32	-28.6	-86.6	-87.26
	-58	-52.3	-120.5	-127.6
错误零陷	14		-39.44	
	-11		-37.5	

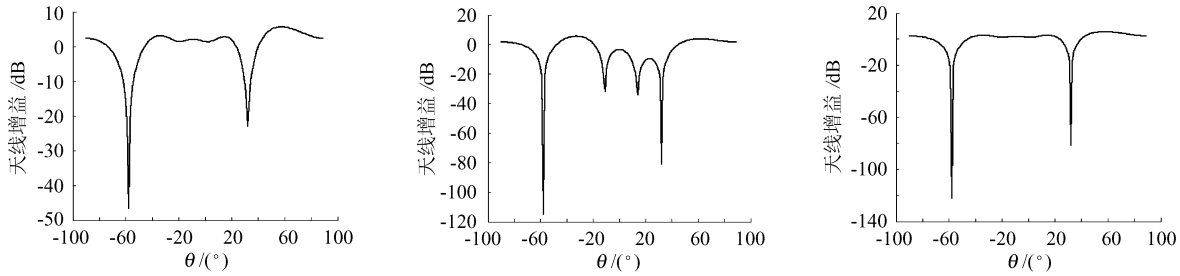
表3 干扰功率分别为-100 dBW(-58°)和-130 dBW(32°),3种算法的抗干扰性能比较

信号	θ/(°)	天线增益/dB		
		PI	MUSIC	最小范数
GPS信号	0	-1.7	-9.03	-4.23
	15	-2.13	-26.53	-2.76
	30	-2.46	-22.23	-17.07
	50	-0.88	-3.49	-0.7
	-20	-3.16	-5	-4.35
	-60	-20	-21.14	-21.47
干扰	32	-3	-37.2	-37.94
	-58	-51.6	-126	-121.4
错误零陷	14		-36.35	
	-11		-35.6	



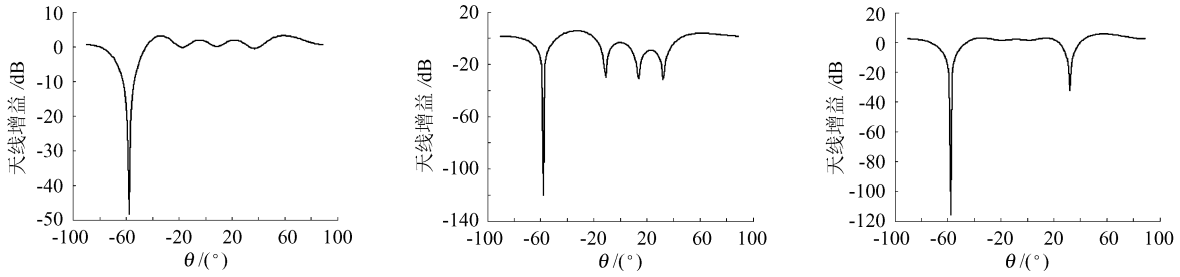
a PI算法 b MUSIC算法 c 最小范数算法

图3 干扰功率均为-100 dBW时的天线增益图



a　PI 算法　　b　MUSIC 算法　　c　最小范数算法

图 4　干扰功率分别为-100 dBW,-120 dBW 时的天线增益图



a　PI 算法　　b　MUSIC 算法　　c　最小范数算法

图 5　干扰功率分别为-100 dBW,-130 dBW 时的天线增益图

5　结 束 语

PI 和 MUSIC 算法在 GPS 抗干扰应用中是很有效的. 但是,当干扰功率接近于噪声功率时,PI 算法不能在此干扰来向上引入零陷,在天线输出中,干扰功率会高于有用信号. MUSIC 算法可以同时抑制强弱干扰,但可能会在一些角度上引入错误零陷,造成虚假干扰. 所以 MUSIC 算法不适用于检测弱干扰来向. 3 种算法中,最小范数算法不仅可以较好地抑制干扰,而且不会引入错误零陷.

参考文献 (**References**)

[1] Compton R J. The power-inversion adaptive array - concept and performance[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1979, 15(6):803-814

[2] Compton R J. Adaptive arrays: on power equalization with proportional control[R]. ESL-3234-1,1971

[3] Schwegman C W, Compton R J. Power inversion in a two elements adaptive array[R]. ESL-3433-3, 1972

[4] Zahm C L. Application of adaptive arrays to suppress strong jammers in the presence of weak signals[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(3):260-271

[5] Mohamed E A. Adaptive antenna utilizing power inversion and linearly constrained minimum variance algorithms[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2005,18(2):153-160

[6] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3):276-280

[7] Schmidt R O, Franks R E. Multiple source DF signal processing: an experimental system[J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1986, 34(3):281-290

[8] Lu Yan'e, Yang Jun, Ding Ziming , et al. The orthogonal weighted algorithm for GPS receiver anti-jamming[C]//CIE International Conference on Radar. Beijing: CIE Press, 2001:15-18

[9] Simon H. Adaptive filter theory[M]. Fourth edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002:231-312

[10] Paulraj A, Kailath T. Eigenstructure methods for direction of arrival estimation in the presence of unknown noise fields[J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing, 1986,34(1):13-20

[11] Kumaresan R, Tufts D W. Estimating the angles of arrival of multiple plane waves[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1983,19(1): 134-139

[12] Kumaresan R. On the zeros of the linear prediction-error filter for deterministic signals[J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing,1983,31(1):217-220

[13] Makhoul J. Linear prediction: a tutorial review[J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing, 1975,63(4):561-580

(责任编辑:娄　嘉)