DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2006.04.019
2006年 4月 北京航空航天大学学报 April 2006
第32卷 第4期 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics Vol.32 No.4

三维五向编织复合材料的弹性性能

卢子兴 刘子仙

（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：根据实际编织工艺和编织预制件的细观结构模型，利用刚度等效的思想，导出了三维五向编织复合材料的刚度矩阵并计算了其弹性常数.在此基础上，对比分析了三维五向和三维四向编织复合材料的弹性常数随编织角及纤维体积分数的变化规律，讨论了编织预制件的截面尺寸对三维五向编织复合材料弹性常数的影响.结果表明，三维五向编织复合材料在保持三维四向编织复合材料良好性能的同时对纵向力学性能进行了增强；编织预制件的截面尺寸只在较小的情况下才对编织复合材料的弹性常数影响较大.

关 键 词：编织复合材料；三维五向；弹性性能；刚度等效

中图分类号：TB 332；TB 330.1

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2006)04-0455-06

Elastic properties for 3 dimensional and 5 directional braided composites

Lu Zixing Liu Zixian

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: According to actual braiding process and the micro-structural model of braiding preform, using stiffness averaging method, the stiffness matrix of 3D&5D(3 dimensional and 5 directional) braided composites is deduced and their elastic properties are calculated. On the basis of calculation, the changing characteristics of elastic constants with the braided angle and volume fraction of fibers is described and the difference of elastic properties between 3D&5D and 3D&4D(3 dimensional and 4 directional) braided composites as well as the effect of cross-section size of performs are discussed. Numerical calculation shows that 3D&5D braided composites not only keep the certain merits of 3D&4D braided composites but also enhance the mechanical properties of axial direction or braided direction. The effect of cross-section size of braiding preform on the elastic properties of braided composites is larger only if the cross-section size is smaller.

Key words: braided composites; 3D&5D braiding; elastic properties; stiffness averaging

三维五向编织预制件是在四向编织基础上沿编织方向增加一组不参与编织的轴纱而形成的.经复合固化后获得的三维五向编织复合材料，在保持三维四向编织复合材料良好力学性能的同时，可对加轴纱的方向进行增强，因而满足了一些特定工程领域(特别是航空航天领域)的需要.

关于四向编织复合材料细观结构及力学性能的研究已有许多工作发表[1]，但对三维五向编织复合材料力学方面的研究工作报道不多.

文献[2]较早利用三细胞模型对这类材料进行了讨论并得到了一些有价值的结果.

文献[3,4]对三维五向编织复合材料的细观结构进行了研究并通过实验讨论了五向编织结构对这类复合材料力学性能的影响.

文献[5]对这类材料的力学性能也进行了实验研究，给出了一些重要的实验数据.

最近，受吴德隆三细胞模型的启发，文献[6]针对三维四向编织复合材料提出了一个更接近于

收稿日期：2005-01-31

基金项目：航空科学基金资助项目(04B51045)

作者简介：卢子兴(1960-)，男，河北枣强人，教授，luzixing@263.net.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

真实的修正模型，给出了弹性性能的较好理论预测结果.

基于同样的考虑，本文在文献[3]的三维五向编织复合材料内部细观结构模型分析的基础上利用文献[6]的方法来分析三维五向编织复合材料的弹性性能.

1 分析模型

本文所讨论的三维五向编织复合材料的编织方式和三维四向的情况相似，也采用四步法的方型编织工艺，唯一的差别是在相邻锭子中间加入了轴纱，具体的排列方式如图1和图2[3]所示.

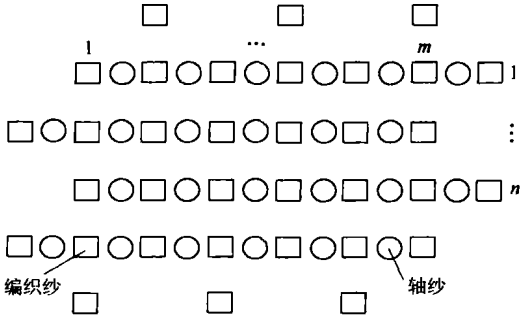


图1 锭子的排列方式

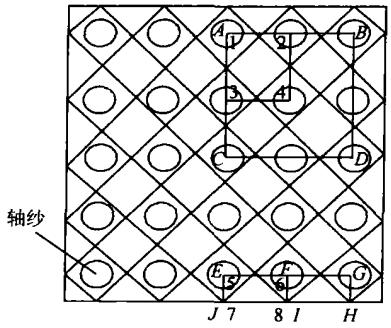


图2 纱线的水平投影图

根据参考文献[3]，利用刚度等效的思想可以得到基元、面元、角元的内部细观结构模型，如图3所示.在分析中假设：

1) 纤维束在胞体内始终保持直线运行，且当纤维束遇到边界时改变原来的运行方向，但只发生弯折不发生弯曲；

2) 分析模型中用纤维束的轴线代替纤维束，不考虑纤维束的宏观尺寸；

3) 轴纱与编织纱的截面积相同；

4) 纤维束是横观各向同性材料，而基体是各向同性材料，不考虑其中存在的缺陷.

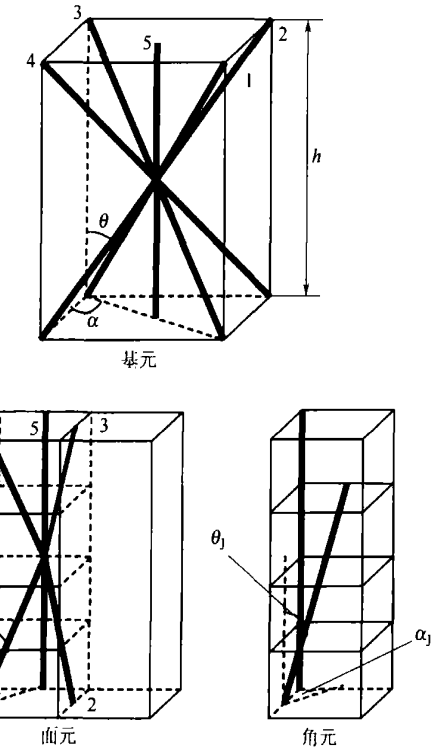


图3 分析模型

2 弹性性能分析

这里借鉴了文献[6]中对三维四向编织复合材料弹性常数分析的总体思想，其流程如图4所示.根据横观各向同性纤维束的弹性常数 E_1，E_2，E_3，v_{12}，v_{13}，v_{31}，v_{21}，G_{23} 与柔度矩阵中的各元素 s_{11}，s_{12}，s_{13}，s_{33}，s_{44} 之间的关系[7]，即：

$$\left.\begin{aligned} s_{11} &= \frac{1}{E_1} \\ s_{12} &= -\frac{v_{21}}{E_2} = -\frac{v_{12}}{E_1} \\ s_{13} &= -\frac{v_{31}}{E_3} = -\frac{v_{13}}{E_1} \\ s_{33} &= \frac{1}{E_3} \\ s_{44} &= \frac{1}{G_{23}} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

可以计算柔度矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{f}}$，而利用刚度矩阵和柔度矩阵之间的互逆关系可以得到纤维束的刚度矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}}$.通过如下坐标转换，即：

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}k} = \boldsymbol{T}_k \boldsymbol{C}_{\mathrm{f}} \boldsymbol{T}_k^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

可计算整体坐标系下的刚度矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{f}k}$，其中坐标转换矩阵 $\boldsymbol{T}_k$ 中 l_i，m_i，n_i ($i=1,2,3$) 表示局部坐标系相对于整体坐标系的方向余弦[6].从图5可以得到纤维束的方向余弦如下：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

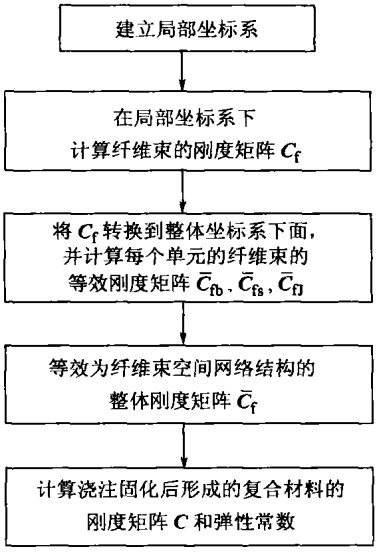


图 4　分析过程的流程图

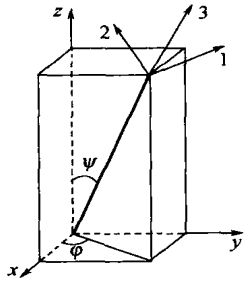


图 5　局部坐标系

$$\left.\begin{aligned} l_1 &= \cos\psi\cos\varphi \\ m_1 &= -\sin\varphi \\ n_1 &= \sin\psi\cos\varphi \\ l_2 &= \cos\psi\sin\varphi \\ m_2 &= \cos\varphi \\ n_2 &= \sin\psi\sin\varphi \\ l_3 &= -\sin\psi \\ m_3 &= 0 \\ n_3 &= \cos\psi \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

图 5 中的空间取向用(ψ,φ)表示.这样,只需将纤维束的空间取向参数代替(3)式中的 ψ,φ 就可以得到各局部坐标系中的方向余弦.从图 3 可知基元、面元、角元的空间取向参数为(其中角元的编号是根据 4 个角元组合后的编号来表示的,其编号的排列和基元一样):

基元:纤维束 1:(θ,α)
纤维束 2:$(\theta,\pi-\alpha)$
纤维束 3:$(\pi-\theta,\pi-\alpha)$
纤维束 4:$(\pi-\theta,\alpha)$
纤维束 5:$(0,0)$
面元:纤维束 1:(θ_s,α_s)
纤维束 2:$(\theta_s,\pi-\alpha_s)$
纤维束 3:$(\pi-\theta_s,\pi-\alpha_s)$
纤维束 4:$(\pi-\theta_s,\alpha_s)$
纤维束 5:$(0,0)$
角元:纤维束 1:(θ_J,α_J)
纤维束 2:$(\theta_J,\pi-\alpha_J)$
纤维束 3:$(\pi-\theta_J,\pi-\alpha_J)$
纤维束 4:$(\pi-\theta_J,\alpha_J)$
纤维束 5:$(0,0)$

以上的参数 θ,θ_s,θ_J 与 β(内部编织角)间存在如下关系:

$$\left.\begin{aligned} \tan\theta &= \tan\beta \\ \tan\theta_s &= \tan\beta/2 \\ \tan\theta_J &= \tan\beta/3 \\ \alpha_s &= \alpha = \alpha_J \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

对于 1×1 编织过程,$\alpha_s=\alpha=\alpha_J=\pi/4$.

基元纤维束的等效刚度矩阵可由下式确定:

$$\bar{C}_{fb} = v_1\times\left(\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\boldsymbol{T}_k\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{T}_k^T\right)+v_2\times\boldsymbol{C}_f \tag{5}$$

其中

$$v_1=\frac{\dfrac{h}{\cos\theta}}{\dfrac{h}{\cos\theta}+h}$$

$$v_2=\frac{h}{\dfrac{h}{\cos\theta}+h}$$

v_1 和 v_2 为编织纱和轴纱占基元纱线的体积比.

面元中纤维束的等效刚度矩阵可由下式确定:

$$\bar{C}_{fs} = v_{s1}\times\left(\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\boldsymbol{T}_{ks}\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{T}_{ks}^T\right)+v_{s2}\times\boldsymbol{C}_f \tag{6}$$

其中

$$v_{s1}=\frac{\dfrac{h/2}{\cos\theta_s}\times4}{\dfrac{h/2}{\cos\theta_s}\times4+h}$$

$$v_{s2}=\frac{h}{\dfrac{h/2}{\cos\theta_s}\times4+h}$$

v_{s1} 和 v_{s2} 为编织纱和轴纱占面元纱线的体积比.

4 个角元组合后纤维束的等效刚度矩阵可由下式确定:

$$\bar{C}_{fJ} = v_{J1}\times\left(\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{4}\boldsymbol{T}_{kJ}\boldsymbol{C}_f\boldsymbol{T}_{kJ}^T\right)+v_{J2}\times\boldsymbol{C}_f \tag{7}$$

其中

$$v_{J1}=\frac{\dfrac{3\times h/4}{\cos\theta_J}\times4}{\dfrac{3\times h/4}{\cos\theta_J}\times4+h}$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$v_{J2}=\frac{h}{\frac{3\times h/4}{\cos\theta_J}\times 4+h}$$

v_{J1}和v_{J2}为编织纱和轴纱占角元纱线的体积比.

将(5)式～(7)式代入下式可得到空间网状编织纱线结构的整体刚度矩阵 $\bar{C}_f$,即:

$$\bar{C}_f=V_{fb}\bar{C}_{fb}+V_{fs}\bar{C}_{fs}+V_{fJ}\bar{C}_{fJ} \tag{8}$$

式中 V_{fb},V_{fs},V_{fJ}是各类单元中纱线占总纱线的体积比.它们的取值可从下面计算得到:

在图1中 $m+1$,$n+1$ 分别代表沿横向和纵向参与编织的纱锭数,参与编织的编织纱的总纱线数为 $N=m\times n+m+n$,轴纱的总数为 $N_1=m\times n$.其中单元的取法如图2所示.1/4基元(图2中的1-2-3-4)的个数为 $B=(m-1)(n-1)$,1/2面元(图2中的5-6-7-8)的个数为 $F=2(m-1)+2(n-1)$,角元的个数为 $R=4$.

根据文献[3]可知:基元内的轴纱总数为 B,面元内的轴纱总数为 $F/2$,角元内的轴纱总数为1.

因此,各类单元中纱线的总长度如下:

基元:

$$L_1=B\times\frac{h}{\cos\theta}+B\times h$$

面元:

$$L_2=F\times\frac{h}{\cos\theta_s}+\frac{F}{2}\times h$$

角元:

$$L_3=R\times\frac{3h}{4\cos\theta_J}+h$$

所以各类单元中的纱线占总纱线的体积比为

$$\left.\begin{aligned}V_{fb}&=\frac{L_1}{L}\\V_{fs}&=\frac{L_2}{L}\\V_{fJ}&=\frac{L_3}{L}\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

其中 $L=L_1+L_2+L_3$ 为总纱线的长度.

显然,上述纤维束空间网状结构经树脂基体填充固化后便得到了工程所要的三维五向编织复合材料.由于假设基体是各向同性的,很容易确定其刚度矩阵 $\bar{C}_m$ 和柔度矩阵 $\bar{S}_m$.如果假设纤维在复合材料中所占的体积分数为 V_f,基体的体积分数为 V_m,且有 $V_m=1-V_f$.则可以计算出经树脂基体填充固化后所得的三维五向编织复合材料的刚度矩阵 $\boldsymbol{C}$,即:

$$\boldsymbol{C}=\bar{C}_m\times V_m+\bar{C}_f\times V_f \tag{10}$$

然后,利用刚度矩阵和柔度矩阵之间的关系和式(1)就可以得到三维五向编织复合材料的各弹性常数.

3 计算结果和讨论

根据文献[6]提供的碳纤维和树脂基体的弹性性能(见表1)可对三维五向编织复合材料的弹性性能进行讨论和分析(表1中所用试件的编织模式[3]为1×1,轴纱的配置为1∶1;纱锭的排列方式为6×4).

表1 碳纤维和树脂基体的弹性性能 GPa

材料	E_1	E_3	G_{12}	G_{13}	v_{12}	v_{31}
T300	13.8	220	4.8	9.0	0.25	0.20
TDE-85	4.5	4.5			0.34	0.34

3.1 弹性常数随编织参数的变化

按照上述模型和材料参数可以计算得到三维五向编织复合材料(5D)的弹性常数随编织角和体积分数变化情况(如图6所示),同一图中也给出了与在相同编织模式和编织工艺下的三维四向编织复合材料(4D)的比较.

1) 如图6a所示,体积分数 V_f 不变时,5D和4D材料的横向弹性模量 E_x,E_y 均随编织角 β 的增加而增大;5D材料的 E_x,E_y 随 β 的变化趋势比4D材料更缓慢些.

2) 如图6b所示,V_f 不变时,5D材料的纵向弹性模量 E_z 随 β 的增加而减少,V_f 和 β 相同时5D材料的 E_z 比4D材料要大些.E_z 的变化规律充分体现了5D编织复合材料的优势,尤其在较大编织角时更是如此.

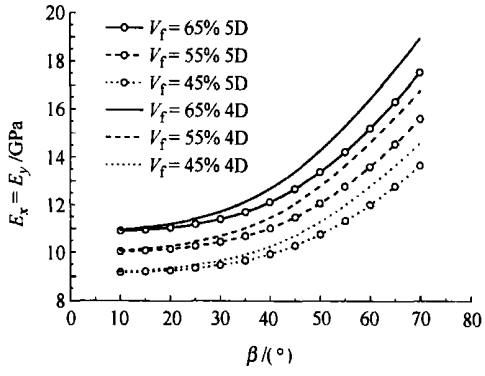
3) 如图6c所示,V_f 不变时,5D材料的纵向剪切模量 G_{zx} 随 β 先增加后减小;对比4D和5D材料,在 V_f 不变的情况下,5D材料的 G_{zx} 随编织角的变化比4D材料缓慢.

4) 如图6d所示,V_f 不变时,5D材料的横向剪切模量 G_{xy} 随 β 的增加而增大;对比4D和5D材料,V_f 不变且 β 较大时,5D材料的 G_{xy} 比较明显地小于4D材料的结果.

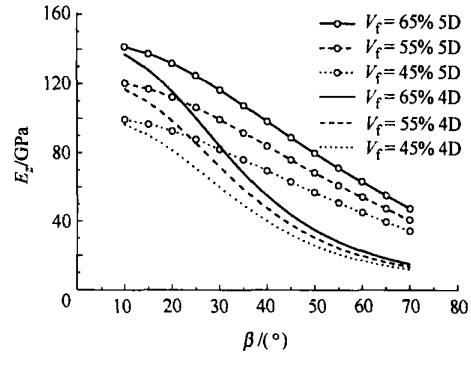
5) 如图6e所示,V_f 不变时,5D材料的横向泊松比 ν_{xy} 随 β 的增大,先减小后增大,且变化比4D材料的缓慢.

6) 如图6f所示,纵向泊松比 ν_{zx} 随 β 先增大后减小,且5D材料的变化趋势比4D材料缓慢,达到最大值时的编织角也比4D材料的大一些.

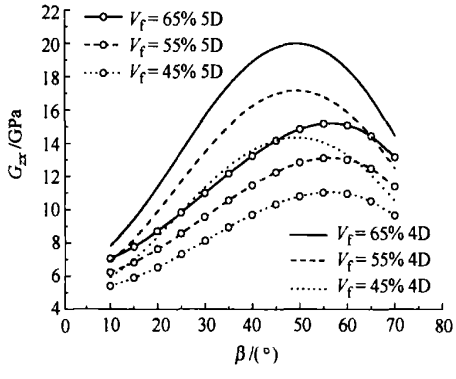
(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



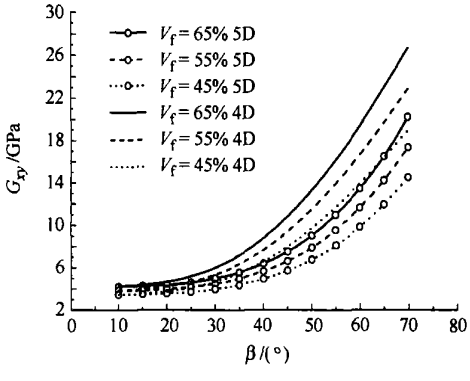
a　横向弹性模量



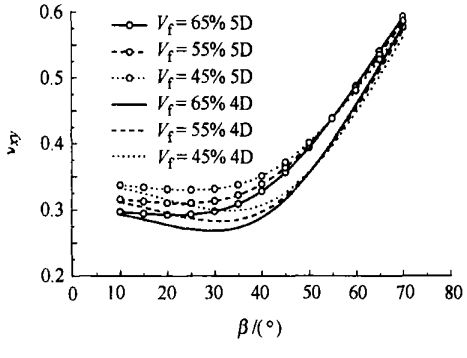
b　纵向弹性模量



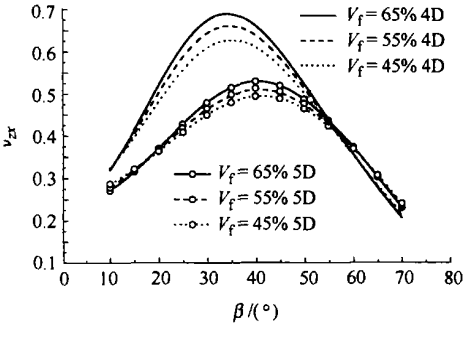
c　纵向剪切模量



d　横向剪切模量



e　横向泊松比



f　纵向泊松比

图 6　弹性常数随编织角的变化趋势

采用类似的分析可知,所有弹性模量和剪切模量在 β 不变的情况下均随着 V_f 的增加而增大.但是,泊松比的变化趋势有所差异,即 ν_{xy} 在 β 较小时随 V_f 的增大而减小,在 β 较大时随 V_f 的增加而增大;ν_{zx} 在 β 较小时随 V_f 的增加而增大,在 β 较大时随 V_f 的增加而减小.

3.2　预制件截面尺寸对弹性性能的影响

在 V_f 和 β 一定时,从图 7(以 E_z 为例,材料参数见表 1,N 为编织纱的数目,N_1 为轴纱的数目.在纱线和基体材料、编织角和体积分数一定时,参与编织的纱线总数 $N+N_1$ 反映了编织预制件的尺寸.由文献[8]可知,只要知道了 β, V_f 以及参与编织的纤维束的型号就可以根据纤维束在空间的排列方式计算出单元胞体的尺寸.因此,确定

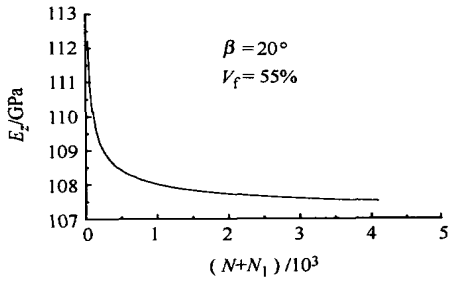


图 7　参与编织的纱线总数对 E_z 的影响

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

了 β, V_f 以后,截面的尺寸就由 $N+N_1$ 来确定.)可知,在纱线数(预制件的尺寸)较小的时候编织预成型件截面尺寸的大小对弹性常数的影响较大,当纱线数多到一定程度时编织预成型件的截面尺寸对弹性常数的影响几乎可以忽略不计.根据前面的计算可知面元、角元对 E_z 具有增强作用,而编织预成型件截面尺寸越大,基元所占的百分比越大,面元和角元的贡献相对较小,故边缘效应的影响可以忽略.

3.3 理论预测与实验值的比较

根据本文模型计算得到的理论预测结果和实验值之间的对比如图 8 所示.图中实验值(1)和(2)分别取自文献[5]和文献[9],而理论预测所取的纤维体积分数与相应的实验材料相同.可见,实验值分布在理论曲线的两侧,β 较小时,理论预测略低于实验值,而 β 较大时,理论预测结果高于实验值.由于目前文献中可供利用的实验数据较少,且编织复合材料的力学性能数据一般较为分散,故本文模型的预测精度还难以评定.从有限的实验数据对比来看,模型可以在较小 β 下对三维五向编织复合材料弹性常数给出比较合理的预测结果.

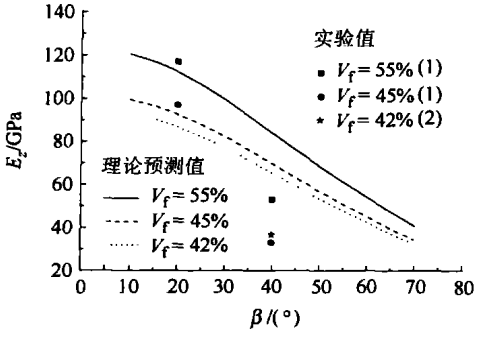


图 8 理论预测与实验值的对比

4 结 论

三维五向编织复合材料由于加入了编织方向的增强纤维,使得弹性性能较四向编织复合材料发生了一些变化,特别是在编织方向上的弹性模量 E_z 比四向编织情况下的弹性模量有了较大的提高,因而可以较好地适应工程中的一些特殊要求.由于轴向纤维的增强作用使得三维五向编织复合材料的剪切模量、泊松比等随编织角的变化规律与四向编织复合材料相比也发生了一些变化.此外,编织预制件的截面尺寸的大小对弹性性能的影响在编织预制件截面尺寸(反映纱线的数量)较小的时候比较大,编织预制件截面尺寸变大时这种影响则很快减小.

参考文献 (References)

[1] 卢子兴, 杨振宇, 李仲平. 三维编织复合材料力学行为研究进展[J]. 复合材料学报. 2004,21(2):1~7
Lu Zixing, Yang Zhenyu, Li Zhongping. Development of investigation into mechanical behavior of three dimensional braided composites [J]. Acta Mater Comp Sinica, 2004,21(2):1~7(in Chinese)

[2] Wu D L. Three-cell model and 5D braided structural composites[J]. Composites Science and Technology, 1996,56:225~233

[3] 李典森, 陈 利, 李嘉禄. 三维五向编织复合材料的细观结构分析[J]. 天津工业大学学报, 2003,22(6):7~11
Li Diansen, Chen Li, Li Jialu. Microstructure analysis of 3-dimensional 5-directional braided composites[J]. Journal of Tianjin Polytechnic University, 2003,22(6):7~11(in Chinese)

[4] 李学明, 李嘉禄, 王 峥. 三维五向编织结构对复合材料性能的影响[J]. 天津纺织工学院学报, 1997,16(5):7~13
Li Xueming, Li Jialu, Wang Zheng. Effect of 3-D & 5-D braiding structure on mechanical properties of the composite[J]. Journal of Tianjin Institute of Textile Science and Technology, 1997,16(5):7~13(in Chinese)

[5] 郑锡涛, 郭稳学, 盛国柱, 等. 三维编织复合材料力学性能试验研究[A]. 见:王玉林主编. 复合材料-生命、环境与高技术[C]. 天津:天津大学出版社, 2002.1108~1111
Zheng Xitao, Guo Wenxue, Sheng Guozhu, *et al*. An experimental investigation on the mechanical behavior of 3-D braided composites [A]. In: Wang Yulin ed. Composites-Life, Environment and High Technology[C]. Tianjin: Publishers of Tianjin University, 2002.1108~1111(in Chinese)

[6] 杨振宇, 卢子兴. 三维四向编织复合材料弹性性能的理论预测[J]. 复合材料学报, 2004,21(2): 134~141
Yang Zhenyu, Lu Zixing. Theoretical prediction of the elastic properties of three-dimensional and four-directional braided composites [J]. Acta Mater Comp Sinica, 2004,21(2):134~141(in Chinese)

[7] 蒋咏秋, 陆逢升, 顾志建. 复合材料力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1990
Jiang Yongqiu, Lu Fengsheng, Gu Zhijian. Mechanics of composite [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1990(in Chinese)

[8] 杨振宇. 三维编织复合材料弹性性能研究[D]. 北京:北京航空航天大学航空科学与工程学院, 2004
Yang Zhenyu. Investigation into the elastic properties of 3-D braided composites[D]. Beijing: School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2004(in Chinese)

[9] 卢子兴, 冯志海, 寇长河, 等. 编织复合材料拉伸力学性能的研究[J]. 复合材料学报, 1999,16(3): 129~134
Lu Zixing, Feng Zhihai, Kou Changhe, *et al*. Studies on tensile properties of braided structural composite materials[J]. Acta Mater Comp Sinica, 1999,16(3):129~134(in Chinese)

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net