DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2006.01.004
2006年 1月 北京航空航天大学学报 January 2006
第32卷 第1期 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics Vol.32 No.1

3点逐步r型自适应网格算法

陈宣友 董海涛 李椿萱 周 越

（北京航空航天大学 航空科学与工程学院，北京 100083）

摘 要：为了根据某个流场参数梯度较合理地分布网格同时又不增加网格点的数量，提出一种基以总变差为基础的r型3点逐步自适应网格算法，通过3点逐步调整网格点的位置以减小网格线的扭曲，生成质量较好的计算网格.以绕二维圆柱和三维双椭球的超声速流动为算例，用Euler方程模拟，以流场的压力总变差来进行自适应，通过分别用所提出的自适应方法生成的自适应网格与用原始网格计算所得的流场结果对比，计算结果表明，用自适应网格计算所得的激波比用初始网格计算所得的激波薄，采用自适应方法所计算出的流场数值解具有更高的分辨率.

关 键 词：自适应算法；网格；激波

中图分类号：V 211.3

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2006)01-0013-05

Three-point step-by-step generating r-type adaptive grid technique

Chen Xuanyou Dong Haitao Lee Chunhian Zhou Yue

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: In order to distribute grids correctly according to certain flow parameter grads but not to increase grid number, a step-by-step generating technique for r-type three points adaptive grid was proposed based on an averaged total variation concept. By this method, the grid location could be gradually adjusted, and the adaptive grid quality could be improved and grid thread distortion could be decreased. Two test cases were given to demonstrate the effectiveness of the developed procedure, namely, the supersonic flows over a two dimensions circular cylinder and a three dimensions double ellipsoid using an Euler solver. Grid location in the two test cases was adjusted by total variation of pressure. By comparing with the results computed using original grids, it is observed that shock wave captured by adaptive grids becomes thinner, so the results obtained by the present technique do provide higher resolution.

Key words: adaptive algorithms; grid; shock wave

自适应网格是通过流场迭代计算过程中流场参数的变化，在变化激烈的区域布置较密的网格，在变化缓和的区域布置较疏的网格的方式调整网格的局部尺度，以精确反映局部流场特性的高效算法[1~8].网格的自适应通常可通过2种途径来实现，一种是根据局部流场的特征尺度，在流场变化激烈的区域内对原计算网格进行加密.这种通过改变网

格总数的网格自适应一般称为h型自适应网格技术[7].另一种是在保持网格点数不变的情况下，根据前一迭代解的流场分布改变网格点的分布来实现自适应，称为r型自适应网格技术[1~6].

采用h型自适应网格技术时，若在流场变化激烈的区域内沿空间3个方向的网格间距减小到原来网格间距的0.5倍，就相当于该区域内的网格总数将增加8倍.虽然文献[7]曾通过射流与绕流干扰流场的数值试验对该技术的计算效率进行了对比分析，表明网格总数的增加并未对总计算

收稿日期：2004-11-12

作者简介：陈宣友(1974－)，男，江西赣州人，硕士生，cxyou503@hotmail.com.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

量产生严重影响，但应用该技术对具有复杂几何特性的飞行器进行大型模拟计算时，多区域的网格加密将导致网格数的急剧膨胀. r 型技术可克服该缺陷，因此适用于进行具有复杂几何特性流场的高清晰度大型模拟计算. 但网格点的再分布或网格间距的再调整必然导致网格的变形，使网格品质下降. 为解决该问题，早期的工作提出拉力弹簧的思想来控制网格的间距[1, 2]，文献[4]采用 Nakahashi 等提出的二维弹性拉伸-扭转格式[3]结合 Anderson 提出的等弧分布律的思想[8]构造了一种三维自适应网格技术. 为抑制网格可能出现的严重扭曲，文献[5, 6]提出了利用流场变量的总变差对网格点位置进行调整的思想. 本文将引入类似的思想建立一类高分辨率 3 点逐步自适应的 r 型方法.

1 自适应网格技术的推导

r 型技术一般是根据流场参数分布的局部特征尺度对空间网格点的布局进行调整的，其网格的品质取决于流场的局部特征尺度(网格调整时所选择的流场参数)及所采用的自适应格式. 以下将首先导出采用流场参数总变差形式的自适应格式.

1.1 总变差平均

为便于推导而不失其一般性，暂考虑一 $i_{\max}\times j_{\max}$ 网格的二维流动问题. 设 ϕ 表示给定流场参数，则在 $j_0=$const 的网格线上第 $i_\alpha(\alpha=1,\cdots,i_{\max})$ 个网格点上流场变量的总变差 TV 可表达为

$$TV(\phi_{1,j_0})=0$$
$$TV(\phi_{i+1,j_0})=TV(\phi_{i,j_0})+\left|\phi_{i+1,j_0}-\phi_{i,j_0}\right|$$
$$i=1,2,\cdots,i_{\max} \tag{1}$$

在原网格的基础上利用总变差(1)的平均对第 j_0 条网格线的间距进行调整. 定义平均总变差

$$\mathrm{av}(TV(\phi;j_0))=\frac{TV(\phi_{i_{\max},j_0})-TV(\phi_{1,j_0})}{i_{\max}-1} \tag{2}$$

则第 j_0 条网格线上新网格点的总变差给出

$$TV(\phi_{i+1,j_0})=TV(\phi_{i,j_0})+\mathrm{av}(TV(\phi;j_0))$$
$$i=1,2,\cdots,i_{\max}-1 \tag{3}$$

于是，应用插值关系即可求得新网格点的坐标值. 显然，网格将密集分布在流场出现剧烈变化处.

以上网格再划分形式可直接延拓到多维. 新网格点上的场变量值可由

$$\phi(x)=\phi_0+\frac{\partial\phi}{\partial x_k}dx_k \qquad k=1,\cdots,d \tag{4}$$

确定，式中 ϕ_0 为原网格中距 $x=(x_1,\cdots,x_d)$ 点最近网格点上的场变量值，d 为流动的维数.

1.2 总变差的修正

可以看到，直接采用平均总变差调整网格间距(式(3))往往在相邻间距间出现激烈变化，从而导致高维网格严重扭曲. 可以通过弹性拉伸与扭转的思想分别对网格点的距离和扭曲进行调整以保证网格的正交性. 为了缓和网格的扭曲，文献[5, 6]提出在点(i,j)的总变差项中附加如下的修正项：

$$\sum_{k=1,k\neq i}^{n}\left|\phi_\xi\right|_{k,j}C_{\mathrm{t}}\exp(-|\,i-k\,|)+\sum_{l=1,l\neq i}^{m}\left|\phi_\xi\right|_{i,1}C_{\mathrm{t}}\exp(-|\,j-1\,|) \tag{5}$$

其中 C_{t} 为可调系数.

本文提出在每个网格点的总变差中附加一个相对于前一网格点的位置项来修正网格的间距. 于是，在高维网格的每个网格点上的场变量总变差中加上该网格点与相邻网格点的相对位置项可抑制网格的扭曲. 以 $i_{\max}\times j_{\max}$ 的二维网格为例，取与(i,j)相邻的 4 个网格点$(i,j-1)$，$(i,j+1)$，$(i-1,j)$和$(i+1,j)$，则在 $j_0=$const 的给定网格线上网格点的总变差变为

$$TV(\phi_{1,j_0})=0$$
$$TV(\phi_{i+1,j_0})=TV(\phi_{i,j_0})+\left|\phi_{i+1,j_0}-\phi_{i,j_0}\right|+a\left(S_{i+1,j_{-1}}+S_{i+1,j_{+1}}\right)+b\left(S_{i+1\to\ddot{y}_0}\right)$$
$$i=1,2,\cdots,i_{\max} \tag{6}$$

其中，a 与 b 可调为常系数；$S_{i+1\to i,j_0}$ 是$(i+1,j_0)$到(i,j_0)的弧长；$S_{i+1,j_{-1}}$ 是$(i+1,j_0)$到$(i+1,j_0-1)$的弧长；$S_{i+1,j_{+1}}$ 是$(i+1,j_0)$到$(i+1,j_0+1)$的弧长.

为使网格间距保持缓慢变化，可在原网格中出现大流场参数梯度的区域内，设定自适应网格点数的极限值 n. 假设在$\overline{AB}$段，应用上述自适应处理后原有 11 个网格点，为使$\overline{AB}$段两端的网格点能光滑地过渡到$\overline{AB}$，可预先给定某个值 n_0，使$\overline{AB}$段的网格点小于 n_0. 于是，在编写程序时可判断$\left[TV(\phi_{i_{\max},j_0})-TV(\phi_{1,j_0})\right]/\mathrm{av}(TV(\phi;j_0))$是否大于 n_0. 若大于 n_0，则可以令

$$TV(\phi_{B,j_0})=TV(\phi_{A,j_0})+n_0\cdot\mathrm{av}(TV(\phi;j_0))$$

同时，可对上述过程进行多次迭代.

1.3 3 点逐步自适应格式

众所周知，在进行网格自适应时，网格的正交

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

性难以控制. 文献[3, 4]引用弹性扭矩来控制网格的正交性,使自适应后每一网格点的 Jobic 矩阵大于零. 但这种方法必须求解一大型矩阵方程,需要耗费大量机时. 引用总变差修正项(5)[5, 6],或本项工作所提出的修正格式(6),网格的质量将依赖于可调系数 C_t 或 a 与 b. 这些系数的经验性难以保证高维网格自适应后仍可保持正交性.

有鉴于此,本文提出如下的 3 点逐步自适应方法:设在流场出现急剧变化的区域子网格中,沿给定网格线 i_0 上存在 j_{mx} 个网格点,在原网格中该网格点记为 $1,2,\cdots,j_{mx}$,自适应后记为 $1,2',3',\cdots,j'_{mx},j_{mx}$,则第一步应用第 1.1 与 1.2 节的方法通过点 1,2 和 3 的位置计算 $2'$ 的位置,第二步通过点 $2'$,3 和 4 的位置计算 $3'$ 的位置,以此类推,逐步计算出各点的位置. 上述过程可以分别从最大到最小和从最小到最大 2 个方向进行若干次迭代,以进一步改善网格的品质. 通过算例的实际计算表明,上述方法可在相当大的程度上保证网格的正交性.

上述自适应网格格式仅涉及网格点上流场参数的总变差,特别适宜于具有复杂几何特性的全流场网格的自适应,不论其网格的生成是采用整体还是分块. 对于分区多块网格,如图 1 所示的 A, B 两块对接网格,当对 B 网格在 i 方向进行自适应时,可将$\overline{1a2a}$的一层网格并入 B 网格块中;对 A 块网格在 i 方向进行自适应时,可将$\overline{1b2b}$的一层网格并入 A 网格块中. 而在 j 方向进行自适应时,可将网格块 A 中的 1,2 点位置取代 B 中 1,2 点的位置. 如此,则不论在 A 或 B 网格块中进行自适应,$\overline{12}$中的网格点将具有相同的分布. 在固壁上,对 i 方向进行自适应时,$\overline{12}$中网格点的分布是固定的,当在 j 方向进行自适应时,$\overline{12}$中的 2 个端点是固定的,因此,可以保证固壁的原形. 对于重叠网格,可直接沿用单块网格的自适应网格格式.

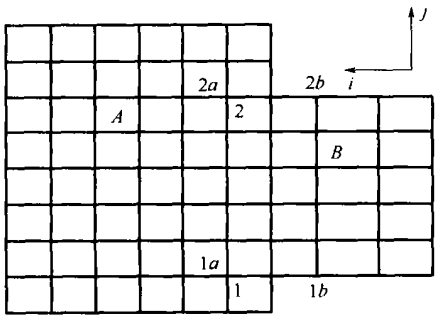


图 1　多块网格的 3 点逐步自适应格式示意图

2　流场计算

为验证本项工作所提出的自适应网格技术,本文给出了绕圆柱(二维)及绕双椭球(三维)的 Euler 流动的计算结果.

在一般曲线坐标系(ξ)下的无量纲 Euler 方程可写成

$$\phi_t + \xi_{x_k} F^k_\xi(\phi) = 0 \tag{7}$$

其中

$$\phi = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u_j \\ \rho e \end{Bmatrix} \quad j = 1,2,3$$

$$F^k = \begin{Bmatrix} \rho u_k \\ \rho u_j u_k + p\delta_{jk} \\ \rho e + p u_k \end{Bmatrix} \quad j = 1,2,3 \quad k = 1,2,3 \tag{8}$$

其中,ρ, u_j, p 与 e 分别为流体的密度、流动速度分量、压力与总比能.

上式存在弱解,为了防止因坐标变换在均匀流场引入的误差,在此并未采用通常所用的"守恒"形式,而是直接对上述方程组构造差分格式. 在此采用了二阶熵条件格式进行数值求解(详见文献[9, 10]).

3　计算结果

以下以绕圆柱和双椭球的超声速流动为算例,选用压力梯度作为网格自适应的流动参数对所建立的方法进行验证性计算,计算网格都为结构网格.

算例 1　绕圆柱的超声速流动.

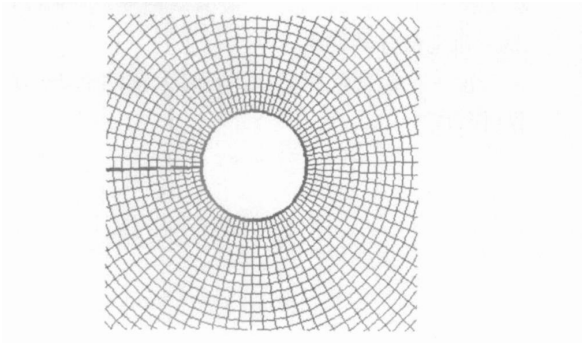
本算例的来流马赫数 $Ma_\infty = 2.5$;采用单块网格,其原始网格见图 2a,周向有 79 个网格点,径向有 25 个网格点. 根据原始网格计算所得的流场压力按上述方法对原始网格进行自适应得到的网格如图 2b 所示. 显然,在圆柱前不远相当于脱体激波处出现密布的自适应网格. 图 3a 和 3b 给出了分别以图 2a 和 2b 的网格所算出的流场等压线. 可以看到,经自适应网格处理后,数值模拟的分辨率有了明显的提高.

算例 2　绕双椭球的超声速流动.

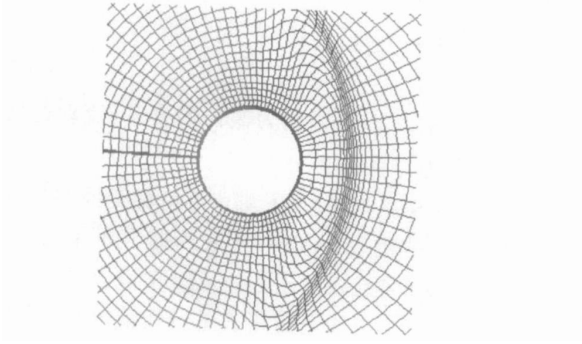
本算例来流马赫数 $Ma_\infty = 8.0$,采用 2 块分区对接体网格,其初始网格如图 4a 所示. 根据原始网格计算所得的流场压力进行自适应,可生成如图 4b 所示的自适应网格. 分别采用图 4a 和 4b

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的网格所计算出的流场收敛解如图 5a 和 5b 所示.经采用自适应后的网格的计算结果显示,其头部弓形激波比采用原始网格计算得到的薄,能更正确地反映流场的特征.

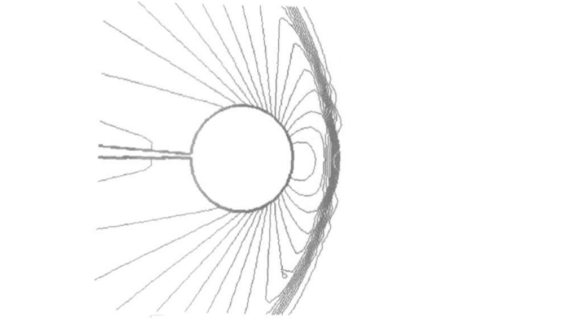


a 原始网格

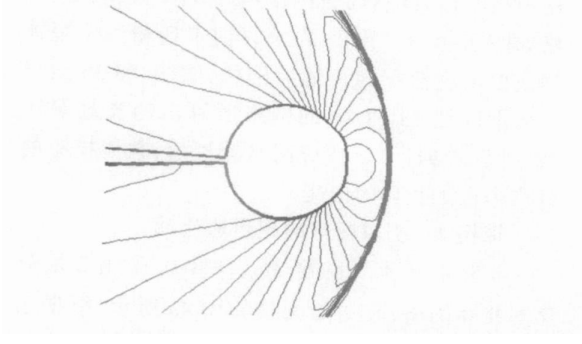


b 自适应网格

图 2 原始网格和自适应网格

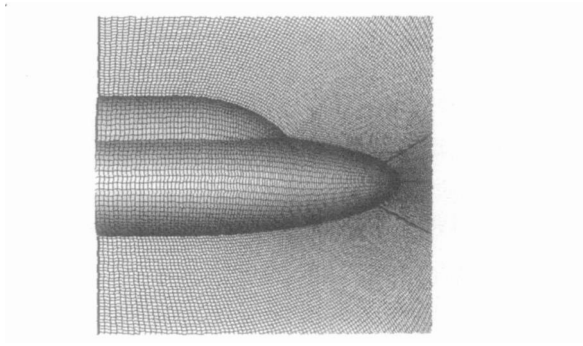


a 原始网格计算所得的流场

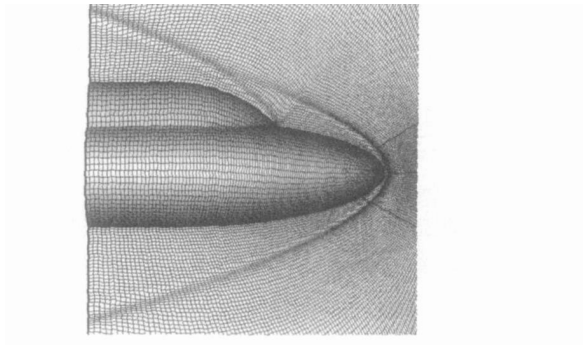


b 自适应网格计算所得的流场

图 3 分别利用原始网格和自适应网格计算所得的流场

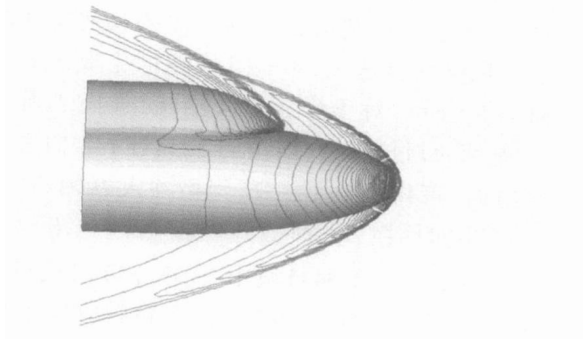


a 原始网格

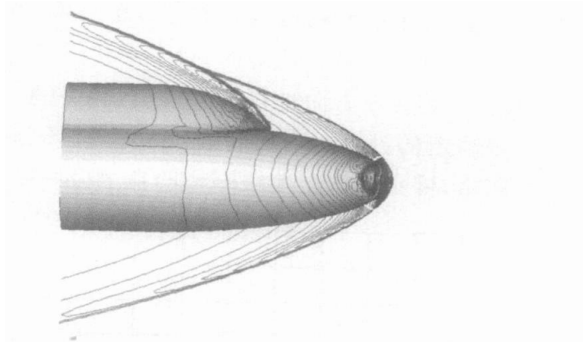


b 自适应网格

图 4 原始网格和自适应网格



a 原始网格计算所得的流场



b 自适应网格计算所得的流场

图 5 分别利用原始网格和自适应网格计算所得的流场

4 结束语

本文建立了 3 点逐步自适应网格算法,并应

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

用文献[9,10]提出的二阶熵条件显式格式对绕圆柱与双椭球超声速无粘流动进行了模拟.算例的数值试验表明,虽然采用自适应网格时单位时间步长的平均计算时间一般均大于原始网格的计算时间,但其整体计算量并不大,且其计算效率随流场特性的复杂程度的增加而相对提高,因此特别适合于开展大型分区计算.更重要的是其分辨率可得到大幅度提高,如图 3 与图 5 所示,文献[11]也得到了类似的结果.

同时可以看到,本文所提出的算法较简单.与已有的自适应算法相比较,本算法的网格点是逐步缓慢地自适应的,可以防止网格线出现过度扭曲的情况.但由算法的表达形式也可看出,该方法仍无法绝对保证网格点的雅各比矩阵大于零.此缺陷将有待于在进一步的研究中加以完善.

参考文献 (References)

[1] Dwyer H A, Kee R J, Sanders B R. An adaptive grid method for problems in fluid mechanics and heat transfer [R]. AIAA Paper, 1979. 79～1464

[2] Gnoffo P A. A finite-volume, adaptive grid algorithm applied to planetary entry flowfields [J]. AIAA J, 1983, 21(9): 1249～1254

[3] Nakahashi K, Deiwert G S. Three-dimensional adaptive grid method [J]. AIAA J, 1986, 24(6): 948～954

[4] 李椿萱, 杨弘炜. 模拟高度复杂流动的自适应网格算法 [J]. 航空学报, 1996, 17(1): 9～17
Lee Chunhian, Yang Hongwei. An adaptive-grid algorithm for computing high speed complex flows [J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 1996, 17(1): 9～17(in Chinese)

[5] Lee D, Tsuei Y M. A modified adaptive grid method for recirculating flows [J]. Int J Numer Methods Fluids, 1992, 14: 775～791

[6] Lee D,Tsuei Y M. A hybrid adaptive gridding procedure for recirculating fluid flow problem [J]. J Comp Phys, 1993, 108: 122～141

[7] 吴颂平, 李椿萱. 模拟无粘超音速射流/绕流干扰的高分辨率自适应网格数值方法[J]. 计算物理, 1991, 8(3): 235～242
Wu Songping, Lee Chunhian, An adaptive grid embedding technique with high resolution for numerical simulation of inviscid supersonic jet/external—flow interactions [J]. Chinese Journal of Computional Physics, 1991, 8(3): 235～242(in Chinese)

[8] Anderson D A, Steinbrenner J. Generating adaptive grids with a conventional grid scheme [R]. AIAA Paper, 1986, 86～0427

[9] 董海涛, 张立东, 李椿萱. 基于熵条件二阶差分格式的嵌套网格分区算法 [J]. 计算物理, 2000, 20(2): 102～106
Dong Haitao, Zhang Lidong, Lee Chunhian . Domain decomposition method utilizing chimera grids in conjunction with a second order difference scheme based on an entropy condition [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2000, 20(2): 102～106(in Chinese)

[10] Dong H T, Zhang L D, Li C X. High order discontinuity decomposition entropy condition schemes for Euler equations [J]. Comp Fluid Dynamics J, 2002, 10(4): 448～457

[11] 郭丽霞,沈桐立,丁治英. 自适应网格与均匀网格在数值模拟中的对比研究[J]. 南京气象学院学报, 2004, 27(1):36～40
Guo Lixia, Shen Tongli, Ding Zhiying. Comparative study of adaptive and uniform mesh models in numerical simulation [J]. Journal of Nanjing Institute of Meteorology, 2004, 27(1):36～40(in Chinese)

(上接第 3 页)

3　结 束 语

分压技术在抗荷服上研究应用尚属首次,该技术进入了工程化,并实现了小型化,满足实际使用要求,为已走入困境的管式抗荷服的研制与发展展现了新的前景.

应用抗荷服分压技术的产品已批量交付部队使用.进一步提高抗荷服分压系统可靠性的研究工作正在进行中.

参考文献 (References)

[1] Robert M S, Thomas R M. A review of ATAGS research and development in the armstrong laboratory [A]. In: Proceedings of the 34th Safe Annual Symposium [C]. Reno, Nevada: SAFE Association, 1996. 357～362

[2] 詹长录,耿喜臣,初　旭.论发展高效囊式抗荷系统[J].中华航空医学杂志,1995,6(1):5～9
Zhan Changlu, Geng Xichen, Chu Xu. On development of efficient bladder anti-G system [J]. Chinese Journal of Aviation Medicine, 1995,6(1): 5～9(in Chinese)

[3] Rebien L, Hendler E. Factors affecting human tolerance to sustained acceleration [J]. Aviat Space Environ Med, 1985, 56(1): 19～26

[4] AMP Working Group No. 14. High G physiological protection training[R]. AD-A235 181/ AGARD-AD-322, 1990. 22～74

[5] Burton R R. Development of test and evaluation of an advanced anti-G valve for the F-15[J]. Aviat Space Environ Med, 1980, 51(5): 504

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net