气动力计算的积分技术讨论

刘 杰 朱自强 陈泽民 吴宗成

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘 要: 讨论了"尾迹面积分法"的气动力计算方法及其改进技术. 基于欧拉方程求解流场,通过对飞行器以外的一个控制体采用动量定理而得,是传统远场积分法的改进. 在飞行器所在流场的下游一垂直于来流速度的截面上进行积分计算,得到升力、诱导阻力、激波阻力和总阻力. 这种方法的优点是有利于外形复杂物体的气动力积分计算,并可将总阻力按产生的物理机理进行分解,以使设计师对飞行器的气动特点有更为明确的了解. 详细讨论了影响这种方法计算精度和效率的多种因素及解决途径. 各种数值模拟结果证明了该方法和改进技术的正确性和实用性.

关 键 词: 气动力计算; 尾迹面积分; 表面积分; 阻力分解

中图分类号: V 211.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)02-0139-05

Discussion of integral technique for aerodynamics calculation

Liu Jie Zhu Ziqiang Chen Zemin Wu Zongcheng

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A method called wake integration for the aerodynamics evaluation was discussed. Based on Euler equations to get the fluid field solution, this method applies the momentum theorem to a control volume that encloses an aircraft and it is improved from the traditional far field integration method. By doing integral computation on the wake surface that is down from the aircraft and vertical to the velocity of far field, it can get the lift, induced drag, wave drag and the total drag. This method is advantaged to the aerodynamics calculation for the aircraft having the complicated configuration and it can decompose the total drag by physical causes. Consequently the designer can be aware of more details about the aerodynamics of the configuration in the design. Some methods to improve the accuracy and efficiency of wake integration were discussed. The results of the computation demonstrate that the method and improved technique are correct and useful in the aircraft design.

Key words: aerodynamics calculation; wake integration; surface integration; drag decomposition

表面积分法是计算飞行器气动力的普遍方法,若通过求解欧拉方程得到流场解,在飞行器表面对压强积分得到气动力值,对于升力和力矩的计算,实践已证明可获得较好的效果,但对阻力计算的准确度不高. 由于需要用积分小平面代替物体真实的曲面,并且在积分中存在相反方向力矢量的大量相减,使得这种积分技术引入了较大的误差,因而需要数量很大的高质量网格来精确地拟合飞行器实际外表面. 但这将引起计算量和计算时间的增长,特别对于曲率变化剧烈的复杂外形,如全机等. 另外,表面积分法无法按阻力产生的物理机理将其分解. 而这一点对飞行器设计者很重要,它能更好地帮助设计者了解飞行器的气动特点.

另一种计算气动力的方法是基于经典动量定理的远场积分法. 但由于远场网格稀疏及流场求

收稿日期: 2005-01-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472013); 航空科学基金资助项目(04A51044)

作者简介: 刘 杰(1981-),男,湖北广水人,硕士生, jienew@hotmail.com.

解的耗散,传统的远场法并不能满足要求. 本文讨论了尾迹面积分法,它是远场法的改进,可以避免表面积分法和传统远场法的不足并且能将阻力按产生的物理机理分解. 在飞行器下游一垂直于来流速度的横截面上(本文称之为尾迹面),对涡量积分得到升力和诱导阻力,对熵增积分得到激波阻力.

需要指出的是,尾迹面积分法的精度和效率受很多因素影响[1,2],比如主控方程的类型、流动的类型(亚音速还是超音速)、边界条件、流场网格类型和密度、尾迹面位置和大小、尾迹面网格类型和密度等等. 如果综合考虑这些因素,问题将变得很复杂,本文介绍解决这些困难的一些方法.

1 尾迹面积分法

分析一个处在无边界流场,来流速度 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{i}U_\infty$ 中的飞行器. 对在远场一个包围它的控制体使用动量定理,可以得到升力和阻力的计算表达式

$$L=-\int_{S_1}(\rho uw)\,\mathrm{d}S \tag{1}$$

$$D=-\int_{S_1}[(p+\rho u^2)-(p+\rho u^2)_\infty]\,\mathrm{d}S \tag{2}$$

其中,ρ 为密度;$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{i}u+\boldsymbol{j}v+\boldsymbol{k}w$ 为来流速度;p 是静压;S_1 是出口截面(尾迹面),且须与来流速度方向垂直. 若对上述表达式进行变换推导,最终得到升力、总阻力及其组成项的计算表达式[3~5].

$$L=\rho_\infty U_\infty\int_{S_1}(y\xi)\,\mathrm{d}S \tag{3}$$

$$D_i=\rho_\infty/2\int_{S_1}(\psi\xi)\,\mathrm{d}S \tag{4}$$

$$D_w=p_\infty/R\int_{S_1}\Delta s\,\mathrm{d}S \tag{5}$$

$$D=D_w+D_i \tag{6}$$

式(3)中 y 为展向坐标.

于是气动力计算的关键任务为计算尾迹面上的旋度(ξ)、流函数(ψ)和熵增(Δs). 由于无粘流动除了激波熵是守恒的,环量也守恒,所以方程(3)、(4)、(5)可以在靠近飞行器的下游尾迹面上积分,而不必在远场.

一般计算旋度式(7)的方法会因为差分求偏导而引入误差. 为避免这个问题,用对环量的积分计算来代替对旋度的差分计算.

$$\xi=\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z} \tag{7}$$

$$\int_D\xi\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\oint_{\partial D}v\,\mathrm{d}y+w\,\mathrm{d}z=\Gamma_D \tag{8}$$

利用尾迹面上网格点处的横向(与来流方向垂直)速度分量 v 和 w,可以积分得到各个网格的环量 Γ_β 和旋度 ξ_β,这里 β 为网格块标志,j、k 代表网格节点. 可近似用式(9)、(10)计算网格环量和旋度.

$$\Gamma_{j+\frac12,k+\frac12}=\frac12(v_{j,k}+v_{j+1,k})\,\Delta y+\frac12(w_{j+1,k}+w_{j+1,k+1})\,\Delta z-\frac12(v_{j+1,k+1}+v_{j,k+1})\,\Delta y-\frac12(w_{j,k+1}+w_{j,k})\,\Delta z \tag{9}$$

$$\xi_{j+\frac12,k+\frac12}=\frac{\Gamma_{j+\frac12,k+\frac12}}{\Delta y\Delta z} \tag{10}$$

考虑到边界条件 $y^2+z^2\to\infty$ 时,$\Delta\psi\to0$,流函数可以由下面公式得到.

$$\nabla^2\psi=-\xi \tag{11}$$

$$\psi(y,z)=-\frac{1}{4\pi}\int\xi(y_0,z_0)\cdot\ln[(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]\,\mathrm{d}y_0\mathrm{d}z_0 \tag{12}$$

需要注意的是,如果流场关于 $y=0$ 对称,计算只在一半流场区域进行,尾迹面上给定网格点(j,k)处的流函数应由下式计算,其中 y_β、z_β 为网格块中心的坐标.

$$\psi_{j,k}=-\frac{1}{4\pi}\sum_\beta\Gamma_\beta\ln[(y_{j,k}-y_\beta)^2+(z_{j,k}-z_\beta)^2]+\frac{1}{4\pi}\sum_\beta\Gamma_\beta\ln[(y_{j,k}+y_\beta)^2+(z_{j,k}-z_\beta)^2] \tag{13}$$

式(14)为计算网格点熵增的表达式. 每一网格块的熵增为其各点熵增的平均,然后对熵增进行积分得到波阻.

$$\Delta s=\frac{R}{\gamma-1}\ln\left[\frac{p/p_\infty}{(\rho/\rho_\infty)^\gamma}\right] \tag{14}$$

2 影响因素

正如上文所提到的,尾迹面积分的结果受很多因素影响. 这里假定来流条件和流场网格已定,详细讨论影响尾迹面积分的因素.

由于是在每个网格块上对旋度和熵增进行积分得到最后的气动力,因此必须首先确定尾迹面网格数目. 网格越多,计算结果越精确. 但是由于计算量与网格数目成指数关系,网格越多耗费的时间越多. 特别在数值优化计算中,人们希望能用尽可能短的时间得到气动力计算的结果,所以应该合理选择尾迹面网格数量.

尾迹面网格的类型同样对计算精度有影响. 计算中既可采用结构网格也可采用非结构网格. 结构网格易于分析和计算,本文采用结构网格. 分析机翼的绕流可知翼梢和剪切面处涡量较大,所

以用非均匀的笛卡尔坐标网格(见图 1),在翼梢和剪切面局部加密,能更好地减小插值带来的误差.

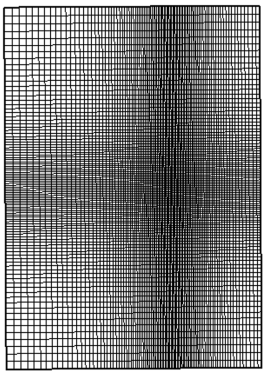


图 1　尾迹面非均匀笛卡尔坐标网格

影响积分的第三个因素是尾迹面的大小. 当尾迹面过大时,由于尾迹面网格和流场网格都是非均匀分布,在尾迹面外围和流场远场网格较粗,插值所引起的小误差在这个较大区域积分都可能带来不可忽视的误差. 可以看出升力系数更容易受影响,因为它有一个距离因子的放大作用. 另外当尾迹面网格数量一定时,尾迹面面积越大,网格越粗,这样也会带来数值计算的误差. 当然如果将尾迹面限制的过小,会因为没有将全部的涡量和熵增带入积分而使计算错误. 因此必须确定合适大小的尾迹面,过大或过小都不利于积分计算. 不过这一点可能因为飞行器外形和流动类型改变而不易确定.

最后一个因素是尾迹面与飞行器的距离. 在第 1 节已经指出由于环量和熵守恒尾迹面可以选在飞行器下游任何位置. 但在数值计算中,由于远场网格较疏并在欧拉方程中引入了人工粘性,所以尾迹面位置的选定并不是随意的. 文献[6]的计算与理论分析表明,尾迹面位置最好定在机翼下游一倍弦长以内,下面的分析也表明了这点.

3　改进方法

必须引入一些参数以判定哪些网格块含有积分所需的旋度和熵增,以减小上述因素的影响,保证计算的准确性.

3.1　旋度积分计算的改进方法

引入第一组门槛值参数($C_{\xi 1}$,$C_{\xi 2}$)来改进有关旋度的积分计算. 公式(15)定义了以自由来流为参考量的旋度 ξ_∞,积分仅在那些大于该旋度一定比例(即大于 ξ_{cell})的网格块上进行. 其中,S_{ref} 为飞行器气动参考面积,λ 为机翼展弦比.

$$\xi_\infty = 2U_\infty / \sqrt{S_{\text{ref}} \cdot \lambda} \tag{15}$$

$$\xi_{\text{cell}} \geqslant C_{\xi 1} \cdot \xi_\infty \tag{16}$$

由于它只和来流有关,因此对不同尾迹面上的所有网格块,这个门槛值是统一的.

第二个门槛值与对应尾迹面上旋度最大值($\xi_{\max}$)有关. 之所以引入这个门槛值参数 $C_{\xi 2}$,是因为第一个门槛值可能将处在下游较远位置尾迹面上的一些旋度较小但又应该包含在积分中的网格块淘汰了.

$$\xi_{\text{cell}} \geqslant C_{\xi 2} \cdot \xi_{\max} \tag{17}$$

用欧拉方程对椭圆机翼的绕流计算来决定这一组参数的大小. 该机翼展向弦长为椭圆分布,以翼根弦长作为参考长度 $C_r = 1.0$,半展长 $b/2 = 2.356$,展弦比 $\lambda = 6.0$,采用 NACA 0012 翼型. 在来流迎角 $\alpha = 4°$,$Ma_\infty = 0.2$ 的条件下,表面积分得到的升力系数为 0.322 7,对应的理论阻力系数为 0.005 5. 图 2、图 3 说明了第一个门槛值参数 $C_{\xi 1}$ 在尾迹面积分中对升力和诱导阻力系数计算的影响. x/C_r 表示尾迹面在机翼下游的位置. 由图 2 可知,当 $x/C_r \leqslant 1.0$ 时计算结果的分散度较小,随着 x/C_r 的增大分散度增大.

图 2、图 3 说明当第一个门槛值参数在 0 到 0.1 之间时,升力系数和诱导阻力系数积分计算结果基本稳定. 不过最好将它的范围在缩小到 0.001至 0.1 之间. 因为门槛值过低,会引入更多不必要的网格块进入积分计算,反而增大误差,并且急剧的增加积分计算时间. 数值计算的结果表明在尾迹面网格节点数为 16 000 时,用尾迹面法进行气动力系数计算,$C_{\xi 1} = 0$ 所耗用的积分时间比 $C_{\xi 1} = 0.01$ 长 7 倍,原因是大量本来可以忽略不计的网格块参加了公式(13)的积分. 当网格数更大时,这种差异将更加明显.

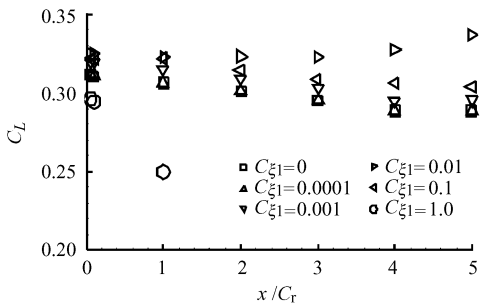


图 2　门槛值参数 $C_{\xi 1}$ 对升力系数的影响

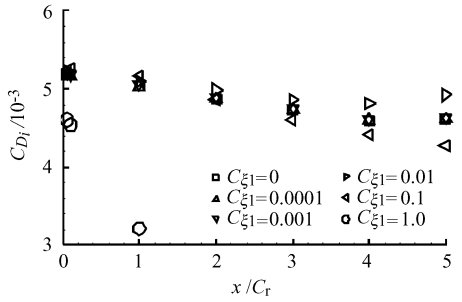


图3 门槛值参数 $C_{\xi1}$ 对诱导阻力系数的影响

图4、图5说明了第二个门槛值参数 $C_{\xi2}$ 对升力系数和阻力系数计算的影响. 当 $C_{\xi2}$ 在0到0.01之间时,计算结果基本稳定. 基于同样的原因,它的选值区间最好在0.001至0.01.

为了提高计算的精确性和效率,联合使用这两个门槛值参数. 一个与自由来流有关,另一个与尾迹面当地的流动有关. 任何一个网格块单元,只要其上的旋度大于这两个门槛值中的任何一个,就应该包含在积分计算中.

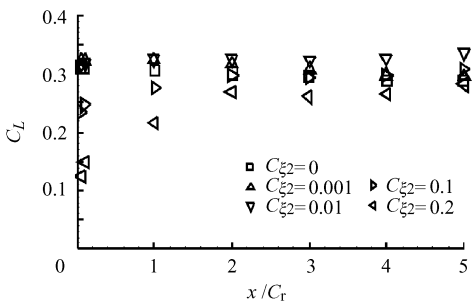


图4 门槛值参数 $C_{\xi2}$ 对升力系数的影响

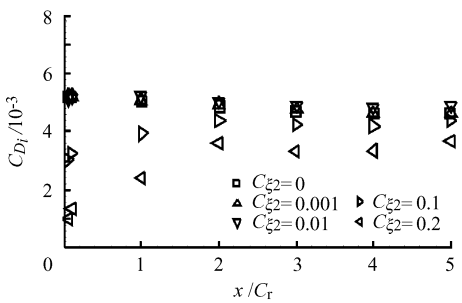


图5 门槛值参数 $C_{\xi2}$ 对诱导阻力系数的影响

3.2 熵增积分计算的改进方法

第二组门槛值参数(C_{s1},C_{s2})用来改进有关熵增的积分计算. 第一个门槛值定义为

$$s_\infty = \frac{\gamma}{2} R Ma_\infty^2 \tag{18}$$

$$s_{\text{cell}} \geqslant C_{s1} \cdot s_\infty \tag{19}$$

其中,γ 为绝热指数;R 为气体常数;Ma_∞ 为来流马赫数.

定义与尾迹面最大熵增有关的第二个门槛值

$$s_{\text{cell}} \geqslant C_{s2} \cdot s_{\max} \tag{20}$$

为了判定这组参数值的大小,以ORENA M6机翼在迎角 $\alpha=0°$,来流马赫数 $Ma_\infty=0.93$ 时的情况作分析. 图6、图7显示了这两个参数值对波阻积分计算的影响. 可看出 C_{s1} 应该在0.003附近,而 C_{s2} 不应大于0.1,最好取0.01. 同样,联合使用这两个门槛值参数,只要网格块的熵增大于其中任何一个门槛值,就应该包含在积分中.

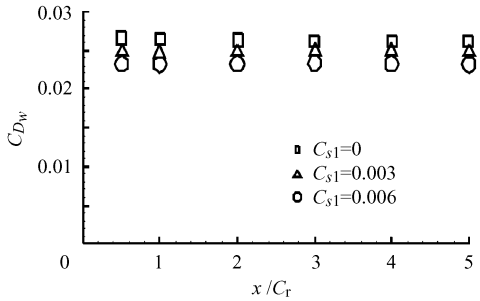


图6 门槛值参数 C_{s1} 对波阻系数的影响

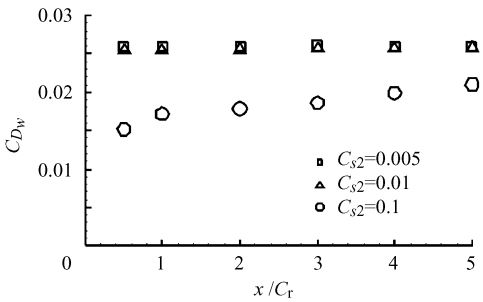


图7 门槛值参数 C_{s2} 对波阻系数的影响

4 算例应用

为了评估上文所讨论的方法,下面用三个例子加以计算和分析. 第一是椭圆机翼绕流计算,第二是ORENA M6绕流计算,第三是展弦比为6,无扭转矩形直机翼的绕流计算.

表1~3说明了计算结果. 四个门槛值参数的取值分别为 $C_{\xi1}=0.01$,$C_{\xi2}=0.01$,$C_{s1}=0.003$ 和 $C_{s2}=0.01$. 尾迹面积分的结果和表面积分的结果大致相同. 采用改进后的方法,尾迹面积分受尾迹面位置等因素的影响更小,显著降低了计算耗用时间. 由表1可知,当 $x/C_r=1.0$ 时尾迹面积分的 C_L 与 C_D 值与表面积分结果差别分别是1%和2%,同时 $C_L=0.246\,4$ 的 C_{D_i} 理论值为0.003 2,尾迹面积分的结果也为0.003 2;$x/C_r=2.0$ 时 C_L 的理论 C_{D_i} 仍为0.003 2,而尾迹面积分的结果为0.003 1,这表明 $x/C_r=1.0$ 是最合适的. 对比表2、3可看出直机翼超临界气动性能明显不如ORENA M6. M6机翼的波阻和诱导阻力之比大致为2,但直机翼的却大于5. 所以飞行器设计师要

改善直机翼的超临界气动特性,必须降低它的波阻.

表 1　椭圆机翼的气动力计算结果 $Ma=0.8$ $\alpha=2°$

积分类型	C_L	C_D	C_{D_i}	C_{D_w}
表面积分	0.243 6	0.018 1		
$x/C_r=0.05$	0.247 8	0.018 7	0.003 2	0.015 5
$x/C_r=0.1$	0.247 8	0.018 7	0.003 2	0.015 5
$x/C_r=1.0$	0.246 4	0.018 4	0.003 2	0.015 2
$x/C_r=2.0$	0.245 7	0.018 3	0.003 1	0.015 2
$x/C_r=3.0$	0.245 1	0.018 3	0.003 1	0.015 2
$x/C_r=4.0$	0.244 5	0.018 3	0.003 0	0.015 3
$x/C_r=5.0$	0.247 3	0.018 3	0.003 0	0.015 3

表 2　M6 机翼的气动力计算结果 $Ma=0.839\ 5$ $\alpha=3.06°$

积分类型	C_L	C_D	C_{D_i}	C_{D_w}
表面积分	0.287 0	0.017 0		
$x/C_r=0.5$	0.300 9	0.013 9	0.004 3	0.009 6
$x/C_r=1.0$	0.300 9	0.014 1	0.004 3	0.009 8
$x/C_r=2.0$	0.301 1	0.014 2	0.004 2	0.010 0
$x/C_r=3.0$	0.301 0	0.014 3	0.004 2	0.010 1
$x/C_r=4.0$	0.300 6	0.014 3	0.004 1	0.010 2
$x/C_r=5.0$	0.247 3	0.014 2	0.004 0	0.010 2

表 3　矩形直机翼的气动力计算结果
$Ma=0.839\ 5$ $\alpha=3.06°$

积分类型	C_L	C_D	C_{D_i}	C_{D_w}
表面积分	0.349 4	0.043 0		
$x/C_r=0.05$	0.356 1	0.039 9	0.006 6	0.0333
$x/C_r=0.1$	0.355 4	0.039 5	0.006 5	0.033 0
$x/C_r=1.0$	0.353 2	0.039 0	0.006 3	0.032 7
$x/C_r=2.0$	0.352 4	0.039 1	0.006 2	0.032 9
$x/C_r=3.0$	0.351 8	0.039 0	0.006 1	0.032 9
$x/C_r=4.0$	0.349 2	0.039 1	0.006 0	0.033 1
$x/C_r=5.0$	0.345 4	0.039 1	0.005 9	0.033 1

5　结 束 语

本文讨论了尾迹面积分方法及其改进技术,并用不同算例进行了验证分析. 积分中设定了两种门槛值,一种与来流有关,一种与尾迹面所处位置的流动有关. 通过这些门槛值,可以判定哪些网格块必须包含在积分计算中. 由于这种方法淘汰了那些不应该包含在积分中的网格块,减小了误差的引入和计算量,明显地提高了计算精度和效率.

参考文献 (**References**)

[1] Cummings R M, Giles M B, Shrinivas G N. Analysis of the elements of drag in three-dimensional viscous and inviscid flows [R]. AIAA-96-2482, 1996

[2] Hunt D L, Cummings R M, Giles M B. Determination of drag from three-dimensional viscous and inviscid flowfield computation [R]. AIAA-97-2257,1997

[3] van Dam C P, Nikfetrat K. Accurate prediction of drag using euler methods[J]. Journal of Aircraft, 1992,29(3):516 ~ 519

[4] Chao D D, van Dam C P. Airfoil prediction and decomposition [R]. AIAA-98-2783, 1998

[5] van Dam C P, Nikfetrat K. Drag prediction at subsonic and transonic speeds using Euler methods[J]. Journal of Aircraft, 1995, 32(4):839 ~ 845

[6] 刘　杰,朱自强,陈泽民,等. 基于 Euler 方程的尾迹面法气动力计算[J]. 航空学报,2005,26(4):417 ~ 421
Liu Jie, Zhu Ziqiang, Chen Zemin, *et al*. Wake integration method for aerodynamics evaluation using Euler equations[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(4): 417 ~ 421(in Chinese)