# 基于逆动力学的机动轨迹跟踪器设计算法

王 恒 张曙光

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

**摘 要**: 针对机动轨迹动力学非线性非仿射特性,建立了基于质心逆动力学的开环指令和基于非线性动态逆原理进行反馈补偿的混合逆控制方法,设计了机动轨迹跟踪控制器;并以常规机动如"S"形转弯、过失速机动如 Herbst 转弯等多种战术动作为例进行仿真,结果表明机动轨迹跟踪器设计算法能够胜任常规和过失速机动跟踪的需要,实时性强,延迟合理,跟踪精度高.

**关 键 词**: 轨迹; 跟踪器; 飞行动力学; 逆问题

**中图分类号**: V 212.12

**文献标识码**: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2006)02-0144-04

# Inverse flight dynamics based algorithm for design of maneuvering trajectory tracker

Wang Heng Zhang Shuguang

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract**: The control architecture was constructed for maneuvering trajectory trackers, in which the inverse flight dynamics of aircraft was solved to determine the open loop command of control. Assumed that the open loop command could bring the aircraft to the neighborhood of the desired trajectory, a feedback compensation block was designed based on the nonlinear dynamic inversion theory, which is usable for both affine nonlinear systems and linear systems. Typical maneuvers were simulated to demonstrate the architecture and the accompanying algorithm, such as the conventional angle-of-attack S-turn and the post-stall Herbst maneuver. The results show that the designed maneuvering trajectory tracker is competent for both the conventional maneuvers and the post stall maneuvers, and the precision of tracking is satisfactory.

**Key words**: trajectory; tracker; flight dynamics; inverse problems

未来战争对飞机的作战生存性和执行任务的有效性的要求愈来愈高,增强飞机的这些性能不仅需要控制好飞机的飞行姿态,而且要求有恰当的机动飞行轨迹. 对飞行轨迹的控制,优化的指令必须有效的施行才有意义,良好的机动指令跟踪器就是实现飞行轨迹指令的重要保证[1].

机动轨迹跟踪对其他类型飞行器的设计和应用也有重要作用. 例如跨大气层飞行天地往返系统的轨迹控制,由于其飞行状态参数跨度大,本质上属于非线性控制问题. 另外,例如无人作战飞行器执行作战任务时,由于飞行过程非线性特征明显,轨迹跟踪控制律设计也是一项急需发展的关键技术.

非线性控制技术近年来得到了长足的发展. 例如数值优化法,微分几何法,非线性动态逆等方法都得到了广泛的关注和研究[2]. 以动态逆方法为例,其在工程中应用前景较广,并发展出基于动态逆的神经网络控制方法和结合动态逆的 $H_\infty$ 和 $\mu$ 分析等方法,其中后者由于能较好地消除非定常气动力效应等因素带来的系统不确定性,引起了广泛的关注[3].

但是,对于飞控系统的极慢回路,其微分方程

**收稿日期**: 2005-01-07

**作者简介**: 王 恒(1979-),男,辽宁丹东人,硕士生, yanwhyan@yahoo.com.cn.

不能表示成非仿射形式,非线性动态逆方法不能直接应用. 对非仿射非线性系统的动态逆求解问题,文献[4]提出了最小二乘优化线性化的方法;邱晓红等应用这种线性化方法进行了四回路的非线性飞控系统设计,并进行了“S”形常规迎角机动仿真[1].

本文针对轨迹控制回路的非仿射特性,研究了基于动态逆和质心逆动力学的混合逆控制方法,设计了适用于非仿射非线性系统的控制律,建立了对常规机动和非常规机动均适用的机动轨迹跟踪设计算法.

## 1　动态逆控制原理

对于多输入多输出的仿射非线性系统,如果系统的状态变量为 $\boldsymbol{x}$,不妨设输出变量 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}$,则系统方程为

$$\dot{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} \tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{u}$ 为系统控制量. 若 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ 存在右逆,则得到逆系统的控制输入为[2,5]

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{g}^{-1}(\boldsymbol{x})[-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{v}] \tag{2}$$

式中的 $\boldsymbol{v}$ 代表了期望的系统闭环动态特性. 在逆系统的控制输入作用下,闭环系统的输出为

$$\dot{\boldsymbol{y}}=\boldsymbol{v} \tag{3}$$

若系统闭环特性采用 PID 格式时,则控制方程为

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{g}^{-1}(\boldsymbol{x})\left[-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\lambda}_0\dot{\boldsymbol{y}}_c+\boldsymbol{\lambda}_1\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{\lambda}_2\int\boldsymbol{e}_y\mathrm{d}t\right] \tag{4}$$

式中输出误差 $\boldsymbol{e}_y=\boldsymbol{y}_c-\boldsymbol{y}$,其中,$\boldsymbol{y}_c$ 为期望的输出. 选取不同的系数矩阵 $\boldsymbol{\lambda}_0$、$\boldsymbol{\lambda}_1$、$\boldsymbol{\lambda}_2$ 可以得到不同的内环输出误差衰减动力学关系,如取

$$\boldsymbol{\lambda}_0=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\lambda_1\neq 0,\lambda_2\neq 0$$

则得到标准 PID 控制格式,此时误差动力学满足

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_y+\boldsymbol{\lambda}_1\dot{\boldsymbol{e}}_y+\boldsymbol{\lambda}_2\boldsymbol{e}_y=\boldsymbol{0} \tag{5}$$

可见,在系统控制量不小于输出数的条件下,通过全状态非线性状态反馈的方法可以将原仿射非线性系统等效转换成输入输出解耦的伪线性系统,对于得到的伪线性系统,可以采用常规的系统设计方法进一步设计.

## 2　轨迹跟踪器设计

### 2.1　出发方程

轨迹回路的控制以质心动力学关系为基础,其中以无侧滑飞行作为基本方式,则速度回路方程组为

$$\left.\begin{aligned}\dot{V}&=\frac{1}{m}(T\cos\alpha-D-mg\sin\gamma)\\ \dot{\gamma}&=\frac{1}{mV}(T\sin\alpha\cos\mu+L\cos\mu-mg\cos\gamma)\\ \dot{\chi}&=\frac{1}{mV\cos\gamma}(T\sin\alpha\sin\mu+L\cos\mu)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

其中,$V$ 为飞行速度;$\gamma$ 为航迹倾角;$\chi$ 为方位角;$m$ 为飞机质量;$g$ 为重力加速度;$\alpha$ 为迎角;$\mu$ 为速矢滚转角;$T$ 为推力;$L$ 为飞机所受升力;$D$ 为阻力.

空间位置回路方程组为

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=V\cos\gamma\cos\chi\\ \dot{y}&=V\cos\gamma\sin\chi\\ \dot{h}&=-V\sin\gamma\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中,$x$,$y$ 为飞机相对于基准站的前向、侧向位置;$h$ 为飞行高度.

出发方程组均为非仿射形式,不能直接应用动态逆原理.

### 2.2　轨迹控制律设计

机动轨迹的指令模式可以根据需求定义,例如由飞控系统指令发生器以 $(V_c,c_c,g_c)^{\mathrm{T}}$ 指令或者以 $(x_c,y_c,h_c)^{\mathrm{T}}$ 指令形式给出,或者由火控系统以过载指令形式给出. 下标“c”表示指令值.

控制律结构如图 1 所示.

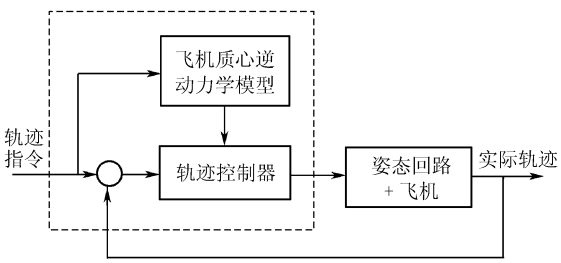



图 1　轨迹跟踪器示意图

机动轨迹跟踪器包括两个模块,其一根据当前的轨迹指令,直接由飞机质心逆动力学关系生成姿态回路的跟踪指令[6](非反馈的开环指令);另一部分根据实际轨迹的跟踪误差,由动态逆原理生成姿态回路的补偿跟踪指令(闭环补偿指令),这两部分生成的总指令是实际传输到姿态回路需要跟踪的指令.

非反馈的开环指令直接基于质心逆动力学关系,当轨迹指令模式为 $(V_c,\chi_c,\gamma_c)^{\mathrm{T}}$ 时,则

$$\left.\begin{aligned}&\mu_{\mathrm{d}}=\arctan\left[V_{\sigma}\dot{\chi}_{\mathrm{c}}\cos\gamma_{\mathrm{c}}\Big/\left(V_{\sigma}\dot{\chi}_{\mathrm{c}}+g\cos\gamma_{\mathrm{c}}\right)\right]\\&C_{Td}\sin\alpha_{\mathrm{d}}+C_L=\\&m\sqrt{\left(V_{\sigma}\dot{\chi}_{\mathrm{c}}\cos\gamma_{\mathrm{c}}\right)^2+\left(V_{\sigma}\dot{\chi}_{\mathrm{c}}+g\cos\gamma_{\mathrm{c}}\right)^2}\Big/Q\\&C_{Td}\cos\alpha_{\mathrm{d}}-C_D=m\left(\dot{V}_{\mathrm{c}}+g\sin\gamma_{\mathrm{c}}\right)\Big/Q\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

其中,$C_T$、$C_L$、$C_D$ 分别为推力系数、升力系数和阻力系数;$Q$ 为当前动压. 下标"d"表示开环指令. 由以上方程组可求解内环姿态回路需用的开环指令$(\alpha_{\mathrm{d}},\mu_{\mathrm{d}},C_{Td})^{\mathrm{T}}$.

补偿指令是基于动态逆原理的,所以先要将非仿射轨迹模型实时转化为仿射模型,才可以应用动态逆控制技术进行补偿设计.

本文采用开环指令邻区域线化方法,即由质心逆动力学解算出作为基准的开环指令,在其邻区域进行线化.

对于非仿射非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})\tag{9}$$

设对应于开环指令 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}$ 的状态为 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$,则在其邻区域进行线化可得

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{u}+\boldsymbol{o}(\|\Delta\boldsymbol{x}\|,\|\Delta\boldsymbol{u}\|)\tag{10}$$

其中 $\Delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$,$\Delta\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}$,$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 可以按照在 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$、$\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}$ 附近使 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 对 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}}$ 及 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}$ 具有一致逼近的特性确定,也可以更简单地取 Jacobi 矩阵. 基于公式(10),可得

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{B}^{-1}(-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{x}+\boldsymbol{v})\tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{v}$ 为期望的系统闭环动态特性,例如 $\boldsymbol{v}$ 取为比例环节,则控制方程式(10)为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{d}}+\boldsymbol{B}^{-1}(-\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\lambda}_1\Delta\boldsymbol{x})\tag{12}$$

$\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$ 即为姿态回路需用的总指令值,由开环指令和补偿误差两部分组成. 当 $\boldsymbol{u}$ 趋近于 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$ 时(要求姿态回路的跟踪具有足够的带宽且跟踪精度高),则轨迹跟踪误差特性为

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{\lambda}_1\Delta\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}\tag{13}$$

## 3 机动仿真

这里姿态回路直接按动态逆方法设计,具备跟踪$(\mu_{\mathrm{c}},\alpha_{\mathrm{c}},\beta_{\mathrm{c}})$指令的功能,其中 $\beta_{\mathrm{c}}$ 为侧滑角指令. 姿态回路带宽取为 2 rad/s,而 $C_{Tc}$ 直接作用于油门,设其带宽为 1 rad/s. 轨迹回路带宽取为 0.1 rad/s(调整 $\lambda_1$ 保证).

每个机动的初始状态均设置有误差干扰,以检验控制律消除误差的情况.

### 3.1 "S"形常规机动

期望飞机做"S"形转弯机动,要求速度保持为 200 m/s,高度保持不变,在 40 s 内先等速转过 180°,然后再反向转过 180°,完成完整的"S"形机动. 飞机初始进入时,速度为 210 m/s,以 2.8°轨迹角向上爬升. 接通轨迹跟踪器,仿真结果如图 2 ~图 8 所示.

由带有闭环补偿指令模块和仅有开环指令模块时飞机响应的对比可见,开环指令计及了主要的非线性动力学行为,正确预示了姿态回路应有的运动规律,加入闭环反馈补偿进一步修正了误差,跟踪精度得以提高,跟踪过程没有明显的振荡. 在跟踪后期产生的稳态误差是由于期望闭环

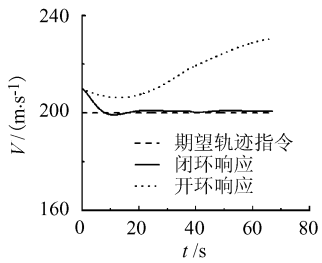



图 2 飞行速度

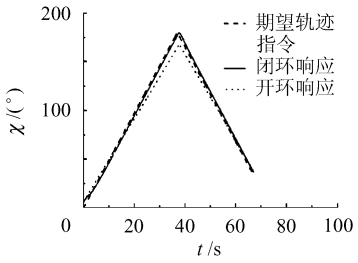



图 3 飞行方位角

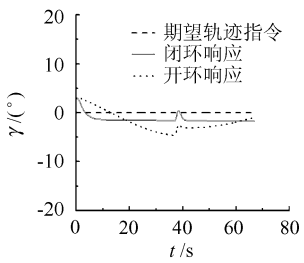



图 4 航迹倾角

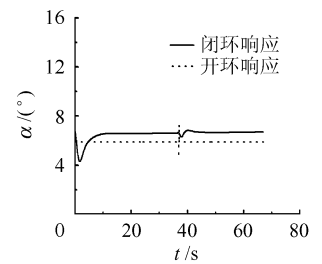



图 5 迎角

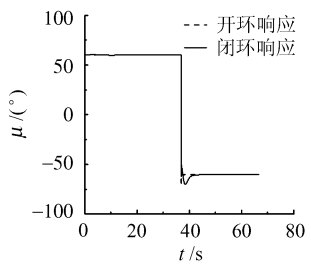



图 6 速矢滚转角

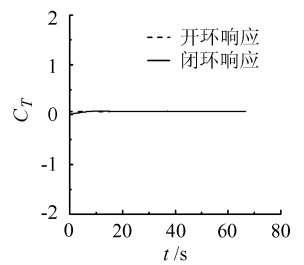



图 7 推力系数

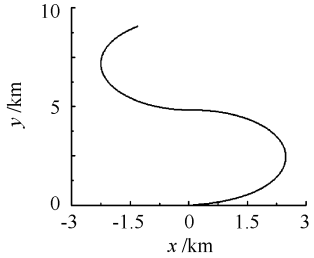



图 8　轨迹水平面投影

特性的选取引起的. 如果需要精确消除稳态误差,应考虑使用误差积分信号反馈(修改式(13)的控制格式).

### 3.2　Herbst 机动

为进一步验证本文设计的轨迹跟踪器的过失速机动跟踪特性,采用了一组 Herbst 机动指令进行仿真. 该机动中速度、航迹倾角、迎角等都在较短时间内大范围变化,非线性特性很明显. Herbst 机动与过失速转弯机动不同之处在于其方位角转过 180°后,要求速度和飞行高度又恢复到初始值. 具体的指令由优化得出,进入机动的初始条件为 $V=125$ m/s,飞行方位角和航迹倾角都为 0°,接通跟踪器仿真,结果如图 9 ~ 图 15.

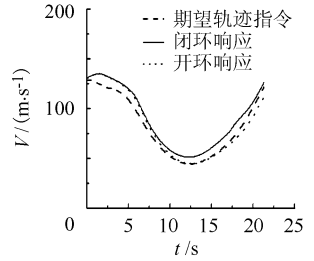



图 9　飞行速度

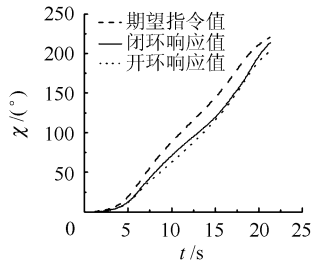



图 10　飞行方位角

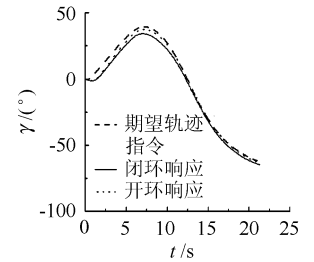



图 11　航迹倾角

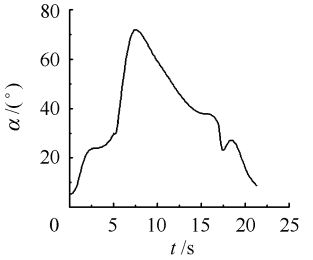



图 12　飞行迎角

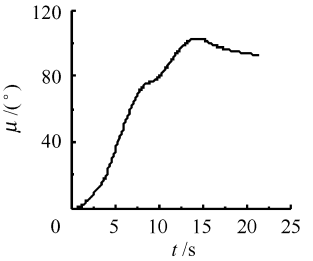



图 13　速矢滚转角

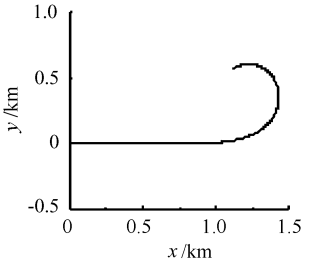



图 14　轨迹水平面投影

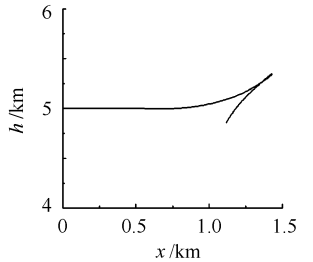



图 15　轨迹铅垂面投影

由仿真结果看,开环和闭环响应均跟上了速度、航迹倾角、方位角在短时间内的大幅度变化. 经过闭环修正后,反馈响应值也更接近指令值,误差很小.

从图 12、图 13 可以看出,最大实际飞行迎角超过 70°,速度滚转角变化也达到了 100°,是典型的三维过失速机动.

可见,Herbst 机动的仿真结果是令人满意的,证明本文中设计的轨迹跟踪器能够胜任对急剧过失速机动的跟踪需求.

(下转第 162 页)