DOI：10.13700/j.bh.1001-5965.2006.01.008
2006年 1月 北京航空航天大学学报 January 2006
第32卷 第1期 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics Vol.32 No.1

超声速进气道可压及不可压流动数值模拟

陈 兵 徐 旭 蔡国飙

(北京航空航天大学 宇航学院，北京 100083)

摘 要：采用Chio-Merkle预处理矩阵对可压NS(Navier-Stokes)方程组进行时间预处理，分析了预处理方法的物理和数学背景.用有限体积方法，结合LU-SGS(Lower-Upper-Symmetric-Gauss-Seidel)隐式时间积分和AUSM+(P)(Precondition Advection Upstream Splitting Method)格式、中心差分2种空间离散格式，求解该预处理NS方程组.通过圆弧凸包流动和二维方腔顶盖驱动流动的数值试验表明，该方法克服了传统时间迭代方法模拟低速流动时的刚性问题，加速了收敛过程，可以同时有效地模拟可压及不可压流动.用此方法与块结构化网格技术相结合，进行了在不同飞行马赫数、攻角和出口反压条件下，混压式轴对称超声速进气道三维流场数值模拟.计算结果表明：该方法能准确地捕获复杂激波系，清楚地揭示进气道三维流动现象；进气道性能随工作条件的变化规律，与理论分析一致.

关 键 词：超声速进气道；预处理方法；LU-SGS隐式时间积分；AUSM+(P)格式

中图分类号：V 435.11

文献标识码：A **文 章 编 号**：1001-5965(2006)01-0031-05

Numerical simulation of compressible and incompressible flows in mix-compression axisymmetric supersonic inlet

Chen Bing Xu Xu Cai Guobiao

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A structure grid, multi-block computer code was developed for both compressible and incompressible flow simulations by solving the preconditioned NS(Navier-Stokes) equations with LU-SGS(lower-upper symmetric-Gauss-Seidel) implicit time integration method. The finite volume method was used to discrete the equations on the cell volume with AUSM+(P)(precondition advection upstream splitting method) or central difference scheme. The Chio-Merkle precondition matrix was adopted. Physical and mathematical mechanism of precondition method was analyzed. Computational capabilities were demonstrated through a variety of computations of typical problems in CFD(computational fluid dynamics) area, including inviscid flows in a channel with a bump and driven flows in a two-dimensional square cavity. Results show that stiffness of conventional time iterative method to low speed flows is overcome, and convergence rate is speeded up. Three-dimensional calculations were made of mix-compressed supersonic inlet flows under different flight Mach numbers, attack angles and back pressures. Results indicate that the precondition method can capture shocks accurately, and inlet performance variations characteristics agree well with the theory results.

Key words: supersonic inlet; precondition method; LU-SGS implicit time integration; AUSM+(P) scheme

超声速进气道是弹用冲压发动机至关重要的部件之一，直接影响燃烧室的燃烧及发动机性能.在要求导弹的研究风险小、重量轻、成本低的条件下，一般采用轴对称进气道，且多为混压式，以缓解单纯外压外阻较大和单纯内压起动较难两大缺陷，获得较好的综合性能.其缺点是，当攻角大于6°时，性能会迅速恶化.有必要对这种进气道流场进行详细数值模拟[1]，准确预估其性能尤其是攻

收稿日期：2005-02-25

作者简介：陈 兵(1975—)，男，湖南永顺人，博士生，Chenbing@sa.buaa.edu.cn.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

角特性，为进-发匹配研究打下基础[2]．

混压式轴对称进气道的流动特征是，同时存在亚、跨、超声速及不可压流动，即在结尾激波前是超声速流动，存在复杂的激波系；在亚声速扩张段下游，流动马赫数通常在0.2～0.3左右，近似为不可压流动．求解可压NS方程组的传统时间迭代方法，在模拟低速流动时，收敛很慢，甚至得不到收敛解[3]．预处理方法可有效解决此类问题．许多学者对预处理方法进行了大量研究[3~7]．

本文采用Chio-Merkle预处理矩阵[3]，结合LU-SGS (Lower-Upper-Symmetric-Gauss-Seidel)隐式时间积分[4]和AUSM+(P)(Precondition Advection Upstream Splitting Method)格式[5]及中心差分空间离散格式，求解预处理NS方程组．通过圆弧凸包无粘流动[5]和二维方腔顶盖驱动流动[8]的数值试验，证明该方法对亚、跨、超声速及不可压流动的数值模拟是有效的．用该方法对混压式轴对称超声速进气道流场，进行了详细的数值模拟，得到了反压、速度和攻角特性．

1 数学模型

1.1 预处理的物理和数学背景

以一维流动为例，无粘Jacobian矩阵的特征值 $\lambda(u, u+c$ 和 $u-c)$ 的大小、正负分别代表解的特征信息(在物理时间和解空间)的传播速度和方向．据Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)条件，时间迭代法要求所有波在时间步长 Δt 内穿过的距离都要小于网格特征长度，故 Δt 应由 $\lambda_{max}=|u|+c$ 确定．当马赫数 Ma 很小时，u 与 λ_{max} 相差太远，对应于 u 的波在时间 Δt 内传播的距离很小，故迭代收敛很慢．时间迭代法收敛快慢可由条件数 C_N 来分析．据数值分析理论：条件数越大，对应方程组的病态越严重，迭代收敛速度越慢，甚至不收敛．一维可压NS方程组的 C_N：

$$C_N=\left|\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right|=\left|\frac{u+c}{u}\right|=1+\frac{1}{Ma} \quad (1)$$

图1给出了 C_N-Ma 变化曲线．可见，当 Ma 减小时，C_N 成指数增加．预处理的基本思想是，在时间项前乘以矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$，使得无粘Jacobian矩阵的特征值集中在某个有限值附近，且随 Ma 变化很小．

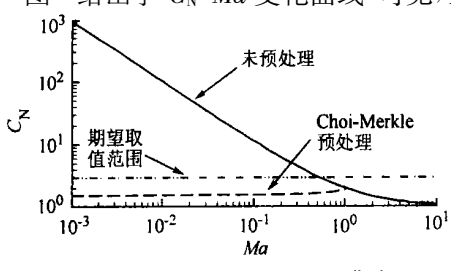


图1 C_N 随 Ma 的变化曲线

1.2 控制方程

积分形式无量纲三维可压NS方程组为

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{\Omega}\boldsymbol{W}\mathrm{d}\Omega+\iint_{\partial\Omega}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{R}\mathrm{d}S=\frac{1}{Re}\iint_{\partial\Omega}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{R}_v\mathrm{d}S \quad (2)$$

其中，$\partial\Omega$ 为单元 Ω 的边界；$\boldsymbol{n}$ 为面积元 $\mathrm{d}S$ 的单位外法向量；$\boldsymbol{W}=(\rho, \rho\boldsymbol{V}, \rho e)^{\mathrm{T}}$ 为守恒变量；$\boldsymbol{R}=(\rho\boldsymbol{V}, (\rho\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}+p\boldsymbol{I}), \rho\boldsymbol{V}H)^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{R}_v=(0, \boldsymbol{\tau}, (\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{\tau}+\kappa\nabla T))^{\mathrm{T}}$ 分别为无粘通量和粘性通量；$\boldsymbol{\tau}=\mu(\nabla\boldsymbol{V}+\nabla\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}})-(2\mu\nabla\cdot\boldsymbol{V})\boldsymbol{I}/3$，其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵；ρ, e, H, μ, κ 和 T 分别为无量纲密度、单位质量总能量和总焓、粘性系数、热传导系数和温度；$\boldsymbol{V}$ 为速度矢量；p 表示压强．

1.3 预处理方法

对可压NS方程组(2)进行时间预处理可得：

$$\boldsymbol{\Gamma}\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{\Omega}\boldsymbol{Q}\mathrm{d}\Omega+\iint_{\partial\Omega}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{R}\mathrm{d}S=\frac{1}{Re}\iint_{\partial\Omega}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{R}_v\mathrm{d}S \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{Q}=(p, u, v, w, T)^{\mathrm{T}}$，Chio-Merkle预处理矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$：

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{pmatrix}\Theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T\\ \Theta u & \rho & 0 & 0 & \rho_T u\\ \Theta v & 0 & \rho & 0 & \rho_T v\\ \Theta w & 0 & 0 & \rho & \rho_T w\\ \Theta H-1 & \rho u & \rho v & \rho w & \rho_T H+\rho h_T\end{pmatrix} \quad (4)$$

其中 $\Theta=1/U_r^2-\rho_T(1-\rho h_p)/(\rho h_T)$

$$U_r^2=\min[c^2, \max(|\boldsymbol{V}|^2, K|\boldsymbol{V}_\infty|^2)]$$

u, v 和 w 为直角坐标系下的速度分量；h 为单位质量的静焓；$|\boldsymbol{V}|$ 和 $|\boldsymbol{V}_\infty|$ 分别为当地流动和自由流速度大小；U_r 为参考速度；系数 $K=0.25$；下标 T, p 分别代表对温度和压强的偏导数．预处理后无粘Jacobian矩阵的特征值为[3, 5]：

$$\lambda_{1,2,3}=U$$

$$\lambda_{4,5}=[U(1+\varepsilon)\pm\sqrt{U^2(1-\varepsilon)^2+4\rho h_T/d}]/2=U'\pm c' \quad (5)$$

其中，$\varepsilon=(\rho\rho_p h_T+\rho_T)/d$，$d=\rho h_T\Theta+\rho_T$；单元体表面的法向速度 $U=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{n}$．由方程组(3)的 C_N-Ma 曲线(图1)(C_N 的期望值[6]为3)可见：当 $Ma<1$ 时，随 Ma 减小 C_N 几乎不变；而当 $Ma\geqslant 1$ 时 C_N 与未作预处理情形一致．这就使得预处理后的时间迭代算法，可同时有效地模拟可压及不可压流动．

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2　数值方法

2.1　隐式时间积分方法

在对式(3)进行离散时,时间项采用欧拉隐式后差,无粘通量和粘性通量分别采用隐式和显式格式.依据文献[4]的方法,可得求解预处理 NS 方程组的 LU-SGS 格式:

第一步:$\delta \boldsymbol{Q}^{*}=\boldsymbol{D}^{-1}(-\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{RHS}-\boldsymbol{L}\delta\boldsymbol{Q}^{*})$;

第二步:$\delta \boldsymbol{Q}=\delta \boldsymbol{Q}^{*}-\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{U}\delta\boldsymbol{Q}$;

第三步:$\boldsymbol{Q}^{n+1}=\boldsymbol{Q}^{n}+\delta\boldsymbol{Q}$.

其中,上三角、对角和下三角阵和及右端项分别为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{U}&=\beta\cdot\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[(\boldsymbol{\Gamma A}^{-})_{i+1,j,k}S_2+(\boldsymbol{\Gamma B}^{-})_{i,j+1,k}S_4+(\boldsymbol{\Gamma C}^{-})_{i,j,k+1}S_6]\\ \boldsymbol{D}&=[\Omega/\Delta t+\beta(r_A\cdot S_{12}+r_B\cdot S_{34}+r_C S_{56})]\cdot\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{L}&=-\beta\cdot\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[(\boldsymbol{\Gamma A}^{+})_{i-1,j,k}S_1+(\boldsymbol{\Gamma B}^{+})_{i,j-1,k}S_3+(\boldsymbol{\Gamma C}^{+})_{i,j,k-1}S_5]\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

$$\boldsymbol{RHS}=\sum_{m=1}^{6}[(\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}_v)\cdot\boldsymbol{S}_m]^n\qquad(7)$$

其中 $\delta\boldsymbol{Q}^n=\boldsymbol{Q}^{n+1}-\boldsymbol{Q}^n$,$\Omega$ 为单元体体积;$\beta=0\sim1$ 为隐式因子;Δt 为当地时间步长;$\boldsymbol{S}_m$($m=1,2,\cdots,6$)为单元表面面积向量;面积的大小 $S_{12}=(S_1+S_2)/2\approx S_1\approx S_2$,对 S_{34},S_{56} 依类似处理;r 是矩阵的谱半径.

2.2　空间离散格式

空间格式的数值粘性需在预处理后的特征系统下构造.本文应用 AUSM+(P)和中心差分 Central-Difference(CD)格式,通过 Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws(MUSCL)方法[7]获得高阶空间精度;粘性通量采用中心差分格式离散.除特别说明,下文的结果均由 AUSM+(P)格式计算得到.

3　数值试验

选用 2 个经典算例:①圆弧凸包无粘流动;②二维方腔顶盖驱动流动.分别考察该方法模拟无粘、粘性可压及不可压流动的有效性.这 2 个算例几何和流动条件明确,且有公认的数值结果和物理现象分析结论,是 CFD 领域的基准算例.

3.1　圆弧凸包通道流动

计算区域为 3×1,凸包弦长和通道高度均为 1,凸包厚度为 0.1,计算网格为 161×49,凸包上下游对称分布.在宽广的 Ma 范围(0.000 001～5.0)内,进行了一系列来流 Ma 下的算例计算.图 2给出了一些典型情形下的 Ma 分布.可以发现,结果与文献[5,7]中的相应算例吻合较好,说明该方法对可压及不可压流数值模拟比较有效.在图 2b 跨声速情形下,在凸包弦长 72%处捕获到了激波.图 3 给出了 $Ma=0.05$ 时,预处理 PLU-SGS(Precondition Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel)和未作预处理 LU-SGS 情形下的 Ma 分布,可以发现 LU-SGS 法得不到物理解,而 PLU-SGS 却能得到很好的结果.图 4 给出了在 $Ma=0.000\,01$ 时 CD 和 AUSM+(P)格式计算所得到的流场马赫数分布,二者吻合得较好.图 5 给出了计算的收敛过程,可以发现预处理提高了收敛速度.

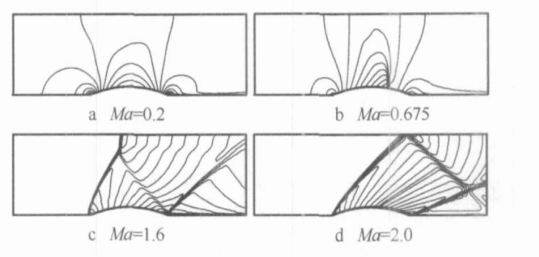


图 2　不同来流马赫数下圆弧凸包通道无粘流动马赫数分布

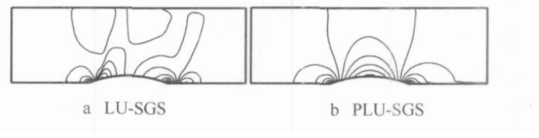


图 3　预处理前后圆弧凸包通道无粘流动马赫数分布($Ma=0.05$)

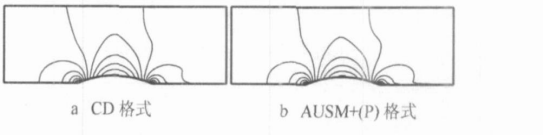


图 4　不同空间格式下马赫数分布对比($Ma=0.000\,01$)

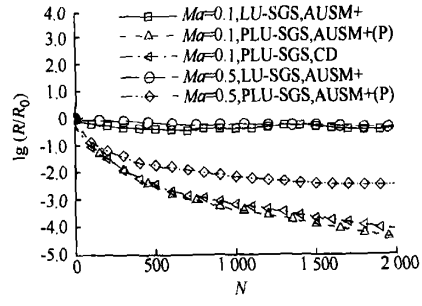


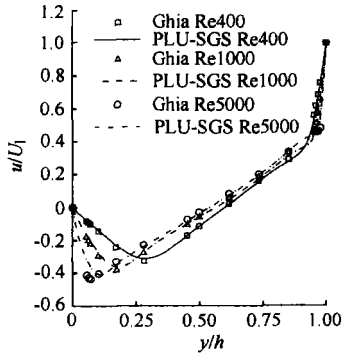
图 5　预处理前后的收敛过程对比

3.2　二维方腔顶盖驱动流动

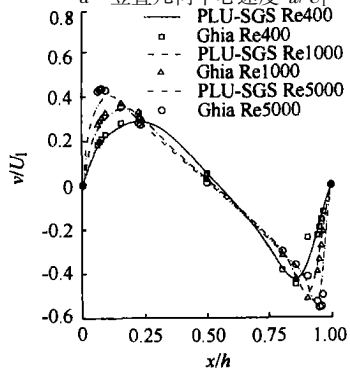
在边长为 h 的二维方腔中充满不可压流体,顶盖以速度 U_1 运动,驱动腔内的流体流动.定义雷

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

诺数 $Re=hU_1/\nu$，ν 为运动粘性系数.Ghia 等[8]的数值解被认为是该问题的基准解.本文计算了不同 Ma、不同 Re 下流动，计算网格 129×129，壁面加密，这里仅给出 $Ma=0.01$ 的结果.图 6 给出了几何中心线上速度分布，与基准解吻合得较好；图 7 给出了流线图，可见随着 Re 的增大，主涡的位置由右上向几何中心移动，且次涡数目增多，与基准解一致.说明该方法能有效模拟低速粘性流动.



a 竖直几何中心速度 u/U_1



b 水平几何中心速度 v/U_1

图 6 几何中心线上速度分布($Ma=0.01$)

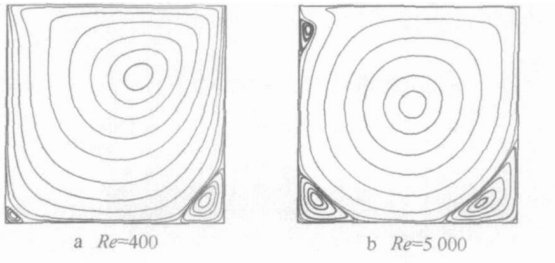


图 7 不同雷诺数下的流线图($Ma=0.01$)

4 轴对称进气道流场数值模拟

4.1 初边值条件及网格区域划分

在超声速进气道中，通常在结尾激波之前为超声速流动，而在亚声速扩张段下游为 $Ma=0.2\sim0.3$的低速流动，即流场中包含亚、跨、超声速及不可压流动，适合用预处理方法进行求解.网格划分是超声速进气道流场数值模拟中及其重要的一个环节.本文将进气道内外流场划分为 2 个区域，先用 IGG 软件生成对称面内的二维网格，然后再周向旋转得到三维网格，由对称性周向只需计算一半.图 8 给出了进气道对称面内的网格分布，2 个区域采用完全对接网格，内外区域网格数分别为 $165\times33\times45$，$105\times33\times45$，其中 45 为周向网格数.三维计算中，初场采用一维无粘流动计算结果.进口为超声速流动，所有流动参数均为无穷远均匀来流条件；出口亚声速流动，采用等熵条件，给定背压，其它参数外推；外部超声速出口，采用外推边界条件；在固壁边界上，速度为零，压强、温度按法向梯度为零确定；对称边界条件按镜面反射原理给定；两区间用对接耦合边界条件.

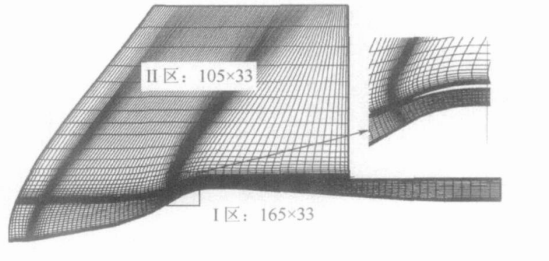


图 8 计算区域划分及其生产的对称面二维计算网格

4.2 流场计算结果及其分析

按照一维无粘方法设计了混压式轴对称超声速进气道(设计马赫数 $Ma_D=3.5$，高度 $H_D=23$ km)，用 PLU-SGS 法进行了进气道的三维流场数值模拟.图 9 给出了典型工况下流场的马赫数三维分布，正确地反应了进气道内外的复杂激波系，同时也较好地反应了亚声速扩张段的流动规律.图 10 给出了几种典型工况下对称面内流场马赫数 Ma 及按来流静压无量纲化的压强 p 分布.可见，随着飞行马赫数的减小，超声速溢流量增大；随着出口反压的增大，结尾激波向上游移动；当攻角不为零时流场的对称性被破坏.由图 10 还可以发现，正如所预期的，在所考察的飞行马赫数下，进气道出口附近的平均马赫数 Ma 一般在 0.2～0.3 范围内，接近不可压流动.图 11 给出了中心体表面的压强分布，可以发现有攻角存在时，

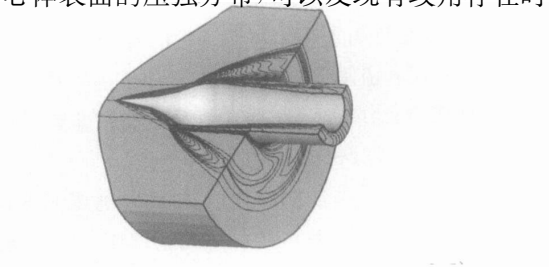
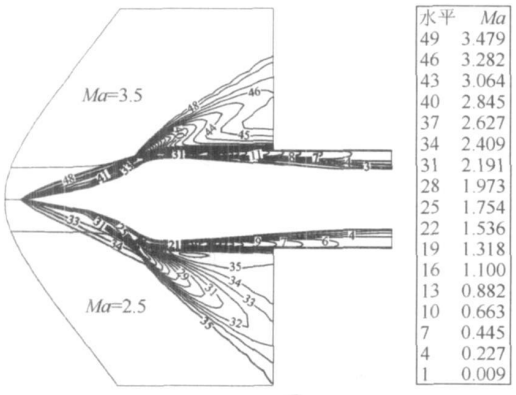
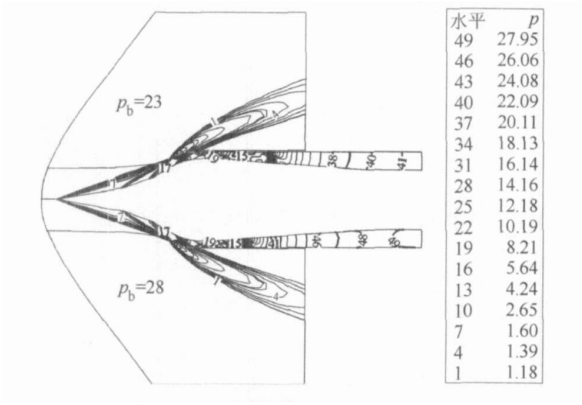


图 9 流场马赫数三维分布($p_b=29$，$\alpha=6°$，$Ma=3.5$)

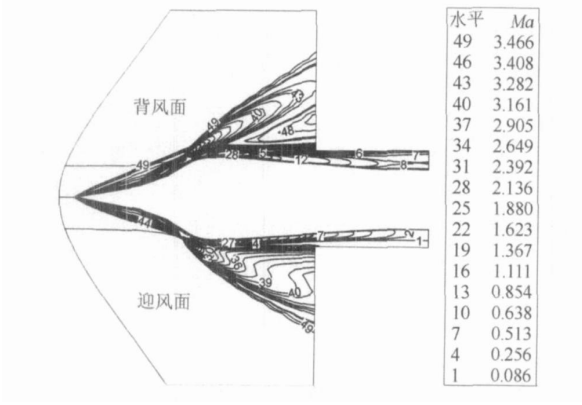
(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



a　飞行马赫数 Ma=2.5 和 3.5 时对称面内等马赫数分布对比(α=0°)



b　出口反压 p_b=28 和 23 时对称面内压强分布对比(α=0°, Ma=3.5)



c　α=4°, Ma=3.5, p_b=28 对称面内马赫数分布

图 10　不同工况下超声速进气道对称面内参数分布

迎风侧压力增加而背风侧压力减小,在结尾激波之后两侧压力基本持平,这是由于中心体表面产生了横向流动引起的.

4.3　进气道性能

图 12 给出了不同出口反压下,进气道的流量系数 Φ 和总压恢复系数 σ 分布.由图可见,随着反压增大,结尾激波向上游移动,总压恢复系数增大;当 p_b=39 时,结尾激波被推出唇口,产生亚声速溢流,流量系数从 1 迅速降低.图 13 和图 14 分

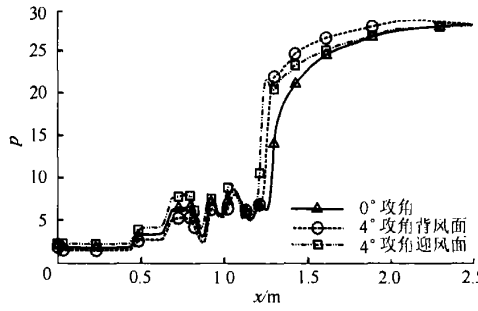


图 11　进气道中心体表面压强分布曲线(Ma=3.5, p_b=28)

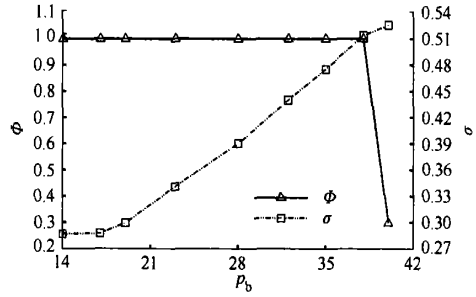


图 12　不同反压情况下进气道的性能(Ma=3.5, α=0°)

别给出了飞行马赫数 Ma 和攻角 α 对进气道临界状态性能参数的影响.可以发现,Ma<3.5 时,由于存在超声速溢流,流量系数小于 1;而 Ma>3.5 时,外压激波打到了唇口之内,两股气流掺混使得总压损失较大.随 α 的增大,进气道流量系数、总压恢复系数都减小,当 α>6°时,性能下降增快.

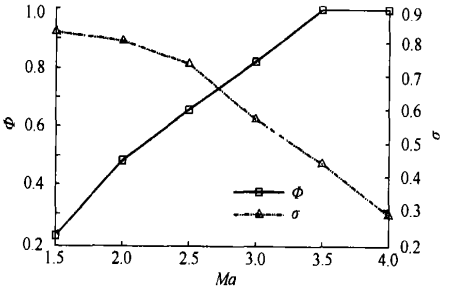


图 13　不同飞行马赫数下进气道的临界性能(α=0°)

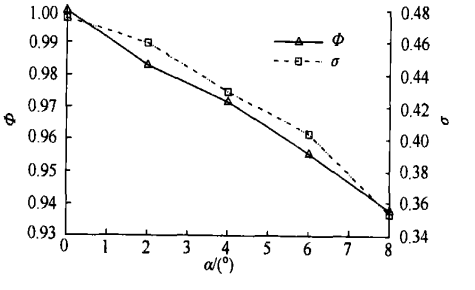


图 14　不同飞行攻角下进气道的临界性能(Ma=3.5)

(下转第 45 页)

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

时,数值波动较大.在设计过程中应着重考虑这两个参数对发动机性能的影响.

4 结 束 语

本文基于液体火箭发动机的设计过程建立了发动机系统设计的仿真程序.通过数值拟合的方法确定发动机主要部件的质量模型.针对不同的优化目标利用 iSIGHT 软件对发动机设计参数进行优化,并分析了燃烧室压强和混合比对发动机性能参数的影响.在优化过程中对多目标优化问题是通过线性加权来获得目标函数的,这种方法简单易用,但是不同目标的权值的分配还有待于进一步探讨.本文中所建立的质量模型适用于相同结构类型的发动机.

参考文献 (References)

[1] Way W, Olds R. Scores: developing an object-oriented rocket propulsion analysis tool[R]. AIAA 98-3227, 1998

[2] Sobieski J S, Haftka R T. Multidisciplinary aerospace design optimization: survey of recent development[R]. AIAA 96-0711, 1996

[3] Hulme K F, Bloebaum C. A comparison of solution strategies for simulation-based multidisciplinary design optimization[R]. AIAA 98-4977, 1998

[4] 邢文训, 谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1999. 140～191
Xing Wenxun, Xie Jinxing. Modern optimization algorithm[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999. 140～191(in Chinese)

[5] 朱森元. 氢氧火箭发动机及其低温技术[M]. 北京:国防工业出版社, 1995. 15～17
Zhu Senyuan. H_2/O_2 rocket engine and cryogenic technique[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995. 15～17(in Chinese)

[6] 朱宁昌, 董锡鉴, 王新龄, 等. 液体火箭发动机设计[M]. 北京:宇航出版社, 1994. 59～81
Zhu Ningchang, Dong Xijian, Wang Xinling, *et al*. Liquid rocket engine design[M]. Beijing: Aeronautic Press, 1994. 59～81(in Chinese)

[7] Anderson J. Multi-objective optimization in engineering design[R]. Linkoping University Technical Report 675, 2001

[8] Alexandrov M, Lewis M. Dynamically reconfigurable approach to multidisciplinary problems[R]. AIAA 2003-3431, 2003

(上接第 35 页)

5 结 束 语

本文用 LU-SGS 隐式积分方法求解预处理 NS 方程组,无粘通量采用 AUSM+(P)和中心差分格式求解,粘性项用中心差分格式在右端项中显式离散.通过典型算例的计算表明:与未作预处理的方法相比,预处理加速了收敛速度,提高了计算低速流特别是不可压流的能力,可同时模拟亚、跨、超声速及不可压流动.用该方法模拟了超声速混压式进气道流动,计算结果正确地反应了流场的复杂波系结构,得到了进气道性能;进气道性能随工作条件的变化规律,与理论分析一致,说明本文采用预处理方法对混压式超声速进气道的流场数值模拟是可靠的.

参考文献 (References)

[1] Gokhale S S, Kumar V R. Numerical computations of supersonic inlet flow [J]. Int J Numer Meth Fluids, 2001, 36: 597～617

[2] Jong Y O, Fuhua Ma, Shih-Yang H, *et al*. Interactions between shock and acoustic waves in a supersonic inlet diffuser [J]. Journal of Propulsion and Power, 2005, 21(3): 486～495

[3] Weiss J M, Smith W A. Preconditioning applied to variable and constant density flows [J]. AIAA Journal, 1995, 33(11): 2050～2057

[4] Chen K H, Shuen J S. Three-dimensional coupled implicit methods for spray combustion flows at all speeds [R]. AIAA 94-3047, 1994

[5] Edwards J R, Liou M S. Low-diffusion flux-splitting methods for flows at all speeds [J]. AIAA Journal, 1998, 36(9): 1610～1617

[6] Reed C L. Low speed preconditioning applied to compressible Navier-Stokes equations [D]. Texas: The Univ of Texas at Arlingtou, 1995

[7] 赵兴艳, 苏莫明, 苗永淼. 亚、跨、超音速及不可压流动的数值分析方法的研究[J]. 计算力学学报, 2001, 18(4): 397～401
Zhao Xingyan, Su Moming, Miao Yongmiao. Numerical simulation of compressible and incompressible flows [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(4): 379～401 (in Chinese)

[8] Ghia U, Ghia K N, Shin C T. High-resolutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method [J]. Journal of Computational Physics, 1982, 48(3): 387～411

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net