一种适用于航路改变情况的冲突概率预测算法

邓 炜 张 军 吴 限 王 刚

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对如何有效地预测飞行中将发生的冲突,提出了适用于航路改变情况下的冲突预测算法. 基于飞机实际飞行轨迹的不确定性,计算冲突发生的概率来预测冲突发生的可能性. 改进了直线航路预测算法,充分利用 ADS-B(广播式自动相关监视)所提供的航路意图信息,获得飞机航路改变点及航路偏转角,依此进行相应的矩阵变换来计算航路改变后的误差协方差矩阵,并利用有效的近似方法对继续累加的误差表示进行简化,进而实现冲突发生概率的计算. 运用 Monte-Carlo 方法进行仿真,结果验证了其较好的准确性,与直线航路算法的比较表明了其在更复杂环境下具有的适用性和有效性.

关 键 词: 概率; 误差; 航空飞行; 空中交通管理; 冲突避免

中图分类号: V 328.3

文献标识码: A **文 章 编 号**: 1001-5965(2005)12-1327-05

Algorithm of conflict probability prediction for the case of trajectory change

Deng Wei Zhang Jun Wu Xian Wang Gang

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: An algorithm of conflict prediction available for the condition of trajectory change was put forward concerning the problem of how to detect the latent conflict between airplanes in flight efficiently. It calculates the conflict probability to realize the conflict prediction due to the uncertainty of actual trajectory positions. Ameliorated from the prediction algorithm which is only applicable for flight along straight-line fairway, it made the best use of intent information provided by ADS-B to compute the trajectory change point and trajectory change angle, calculated the error covariance matrix of the changed trajectory by matrix transforming, and simplified the expression of the increased error by approximating all angle conditions into two entries: small change angle and huge change angle to ultimately get the conflict probability. The monte-carlo simulation results testify the veracity and precision of the algorithm, the comparison with the algorithm for straight-line fairway indicates the adaptability to more complicated environments.

Key words: probability; error; aviation; air traffic control; collision avoidance

民用航空运输的快速发展,带来了飞机数量及航班架次的迅猛增加,机场及空域变得异常拥挤. 为保证民航的可持续发展,必须努力提高机场和空域的容量及使用效率,这就要求打破禁锢空域高效使用的传统航行规则,采用以新技术支持的先进航空运营和管制手段.

自由飞行(free flight)是一种全新的航空理念,它不再限定飞机必须沿特定航路飞行,允许飞行人员根据自身的特定情况,自由选择最短距离或风向有利的航路,进而提高空域的使用效率和

收稿日期: 2004-09-17

基金项目: 全国高校青年教师奖励计划基金资助项目

作者简介: 邓 炜(1978-),男,北京人,硕士生, dengwei1@bjtelecom.com.cn.

经济性.但是航路选择的任意性大大增加了冲突发生的可能性,飞行安全受到了极大威胁,为此要有更加高效的冲突预测和避免手段,以保证自由飞行的顺利实现.

冲突预测技术作为提高飞行安全的有效手段,引起日益广泛的关注.参考文献[1]提出了基于概率计算的冲突预测算法,它考虑到飞机位置等数据存在着随预测时间而增大的随机误差这一因素,对冲突发生的概率进行计算,并以此结果作为实施相应冲突避免措施的依据.

但是该算法仅能预测飞机沿直线航路飞行情况下的冲突,不适用于航路改变的情况.ADS-B(广播式自动相关监视)作为未来主要的航空监视手段之一,允许飞机接收其它飞机周期性的广播信息,提高对空域状况的感知[2],本文充分利用ADS-B所提供的航路改变意图信息(trajectory change intent),在直线航路预测算法的基础上加以改进,提出了可实现在航路改变情况下冲突概率精确计算的算法.

1 适用于航路改变情况的算法

1.1 冲突及其预测方式

飞行中发生冲突是指两飞机的水平和垂直间距均小于所要求的最小允许间距[3].为保证安全,必须对可能的冲突提前预测,进而采取相应的避撞措施.

冲突预测,以假定飞机匀速飞行来进行航迹推算为基础[4].但是风力风向等不确定因素导致推算的期望航路点与实际位置之间存在着误差.实测数据表明,水平位置误差服从均值为0的正态分布.其中垂直航路方向上,由于飞行员(或飞行控制系统)的回馈调整,误差均方根值稳定为1(或0.5) n mile;沿航路方向,误差随时间而增大,其均方根的增长率为0.25 n mile/min;并且两方向的误差分布相互独立[1].

对于水平误差分布,其图形表示近似为椭圆,设沿航路方向为 y 轴,垂直航路方向为 x 轴,则相应解析式[1]为

$$\begin{bmatrix} x-E(x) \\ y-E(y) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Z}^{-1} \begin{bmatrix} x-E(x) \\ y-E(y) \end{bmatrix} = 1 \qquad (1)$$

式中,$\boldsymbol{Z}$ 为误差的协方差矩阵如式(2)所示[1]:

$$\boldsymbol{Z} = \mathrm{cov}\left(\begin{bmatrix} x-E(x) \\ y-E(y) \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

式中,a,b 分别为垂直航路和沿航路方向的误差均方根,故 $a=1$(或 $a=0.5$),$b=lt$,l 为误差均方根的增长率0.25 n mile/min,t 为初始点到预测相遇点(即期望最小间距点)的飞行时间.

由上所述,由于实际位置相对于期望值的不确定性,无法得到确定的冲突预测结果,但是此不确定性带来的误差符合特定的分布,故可依此计算冲突发生的概率,并以此概率值作为衡量冲突发生可能性的依据.

1.2 冲突概率的计算

基于文献[1],航路改变情况下的冲突概率计算同样可归纳为3个步骤:①分别计算在共同的基准坐标系下两飞机到达相遇点时的误差协方差矩阵;②合并两飞机的误差,计算合并后的误差协方差矩阵;③利用②得到的误差分布特性,积分计算冲突发生的概率.

针对飞机在相遇前飞行航路的改变,关键需要推导出步骤①所要求的航路改变后的误差协方差表示,步骤②、③所用方法则与直线航路预测算法相似.

1.2.1 航路改变后的误差协方差矩阵推导

对于始终沿直线航路飞行的飞机,如图1中飞机2,可直接利用式(2)求得在基于航路的坐标系(即坐标系的 x 轴和 y 轴分别为垂直航路方向和沿航路方向)下相遇点处的误差协方差矩阵,即设到达相遇点的飞行时间为 t_2,则有:

$$\boldsymbol{Z}_2 = \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & (lt_2)^2 \end{bmatrix}$$

为实现误差合并的计算,需要将其变换为共同的基准坐标系下的矩阵表示,设 θ_2 为基准坐标系下的航向角,则有[1]:

$$\boldsymbol{Q}_2 = \boldsymbol{R}_2 \boldsymbol{Z}_2 \boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & (lt_2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

但是对于飞行中航路改变的情况,如图1中飞机1,其在TCP(航路改变点)处改变航向后继续飞行,并最终与飞机2相遇,由于沿改变航路方向上继续累加的误差很难在基于原航路坐标系下的误差协方差矩阵中体现,故无法由式(2)、式(3)直接求得相遇点的误差表示.为此,考虑首先通过坐标变换,得到TCP处基于改变航路的坐标系下的误差协方差矩阵;随后在此形式上进行相应运算,得到误差继续累加的数学表示;最后再变换得到基准坐标系下的矩阵表示.

以图1的飞机1为例,说明计算的具体方法:

1) 设从初始点到TCP的飞行时间为 t_{11},则

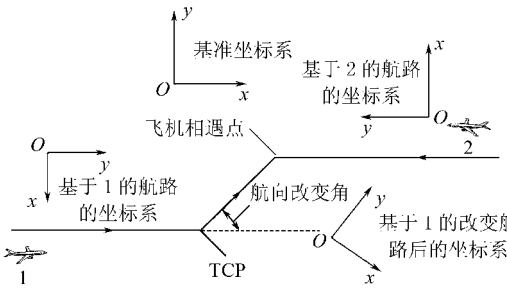

图 1　飞行示意图

基于初始航路的坐标系下 TCP 处的误差协方差矩阵为

$$\boldsymbol{Z}_{11}=\begin{bmatrix}a^2 & 0\\ 0 & (lt_{11})^2\end{bmatrix}$$

2) 设 TCP 处沿初始航路方向上的误差分量为 Y_{orig},则其服从均值为 0、方差为 $(lt_{11})^2$ 的正态分布;设垂直初始航路方向上的误差分量为 X_{orig},则其服从标准正态分布.

当航路发生改变,首先需计算航路的偏转角 ϕ,其可由航路意图信息 TCP 和 TCP+1(航路再次改变点)得到,见图 2:

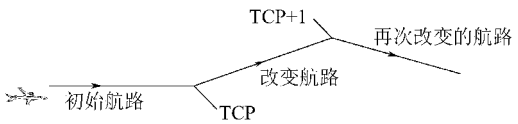

图 2　航路 ϕ 的获得

其中 TCP 是目标飞机从现在所处航路到新航路的计划改变点,TCP+1 是从 TCP 开始的新航路再次改变航路的计划改变点,则 TCP 和 TCP+1 两点的连线即为改变后的航路,航向偏转角为两航路所在直线的夹角.

引理 1　服从正态分布的随机变量的线性组合仍然服从正态分布.

由引理 1 有:沿原航路方向和垂直原航路方向上的误差矢量在沿改变航路方向和垂直改变航路方向的分量和 $(Y_{\text{chag}},X_{\text{chag}})$ 均服从正态分布,即:

$$\begin{bmatrix}X_{\text{chag}}\\ Y_{\text{chag}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ -\sin\phi & \cos\phi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{\text{orig}}\\ Y_{\text{orig}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\phi X_{\text{orig}}+\sin\phi Y_{\text{orig}}\\ -\sin\phi X_{\text{orig}}+\cos\phi Y_{\text{orig}}\end{bmatrix}$$

并且　　$E(X_{\text{chag}})=E(Y_{\text{chag}})=0$

$$\begin{bmatrix}D(X_{\text{chag}})\\ D(Y_{\text{chag}})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a^2\cos^2\phi+(lt_{11})^2\sin^2\phi\\ a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi\end{bmatrix}$$

$$\operatorname{cov}(X_{\text{chag}},Y_{\text{chag}})=((lt_{11})^2-a^2)\sin\phi\cos\phi \qquad (4)$$

由式(4)可知,当基于原航路坐标系下的误差表示变换为基于改变航路坐标系下的表示后,沿改变航路和垂直改变航路两方向的误差具有相关性. 因此若不考虑外部因素的作用,随着飞机 1 沿改变航路方向继续飞行中误差的累加,两方向的误差方差及其协方差参数都将随之改变.

但是,如前所述,垂直航路方向上始终存在有效的回馈调整,其既可减小因航路改变,垂直改变航路方向的误差变为原航路误差在此方向的分量以及继续飞行所造成的误差值的累加;同时也使得经调整后的此误差与沿改变航路方向的误差之间不再相关,协方差参数变为 0,由此在基于改变航路的坐标系下 TCP 处的误差协方差矩阵将变为如下形式:

$$\boldsymbol{Z}_{12}=\begin{bmatrix}a^2 & 0\\ 0 & a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi\end{bmatrix}$$

而继续飞行造成的误差累加则仅体现在 $\boldsymbol{Z}_{12}(2,2)$ 项.

3) 沿改变航路的方向上,继续飞行所累加的误差与 TCP 处的初始误差具有相关性,且随 ϕ 的不同而改变,包括 2 种极值情况:当 ϕ 很小时,航路改变后所处环境特性与假设航路不变继续飞行的环境特性相似,影响误差增长的因素相同,可认为继续累加的误差与初始误差具有完全的相关性,累加误差的方差如式(5)所求:

$$\left(\sqrt{a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi}+lt\right)^2 \qquad (5)$$

其中 t 为改变航路后继续飞行的时间;当 ϕ 接近 90°时,TCP 处的初始误差实际为垂直原航路方向上的分量,与继续累加的误差相互独立,误差方差的累加表示为

$$a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi+(lt)^2 \qquad (6)$$

对于其它角度,相关度随角度的增大显著减小,90°后保持为 0. 由于不同相关度相应的数学表示不同,要得到所有角度下误差的精确解析表达是困难且不现实的. 为此作如下近似:当 ϕ 小于某临界角时,认为初始误差与累加误差具有完全的相关性,可依式(5)计算方差;当 ϕ 大于某临界角时,认为两者相互独立,可依式(6)计算. 仿真验证表明,对于预测期为 20 min、误差增长率为 0.25 n mile/min的实际情况,此简化带来的误差很小,对准确性的影响不大.

临界角的选取考虑如下原则:应确保在所有角度下由近似带来的误差总水平达到最小. 临界角选择得过小(或过大),靠近此角范围内的误差

都相对显著,故应选取相关性适中的某一角度. 在无法通过解析计算选取的情况下,通过对各角度下的仿真结果及分别用式(5)、式(6)计算的结果三者的比较分析求得,可选取 35°作为临界角.

综合如上分析,设从 TCP 到相遇点的飞行时间为 t_{12},则相遇点处在基于改变航路坐标系下的误差协方差矩阵为

$$\boldsymbol{Z}_{13}=\begin{cases}\begin{bmatrix}a^2 & 0\\ 0 & \left(\sqrt{a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi}+lt_{12}\right)^2\end{bmatrix} & \phi < \text{临界角}\\ \begin{bmatrix}a^2 & 0\\ 0 & a^2\sin^2\phi+(lt_{11})^2\cos^2\phi+(lt_{12})^2\end{bmatrix} & \phi > \text{临界角}\end{cases}$$

设改变航路在基准坐标系下的航向角为 θ_1,则基准坐标系下相遇点的误差协方差矩阵为

$$\boldsymbol{Q}_1=\begin{bmatrix}\cos\theta_1 & -\sin\theta_1\\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1\end{bmatrix}\boldsymbol{Z}_{13}\begin{bmatrix}\cos\theta_1 & \sin\theta_1\\ -\sin\theta_1 & \cos\theta_1\end{bmatrix}$$

1.2.2 误差的合并

为方便计算,需要合并各自产生的误差,并假设此合并误差只由一架飞机产生(称误差飞机),而另一架飞机不存在误差(称参照飞机). 设两飞机的误差分别为 $\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta y_1\end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix}\Delta x_2\\ \Delta y_2\end{bmatrix}$,则合并的误差表示为 $\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta x_1-\Delta x_2\\ \Delta y_1-\Delta y_2\end{bmatrix}$,其协方差矩阵为[1]

$$\boldsymbol{Q}_{12}=\boldsymbol{Q}_1+\boldsymbol{Q}_2-E\left(\begin{bmatrix}2\Delta x_1\Delta x_1 & \Delta x_1\Delta y_2+\Delta x_2\Delta y_1\\ \Delta x_1\Delta y_2+\Delta x_2\Delta y_1 & 2\Delta y_1\Delta y_2\end{bmatrix}\right)$$

飞机间误差的相关性十分复杂,且对结果影响很小,可忽略,则式(7)简化为

$$\boldsymbol{Q}_{12}=\boldsymbol{Q}_1+\boldsymbol{Q}_2 \tag{7}$$

1.2.3 冲突概率值的计算

由于合并后的误差分布不规则,积分计算很困难,因此应进行坐标变换,使变换后的分布在新基准坐标系下服从标准独立二维正态分布[1].

由正定矩阵性质易知,无论沿直线航路或航路发生改变,其误差协方差矩阵均为正定矩阵,则合并误差的协方差矩阵也为正定矩阵,可分解为某矩阵及其转置的乘积:$\boldsymbol{Q}_{12}=\boldsymbol{L}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}$,故可设变换矩阵为 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{L}^{-1}$,其中 $\boldsymbol{R}$ 为实现坐标旋转的正交矩阵,以使相对速度沿 x 轴正向,可如参考文献[1]中方法求得.

经坐标变换后,冲突概率 P 可用图 3 求得,即为参照飞机的报警区域沿相对速度方向掠过的圆上总面积所对应的概率,计算公式为

$$P=\int_{y_0-\Delta y}^{y_0+\Delta y}p(y)\,\mathrm{d}y$$

式中,y_0 为相遇点的期望最小间距,计算公式为:$y_0=\boldsymbol{D}\cos\boldsymbol{\Phi}$,$\boldsymbol{D}$,$\boldsymbol{\Phi}$ 分别为经 $\boldsymbol{T}$ 变换后两飞机的直线距离及飞机相对位置矢量与相对速度的夹角;Δy 则为 $\boldsymbol{T}$ 变换后报警区域图形沿 y 轴投影长度的一半,如下所示[1]:

令 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{T}^{-1}$,且 $\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}a & c\\ c & b\end{bmatrix}$,则:

$$\Delta y=y_{\max}=\sqrt{a/(ab-c^2)}$$

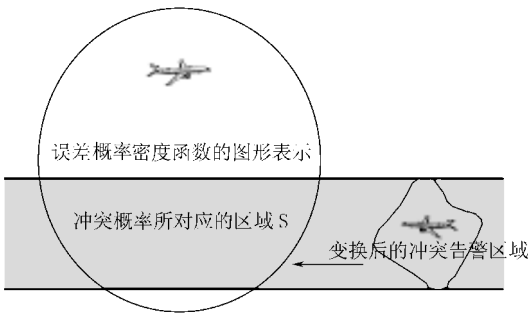

图 3 冲突概率计算示意图

2 算法性能分析

2.1 算法准确性验证

针对算法基于概率计算的特性,采用 Monte-Carlo 仿真验证其准确性,考虑图 1 所示场景,即一飞机沿直线匀速飞行,另一飞机在飞行途中改变航路. 设两飞机的速度均为 400 n mile/h,飞机 1 从预测初始点开始飞行 8 min 后改变航向,继续飞行 6 min 后两飞机相撞(期望最小间距为 0),各误差参数与前述经验值相同. 在航向偏转角为 0°,5°,10°,…,110°下,分别进行运行次数为 5 000 次的 Monte-Carlo 仿真.

各角度算法计算和仿真得到的结果的对比见图 4.

由图 4 可见,2 条曲线具有很高的拟和度,在所测试的 23 个角度中,两者的偏差值最大为 0.005 8,而绝大部分角度下的偏差均小于 0.002.

对于造成算法与仿真结果之间偏差的原因,算法上主要包括 2 方面:假设在飞越期望最小间距附近范围时的误差方差特性保持为期望最小间距点处的数值不变;将转弯后误差累加与 TCP 处的初始误差在不同角度下的相关性简化为 2 种极值情况. 仿真方面,由于程序的一定简化带来了与真实情景的微小差异,因而仿真得到的概率与实际概率有一定出入. 由于后者影响很小,即使存在

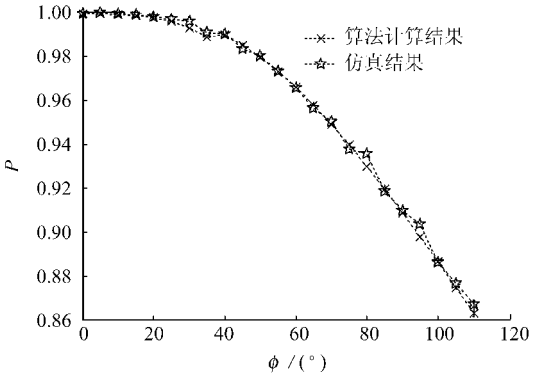

图 4　仿真与算法结果对比图

算法计算结果与真实情景的偏差大于其与仿真结果的偏差的可能性,也足以确定算法的误差远小于 5% 的要求,即算法具有很好的准确性.

2.2　与直线预测算法的比较

无论是直线航路抑或航路发生改变,本算法均能准确地预测冲突,而 Russell A. Paielli 等人的直线航路预测算法在航路改变的情况下则存在很大的误差,分 2 种情况进行对比.

一种情况是当改变航路后在继续飞行的途中发生冲突,而直线航路算法无法预测到冲突的发生,以图 1 所述情景为例,两算法的预测结果如图 5 所示.

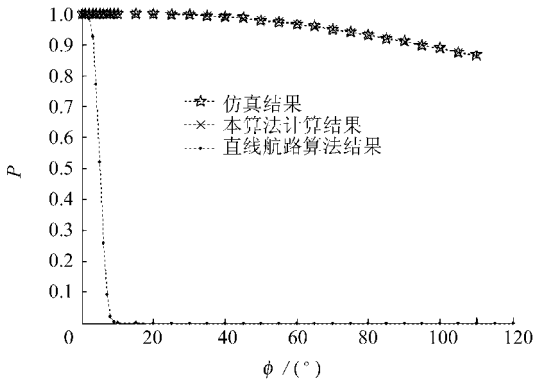

图 5　两算法对比——场景 1

可见随着 ϕ 增大,其 P 值显著减小,当 ϕ 增大到 10°时,P 已接近为 0,无法预测到冲突的发生. 对于此种情况,只有在飞机实际完成了航路改变后才能依赖直线航路算法预测到冲突,因而明显减小了冲突预测的提前量,降低了安全性,增大了成本. 另一种情况如图 6 所描述,即直线航路算法预测到冲突的发生,但实际飞行中由于航路的改变而未发生冲突.

2 种算法的预测结果对比见图 7.

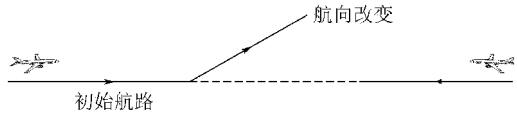

图 6　两算法对比——场景 2

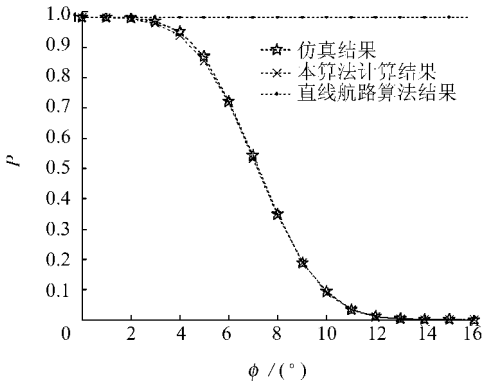

图 7　两算法对比——场景 2

如图 7 所示,当因航路发生改变而不存在冲突时,由直线航路算法却仍得到很高的冲突概率值,因而将依此触发不必要的避撞措施的实施,经济效益显著降低.

通过上述对比可知,本算法相对于直线航路算法扩展了可预测的场景,提高了安全性和经济性.

3　结 束 语

本文提出的冲突预测算法,能充分利用 ADS-B 提供的航路意图信息,实现在预测期内航路改变情况下的冲突概率计算. 由仿真结果表明,本算法可精确地计算航路改变情况下的冲突概率,相对于直线航路预测算法,其可实现在更复杂环境下的冲突预测,具有更广范围的适应性.

参考文献 (**References**)

[1] Paielli A R, Erzberger H. Conflict probability estimation for free flight[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1997,20(3): 588 ~ 596

[2] SC-186. Minimum aviation system performance standards for ADS-B[M]. Washington, DC: RTCA, 1998. 3 ~ 96

[3] Kuchar J K, Yang L C. A review of conflict detection and resolution modeling methods[J]. IEEE, 2000, 1(4): 179 ~ 189

[4] Blin K, Akian M, Bonnans F, *et al*. A stochastic conflict detection method integrating planned heading and velocity changes [A]. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control[C]. Sydney: IEEE, 2000. 4717 ~ 4722